



Numerical study of forced convection heat transfer and pressure drop in turbulence flow in water-aluminum oxide nanofluid environment using single-phase and two-phase approach

Mohammad Ali Kazemi¹, Amir Basiriparsa^{2*}

¹ Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Shahid Mofateh, Hamedan Branch, Technical and Vocational University (TVU), Hamedan, Iran.

² Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

ARTICLE INFO

Article Type:

Original Research

Received: 04.03.2025

Revised: 18.04.2025

Accepted: 28.10.2025

Keyword:

Numerical solution

Nanofluid

Two phase heat transfer

Turbulent

*Corresponding Author:

Amir Basiriparsa

Email: amirbparsa@hut.ac.ir

ABSTRACT

In this study, forced convection heat transfer and pressure drop in a water-alumina nanofluid medium inside a tube have been studied numerically. In the numerical study, two single-phase and two-phase Eulerian methods have been used. The tube is under constant heat flux and the range of Reynolds number is between 3000 and 9000. In single-phase nanofluid modeling, thermal and flow properties of nanofluid dependent on temperature and volume fraction are considered. The obtained results indicate an increase in the heat transfer coefficient and pressure drop in the nanofluid compared to the base fluid. An increase in the Reynolds number of the volumetric flow will cause an increase in the Nusselt number and the heat transfer coefficient. With the increase in the volume fraction of the nanofluid, the friction coefficient does not change much, but it decreases with increasing Reynolds number. Comparing the results of this numerical study with laboratory results shows that the results of single-phase analysis are closer to the laboratory results.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

In this research, the increase of heat transfer inside a channel filled with refrigerant liquid with different thermal dispersion properties is analyzed. Different arrangements are considered for nanoparticles or dispersed elements. In a particular arrangement, the nanoparticles or dispersed elements are uniformly distributed near the center of the arrangement channel. In another arrangement, they are uniformly distributed near the channel boundary. Exponential or parabolic distribution has also been analyzed for nanoparticles. The energy equations for each of the respective regions will be dimensionless. Numerical results for Nusselt number and temperature distribution are presented. In many industrial applications, the generated heat must be introduced or removed from the system by a fluid. Therefore, it can be said that the phenomenon of heat transfer plays a very important role in the industry. In the issue of heat transfer efficiency in equipment such as heat exchangers, the thermal conductivity of the energy-carrying fluid and the displacement heat transfer coefficient play an essential role. With the increase of global competition in various industries and the role of energy in the cost of production, these industries are strongly moving towards the development of advanced and new fluids with high thermal indices. One of the methods that has recently attracted the attention of researchers is adding metallic or non-metallic nanoparticles with higher thermal conductivity to base fluids such as water. The suspension resulting from the increase of nano-sized particles in the base fluid is called nanofluid. Of course, the addition of these particles causes several problems such as wear and increase in pressure drop, sedimentation, and instability of the suspension. In recent years, several studies have been conducted in the field of heat transfer efficiency in nanofluids. The reported results of heat transfer efficiency of nanofluids by different research centers and researchers are different from each other. There are two main schools of thought regarding heat transfer efficiency in nanofluids: one school claims that there is a significant increase in the heat transfer coefficient that does not require sacrificing much pump power. The increase of the heat transfer coefficient is limited and this increase of the heat transfer coefficient is balanced by the increase of the pumping power. The reported results of heat transfer efficiency of nanofluids by different research centers and researchers are different from each other. They studied displacement heat transfer and nanofluid flow in the tube. The results of their experiments show an increase in the displacement heat transfer coefficient and Nusselt number with an increase in the Reynolds number and volume density of nanoparticles in the turbulent flow.

Methodology

In this study, a part of the volume fluid under the influence of thermal dispersion effects related to suspended nano particles or any other dispersed element is considered, while the other part contains only pure fluid. The most obvious way to obtain a specific distribution for heat dissipative elements is to have extended conductive capillary surfaces on the channel plates. The volume of this structure is small enough that the parabolic distribution

assumption for the velocity field is still valid. Ultra-fine suspended particles such as nanoparticles, nanotubes or dispersion elements in the fluid play an important role in heat transfer inside the channel, which is due to Brownian motion, which tends to increase fluid mixing. This factor increases heat transfer. . By giving magnetic properties to nano particles and applying a suitable concentrated magnetic field, it is possible to concentrate the dispersed elements or nanoparticles more near the channel walls. In this way, the difference in thermal dispersion properties of nanofluids can be obtained. Appropriate thermal dissipative properties can be obtained using the various methods discussed in Section 1. Heavier nanoparticles or dispersed elements tend to be suspended near the bottom plane due to gravitational forces, while lighter nanoparticles or dispersed elements tend to be suspended near the upper plane due to buoyancy forces.

Results and discussion

By solving the problem, the spatial and average friction coefficient in the pipe is obtained. The obtained results show that the friction coefficient decreases with the increase of the Reynolds number, but the increase in the volume fraction of nanoparticles does not cause a significant change in the average friction coefficient of the pipe. The coefficient of friction is defined as follows. The pressure drop in the pipe is shown in terms of Reynolds number in different volume densities. The graph shows that with the increase in the volume fraction of nanoparticles, the pressure drop increases sharply. The reason for this can be due to the increase in viscosity and density of nanofluid compared to the base year. In order to check the correctness of the solution performed, Yang's laboratory conditions have been simulated again and the obtained results have been compared with the laboratory results. In Figure 4, the Nusselt number obtained from the numerical solution at a volume fraction of 2.55% is compared with Yang's laboratory results. It can be seen that the results obtained from single-phase analysis are closer to the laboratory results. The results of the two-phase model at a given Reynolds number predict a higher value for the Nusselt number.

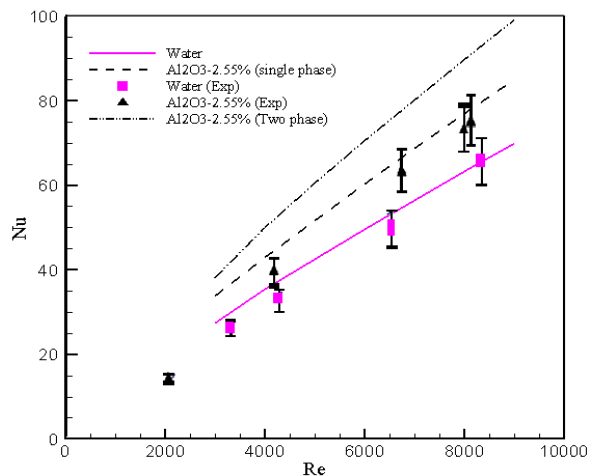


Figure 4. Comparison of the Nusselt number obtained from numerical analysis with Yang's experimental results [1].

Conclusion

The present study investigates the forced convection heat transfer in water-alumina nanofluid environment with two numerical approaches, single-phase and two-phase. In the single-phase model, the viscosity and thermal conductivity of the nanofluid were considered to vary with temperature and particle volume fraction. Comparing the numerical results obtained from the numerical solution with the laboratory results shows that the results of single-phase analysis are closer to the laboratory results. It was also observed that with the increase in the Reynolds number of the volume fraction, the Nusselt number and the heat transfer coefficient also increase. Regarding the pressure drop, the obtained results show that the pressure drop increases with the increase of the Reynolds number, and the slope of this increase is greater at higher volume densities. The friction coefficient also decreases with the increase of the Reynolds number and has insignificant changes compared to the volume fraction changes.



مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی اجباری و افت فشار در جریان توربولانس در محیط نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با استفاده از رویکرد تک فازی و دو فازی

محمدعلی کاظمی^۱، امیر بصیری پارسا^{۲*}

- ۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، آموزشکده شهید مفتح، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران.
- ۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

در این تحقیق، انتقال حرارت جابجایی و افت فشار در محیط نانوسیال آب-آلومینا در درون یک لوله به روش عددی مطالعه شده است. در مطالعه عددی از دو روش تک فازی و دو فازی اویلرین استفاده شده است. لوله تحت شار حرارتی ثابت قرار داشته و محدوده‌ی عدد رینولدز بین ۳۰۰۰ تا ۹۰۰۰ می باشد. در مدل سازی تک فازی نانوسیال، خواص حرارتی و جریانی نانوسیال وابسته به دما و کسر حجمی در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده بیانگر افزایش ضریب انتقال حرارت و افت فشار در نانوسیال نسبت به سیال پایه می باشد. افزایش عدد رینولدز جریان و کسر حجمی نانوسیال، باعث افزایش عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت خواهد شد. با افزایش کسر حجمی نانوسیال ضریب اصطکاک تغییر چندانی نمی کند ولی با افزایش عدد رینولدز کاهش می یابد. مقایسه نتایج این مطالعه عددی با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که نتایج تحلیل تک فازی با نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر است.

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴

بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۱/۲۹

پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۸/۰۶

کلید واژگان:

حل عددی

نانوسیال

انتقال حرارت دوفازی

توربولانس

*نویسنده مسئول: امیر بصیری پارسا

پست الکترونیکی:

amirbparsa@hut.ac.ir



مقدمه

در بسیاری از کاربردهای صنعتی، حرارت تولید شده بایستی بوسیله یک سیال به سیستم وارد یا از آن خارج شود. بنابراین می‌توان گفت که پدیده انتقال حرارت نقش بسیار مهمی در صنعت بازی می‌کند. در مساله بازده انتقال حرارت در تجهیزاتی نظیر مبدل‌های حرارتی، هدایت حرارتی سیال حامل انرژی و ضریب انتقال حرارت جابجایی نقش اساسی را بر عهده دارند. با افزایش رقابت جهانی در زمینه صنایع مختلف و نقش انرژی در هزینه‌ی تولید، این صنایع به شدت به سمت توسعه‌ی سیالات پیشرفته و جدید با شاخص‌های حرارتی بالا پیش می‌روند. یکی از روش‌هایی که اخیراً مورد توجه محققین قرار گرفته افزودن نانوذرات فلزی و یا غیر فلزی با هدایت حرارتی بالاتر به سیالات پایه نظیر آب است. سوسپانسیون حاصل از افزایش ذرات در اندازه نانو به سیال پایه نانوسیال نامیده می‌شود. البته افزودن این ذرات باعث بروز مسائل متعددی از جمله ساییدگی و افزایش افت فشار و رسوب و عدم پایداری سوسپانسیون نیز می‌شود. در سال‌های اخیر مطالعات متعددی در زمینه کارایی انتقال حرارت در نانوسیالات انجام گرفته است. نتایج گزارش شده از کارایی انتقال حرارتی نانوسیالات توسط مراکز تحقیقاتی مختلف و محققین با یکدیگر متفاوت است. دو حوزه اصلی تفکر در زمینه کارایی انتقال حرارت در نانو سیال ها وجود دارد: یک حوزه ادعا می‌کند که افزایش معنی داری در ضریب انتقال حرارت وجود دارد و این مستلزم قربانی کردن قدرت پمپ زیادی نیست. مکتب دیگر ادعا می‌کند افزایش ضریب انتقال حرارت محدود است و این افزایش ضریب انتقال حرارت با افزایش قدرت پمپاژ تعادل می‌یابد [۱]. نتایج گزارش شده از کارایی انتقال حرارتی نانو سیالات توسط مراکز تحقیقاتی مختلف و محققین با یکدیگر متفاوت است. ژوان و لی [۲] انتقال حرارت جابجایی و جریان سیال نانو را در لوله مطالعه کردند. نتایج آزمایش آنان نشان دهنده افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز و تراکم حجمی نانوذره در جریان توربولانس است. در مقایسه با آب، در تراکم حجمی ۲۰٪ از نانو ذرات مس، عدد ناسلت ۳۹٪ افزایش نشان می‌دهد. ویلیامز و همکاران [۳] نانوسیالات ZrO_2 و Al_2O_3 در آب را در جریان داخل لوله افقی با شار حرارتی ثابت بررسی کردند. آنها دریافتند که در جریان توربولانس ($3000 < Re < 6300$) عدد ناسلت می‌تواند با رابطه دیتوس-بولتر^۱، وقتی خواص نانو سیال در رابطه جاگذاری شود بدست آید. این نتایج پیشنهاد می‌کند که هیچ مکانیزم جدیدی در انتقال حرارت برای نانوسیالات وجود ندارد. رئا و همکاران [۴] با استفاده از نانوسیالات ZrO_2 و Al_2O_3 در آب در جریان آرام در حال توسعه گرمایی دریافتند که اعداد ناسلت محلی اندازگیری شده از آزمایش با نتایج تحلیلی مطابقت دارد. نتایج آنها در جریان آرام نشان می‌دهد که نانوسیالات رفتار مخلوط‌های همگن را از خود نشان می‌دهند. فتوکیان^۲ و اصفهانی [۵] انتقال حرارت جابجایی و افت فشار را در نانو سیال رقیق آب اکسید مس در جریان توربولانس به صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. نتایج آزمایش‌های آنها نشان می‌دهد که مقاومت در برابر جاری شدن حتی در تراکم پایین نانوذرات نسبت به سیال پایه چشمگیر است و رابطه تئوری بونگورنو نتایج آزمایشگاهی را به خوبی پیش بینی می‌کند. پاک و چو [۶] انتقال حرارت و اصطکاک نانوسیال‌های آب-اکسید آلومینیوم و آب-دی اکسید تیتانیوم را در لوله به صورت آزمایشگاهی مطالعه کردند. آزمایش‌های آنها نشان داد که ضریب انتقال حرارت جابجایی در تراکم حجمی ۳٪، به میزان ۱۲٪ از سیال خالص کمتر است. این در حالی است که ما شاهد افزایش چشمگیر در ویسکوزیته نسبت به سیال پایه هستیم. بیانکو^۳ و همکاران [۷] جابجایی اجباری در لوله را در جریان توربولانس به روش عددی مطالعه کردند. آن‌ها از روش تک فاز و دوفازی برای شبیه سازی عددی استفاده کردند و نتایج آنها توافق خوبی با روابط ارائه شده دارد. بهزاد مهر و همکاران [۸] انتقال حرارت جابجایی اجباری را درون یک لوله دایره‌ای در محیط نانوسیال آب-اکسید

^۱ Dittus-Boelter^۲-Fotukian^۳-bianco

مس ۱ با دو روش تک فازی و دو فازی مطالعه کردند. آنها گزارش کردند که نتایج تحلیل دو فازی به نتایج داده های آزمایشگاهی نزدیکتر است. در عوض یو و همکارانش [۹] در موسسه آرگون در سال ۲۰۱۱ در یک جمع بندی عنوان کردند که به منظور پیش بینی ضریب انتقال حرارت جابجایی در جریان آشفته و در تراکم های پایین نانوذرات، می توان نانوسیال را یک محیط همگن در نظر گرفت و از تئوری های تک فازی برای محاسبه انتقال حرارت استفاده کرد. مطابق با تحقیقات صورت گرفته انتظار می رود که افزایش انتقال حرارت در نانوسیالات، در اثر افزایش سرعت جریان و در نتیجه افزایش اثرات اختلاطی مرتبط با حرکت براونی نانو ذرات، بیشتر شود. این اثرات اختلاطی در اصطلاح به عنوان اثر پراکندگی حرارتی [۱۰] شناخته می شود. جنبه های دیگری از اثرات پراکندگی را می توان در برخی از آثار اخیر (۱۱-۱۶) یافت. لی و ژوان [۲] افزایش ۶۰٪ در انتقال حرارت همرفتی در داخل یک کانال پر شده با نانو سیال را گزارش کردند. این افزایش قابل توجه نشان می دهد که پراکندگی حرارتی مکانیسم اصلی برای انتقال حرارت در داخل جریان همرفتی است. چالش جدید پیدا کردن روش دیگری برای بهبود عملکرد سیستم های خنک کننده است. همچنین سایه‌وند و بصیری پارسا [۱۷] در مطالعه‌ای عددی، جریان و انتقال حرارت نانوسیال را در کانالی با محیط متخلخل و میدان مغناطیسی یکنواخت، به کمک روش طیفی خطی سازی موضعی بررسی کرده‌اند. اثرات حرکت براونی و ترموفوریزس نیز لحاظ شده است. صحت حل عددی با روش رانگ-کوتای مرتبه چهارم تأیید شده و تأثیر پارامترهایی مانند عدد هارتمن، دارسی، پرانتل، اشمیت، اکرت، ضخامت ناحیه متخلخل و پارامترهای نانوذرات بر سرعت، دما، غلظت، عدد ناسلت و شروود تحلیل شده است.

در تحقیق حاضر، روشی برای افزایش ویژگی های انتقال حرارت از طریق استفاده از نانوسیال با خواص پراکندگی حرارتی مناسب پیشنهاد و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. این کار را می توان با داشتن یک توزیع مناسب برای ذرات نانو انجام داد. از لحاظ فیزیکی، توزیع ذرات نانو با استفاده از روش های مختلفی کنترل می شود: (الف) داشتن نانوذرات با اندازه و یا خواص فیزیکی مختلف، (ب) استفاده از نیروهای مغناطیسی مناسب همراه با نانوذرات مغناطیسی، (ج) استفاده از نیروهای گریز از مرکز مناسب و (د) استفاده از نیروهای الکترواستاتیک مناسب همراه با نانو ذرات باردار الکتریکی. توزیع های مختلفی از نانوذرات را می توان با استفاده از ترکیباتی متفاوت از روش های فوق به دست آورد. به عنوان مثال، نانوذرات متراکم تر مانند نانوذرات مس و یا ذرات با اندازه بزرگتر تمایل به تعلیق در ارتفاعات پایین تر در ماده مبرد را دارند. با این حال، نانوذرات با چگالی کمتر مانند نانوذرات کربن و یا ذرات با اندازه کوچکتر تمایل به تعلیق در ارتفاعات بالاتر مایعات متراکم تر مانند محلول های آبی و فلزات مایع را دارند. به این ترتیب، خواص پراکندگی حرارتی غیر همگن را می توان به دست آورد. اثرات گریز از مرکز تمایل به تولید خواص پراکندگی حرارتی متمرکز در نزدیکی حداقل یکی از مرزها را دارد. از سوی دیگر، خواص پراکندگی حرارتی غیر همگن در داخل مایع مبرد می تواند با اتصال به صفحات پره نازک انعطاف پذیر در ستگاه خنک کننده مانند مو با طول مناسب، به دست آید. حرکت براونی محیط مویین معلق موجب افزایش خواص پراکندگی حرارتی به خصوص در نزدیکی صفحات دستگاه های خنک کننده می شود و می توان آن را با یک سیستم تعلیق مناسب برای به دست آوردن هر گونه خواص پراکندگی حرارتی مورد نیاز استفاده کرد.

در این تحقیق، افزایش انتقال حرارت در داخل یک کانال پر شده با مایع مبرد همراه با خواص پراکندگی حرارتی مختلف، تحلیل می شود. ترتیبات مختلف برای نانوذرات و یا عناصر پراکنده در نظر گرفته می شود. در یک آرایش خاص، نانوذرات یا همان عناصر پراکنده به صورت یکنواخت در نزدیکی مرکز کانال ترتیبات توزیع شده است. در آرایش دیگر، آنها به طور یکنواخت در نزدیکی مرز کانال توزیع شده‌اند. توزیع نمایی و یا سهموی نیز برای نانو ذرات مورد تجزیه و

^۱-Water/Cuo

تحلیل قرار گرفته است. معادلات انرژی برای هر کدام از مناطق مربوطه به شکل بی بعد در خواهند آمد. نتایج عددی برای عدد ناسلت و توزیع درجه حرارت ارائه شده است.

مدل سازی ریاضی

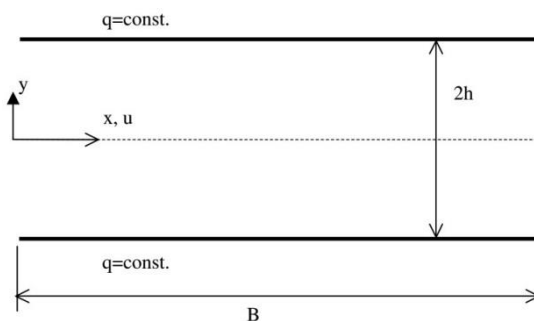
جریان سیال داخل کانال دو بعدی به ارتفاع $2h$ و طول B را در نظر بگیرید. محور x در امتداد خط مرکزی کانال و محور y در جهت عمود بر آن فرض می شود (شکل ۱). سیال عبوری که می تواند بصورت سیال خالص و یا نانو سیال باشد یک سیال نیوتنی با خواص متوسط ثابت (به جز هدایت حرارتی جهت محاسبه اثرات پراکندگی حرارتی) فرض می شود. شار گرمایی یکنواخت و ثابت q به دو دیواره کانال اعمال می شود. معادله انرژی در این شرایط به صورت زیر است:

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (1)$$

میدان سرعت u در داخل کانال را توسعه یافته فرض می کنیم. حجم عناصر تفرق بسیار کوچک بوده بطوریکه پروفیل سرعت را می توان به شکل سهموی در نظر گرفت:

$$\frac{u}{u_m} = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right) \quad (2)$$

وقتی u_m سرعت متوسط جریان است.



شکل ۱. جریان سیال داخل کانال دو بعدی به ارتفاع $2h$ و طول B

برای نانوسیال یا همان رژیم تفرق حرارتی پارامتر ρc_p باید به صورت $(\rho c_p)_{nf}$ تعریف شود که داریم [۲]:

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi (\rho c_p)_p \quad (3)$$

درحالیکه زیرنویس های f و p به ترتیب به نانو سیال یا همان رژیم تفرق، سیال خالص و ذرات جامد اشاره دارند. پارامتر ϕ هم کسر حجمی المان های تفرق یا همان نانوذرات است که برابر با نسبت حجم ذرات نانو به حجم کل است.

ذرات معلق فوق العاده ریز از قبیل نانوذرات، نانولوله ها یا عناصر تفرق در سیال نقش مهمی در انتقال حرارت در داخل کانال به عنوان بازی می کنند که این نقش به واسطه حرکت براونی^۱ است که تمایل به افزایش اختلاط

^۱ Brownian motion

سیال دارد. این عامل انتقال حرارت را افزایش می دهد. تصحیحات ارائه شده در مقاله لی و ژوان [۱۷] برای اعداد ناسلت در جریان های لایه ای یا آشفته نشان می دهد که انتقال حرارت در حضور نانو ذرات افزایش یافته که این میزان در اثر افزایش کسر حجمی نانوذرات، قطر نانوذرات و سرعت جریان بیشتر نیز خواهد شد. خالد و وفایی [۱۰] بر پایه مدل ارائه شده در مرجع [۲] مدل خطی زیر را برای هدایت حرارتی موثر نانوسیال ارائه کردند:

$$k = k_0 + C^* (\rho c_p)_{nf} \phi u \quad (4)$$

به لحاظ فیزیکی معادله فوق یک تقریب درجه اول برای هدایت حرارتی نانوسیال است که دارای یک رابطه خطی با ظرفیت گرمایی ذرات نانو می باشد. هدایت حرارتی موثر نانوذرات تحت شرایط سکون ($u = 0$) از رابطه پیشنهاد شده توسط واسپ و همکارانش [۱۸] بدست می آید:

$$\frac{k_0}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + 2\phi(k_f - k_p)} \quad (5)$$

این نشان می دهد که تفرق حرارتی مکانیسم اصلی برای افزایش انتقال حرارت در داخل کانال پر شده با نانوسیال در شرایط همرفتی است. بی بعد سازی معادله (۱) با متغیرهای بی بعد زیر صورت می گیرد:

$$X = \frac{x}{h}, \quad Y = \frac{y}{h}, \quad U = \frac{u}{u_m}, \quad \theta = \frac{T - T_1}{qh/k_f} \quad (6)$$

با جایگذاری متغیرهای بی بعد فوق در معادله (۱) داریم:

$$PeU \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{k}{k_f} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (7)$$

در حالیکه عدد پکلت^۱ به شکل زیر تعریف می شود:

$$Pe = \left(\frac{\rho c_p u_m h}{k_f} \right) \quad (8)$$

با توجه به مدل ارائه شده در مرجع [۲] داریم:

$$\frac{k}{k_f} = \frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \phi U_{nf}, \quad \lambda = C^* Pe_f, \quad Pe_f = \left(\frac{(\rho c_p)_f u_m h}{k_f} \right) \quad (9)$$

در این تحقیق بخشی از سیال حجم را تحت تاثیر اثرات پراکندگی حرارتی وابسته به ذرات معلق نانو یا هر عنصر پراکنده دیگری در نظر می گیریم در حالی که بخش دیگر تنها حاوی سیال خالص است. بارزترین روش برای به دست آوردن توزیع خاص برای عناصر پراکنده حرارتی داشتن سطوح گسترش یافته موئین هادی روی صفحات کانال است. حجم این ساختار به اندازه کافی کوچک است که فرض توزیع سهموی برای میدان سرعت همچنان معتبر است. همچنین، خواص پراکندگی حرارتی غیر همگن را می توان با داشتن نانوذرات با تراکم های مختلف و یا اندازه های مختلف به دست آورد. نانوذرات یا عناصر پراکنده سنگین تر به دلیل نیروهای گرانشی تمایل به تعلیق نزدیک به صفحه پایینی دارند، در حالی که نانوذرات یا عناصر پراکنده سبک تر به علت نیروهای شناوری تمایل به تعلیق نزدیک صفحه بالایی را دارند. با دادن خاصیت مغناطیسی به ذرات نانو و اعمال میدان مغناطیسی متمرکز مناسب می توان عناصر پراکنده یا همان نانو ذرات را بیشتر در نزدیکی دیواره های کانال متمرکز کرد. به این ترتیب، تفاوت در خواص پراکنده حرارتی نانوسیال می تواند به دست آید. خواص پراکنده حرارتی مناسب می تواند با استفاده از روش های مختلف بحث شده در بخش ۱ به دست آید.

معادله انرژی بی بعد برای بخش شامل پراکندگی حرارتی (حضور نانو ذرات) به شکل زیر است:

^۱ Peclet number

$$Pe_f \left(\frac{\rho c_p}{\rho c_p} \right)_{nf} U_{nf} \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U_{nf} \right) \frac{\partial \theta_{nf}}{\partial Y} \right) \quad (10)$$

در حالی که معادله انرژی برای حجم حاوی سیال خالص عبارت است از:

$$Pe_f U_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2}, \quad (11)$$

در این کار توزیع های مختلفی برای نانوذرات ارائه خواهد شد. در یکی از این توزیع ها همانطور که در شکل (۲) نشان داده شده است، منطقه ای که با اثرات پراکندگی حرارتی (نانو ذرات) در نظر گرفته می شود، منطقه ای مستطیل شکل به ارتفاع $2l$ حول خط مرکزی کانال است. در توزیع دیگر منطقه شامل اثرات پراکندگی حرارتی (نانوذرات) تنها در دو منطقه مستطیل شکل چسبیده به دیواره های کانال با ارتفاع یکسان l در نظر گرفته می شود (شکل (۳)). شرایط مرزی برای آرایش مرکزی (آرایش نوع اول) به صورت زیر است:

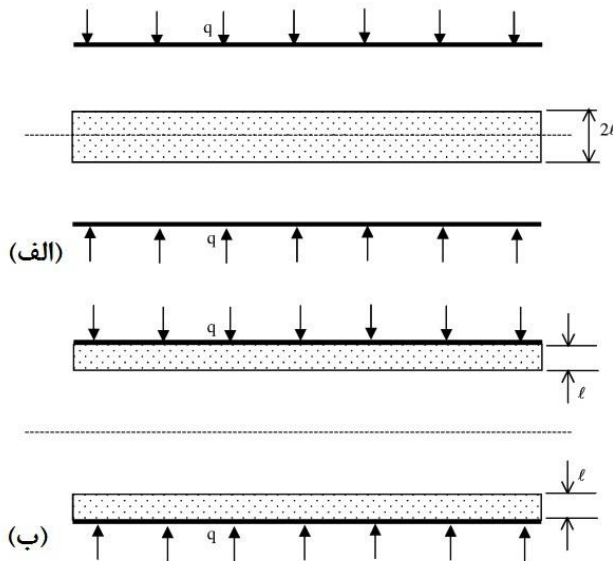
$$\frac{d\theta_{nf}(X, 0)}{dY} = 0, \quad \left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(\Lambda) \right) \frac{d\theta_{nf}(X, \Lambda)}{dY} = \frac{d\theta_f(X, \Lambda)}{dY},$$

$$\theta_f(X, \Lambda) = \theta_{nf}(X, \Lambda), \quad \frac{d\theta_f(X, 1)}{dY} = 1 \quad (12)$$

شرایط مرزی برای آرایش مرزی (آرایش نوع دوم) به صورت زیر است:

$$\frac{d\theta_f(X, 0)}{dY} = 0, \quad \left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(1 - \Lambda) \right) \frac{d\theta_{nf}(X, 1 - \Lambda)}{dY} = \frac{d\theta_f(X, 1 - \Lambda)}{dY},$$

$$\theta_f(X, 1 - \Lambda) = \theta_{nf}(X, 1 - \Lambda), \quad \left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi U(1) \right) \frac{d\theta_f(X, 1)}{dY} = 1 \quad (13)$$



شکل ۲. تزییق منطقه ای به ارتفاع 21 حول الف) خط مرکزی ب) خط مرزی

در معادلات فوق $\Lambda = l/h$. البته می توان توزیع های دیگری از جمله توزیع سهموی یا نمایی را برای عناصر تفرق در نظر گرفت. در مسئله حاضر تعداد کل عناصر تفرق (ذرات نانو) ثابت نظر گرفته می شود. به این ترتیب، کسر حجمی عناصر تفرق برای آرایش مرکزی و یا مرزی به ضخامت آنها بستگی داشته و از رابطه زیر بدست می آید:

$$\varphi = \frac{\varphi_0 h}{l} = \frac{\varphi_0}{\Lambda}, \quad (14)$$

که در آن φ_0 برابر کسر حجمی عناصر تفرق وقتی بطور یکنواخت کل حجم کانال را پر کرده اند، می باشد. با حل معادلات حاکم (۱۰) و (۱۱) تحت شرایط مرزی (۱۲) و (۱۳) می توان توزیع دمای داخل کانال بدست آورد. دمای متوسط روی دیواره کانال ($\bar{\theta}_w$) از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد:

$$\bar{\theta}_w = \frac{\int_0^B \theta(X, h) dX}{B}, \quad (15)$$

همچنین دمای حجمی متوسط θ_m در هر مقطع X کانال از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\theta_m(X) = \int_0^1 U(Y) \theta(X, Y) dY, \quad (16)$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیواره کانال در هر مقطع از X را می توان به شکل زیر بدست آورد:

$$Nu = \frac{h_c h}{k_f} = \frac{1}{\theta_w(X) - \theta_m(X)}, \quad (17)$$

در رابطه اخیر h_c ضریب انتقال حرارت جابجایی در روی صفحات کانال است و $\theta_w(X)$ دمای صفحات کانال در هر مقطع X از کانال است.

روش عددی

روش عددی مورد استفاده در این تحقیق جهت حل معادلات دیفرانسی حاکم، روش تفاضل محدود^۲ است. معادلات (۹) و (۱۰) با استفاده از تفاضل مرکزی سه نقطه^۳ در جهت Y و تفاضل رو به عقب^۴ برای گرادیان دما در جهت X گسسته می شوند. در نتیجه سیستم سه قطری از معادلات جبری در $X = \Delta X$ حاصل می شود که با استفاده از الگوریتم توماس [۱۹] حل خواهد شد. این روش برای مقادیر متوالی X از ناحیه ورودی کانال تا شرایط توسعه یافتگی گرمایی و زمانی که X به مقدار B برسد ادامه می یابد. لازم به ذکر است همانطور که قبلا نیز عنوان شد، در معادلات حاکم بر مسئله پروفیل سرعت در داخل کانال را توسعه یافته فرض کرده و از آنجا که حجم عناصر تفرق بسیار کوچک است پروفیل سرعت را می توان به شکل سهموی و معادله (۲) در نظر گرفت.

مطالعه شبکه

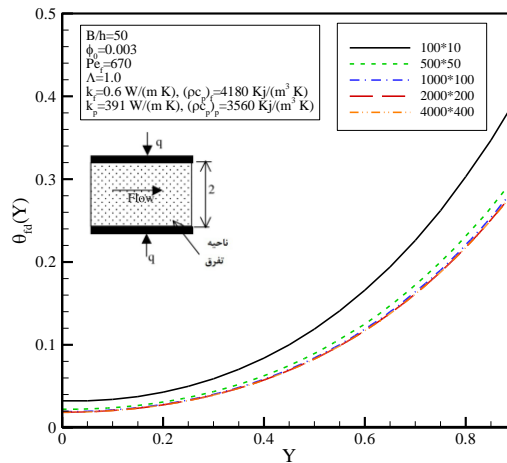
^۱ Mean bulk temperature

^۲ Finite difference method

^۳ Three points central differencing

^۴ Backward differencing

دستگاه معادلات غیر خطی حاکم بر مساله، با استفاده از روش تفاضل محدود با استفاده از نرم افزار فرترن^۱ و با الگوریتم ضمنی حل شده است. به منظور بررسی استقلال جواب های بدست آمده از شبکه حل، معادلات حاکم با استفاده از چندین شبکه حل شد. تاثیر شبکه بر پارامترهای مختلف به دقت مورد بررسی قرار گرفت. اگر تعداد تقسیمات شبکه در جهت محوری X را با NX و تعداد تقسیمات شبکه در جهت عرضی Y را با NY نشان دهیم آنگاه به ازاء $NX * NY$ مختلف می توان حل معادلات را انجام داد. به عنوان نمونه در شکل (۳) پروفیل سرعت محوری در ناحیه توسعه یافته ($X = 50$) برای جریان در حالتی که عناصر تفرق (نانوذرات) از کل عرض کانال می گذرند، داده شده است. مشاهده می شود وقتی تعداد گره های شبکه بیشتر از 1000×100 گره می شود، دیگر ظریف تر کردن شبکه تاثیری در حل انجام شده ندارد بنابراین یک شبکه 1000×100 به عنوان شبکه حل انتخاب شده است.



شکل ۳. مقایسه پروفیل دما در ناحیه توسعه یافته ($X = 50$) جهت مطالعه شبکه

حل تحلیلی و اعتبار سنجی نتایج

با در نظر گرفتن حالت خاص و ساده شده ای از این مسئله شامل جریان توسعه یافته یکنواخت درون کانال بطوریکه $U = 1$ باشد، معادلات حاکم (۱۰) و (۱۱) به صورت زیر ساده خواهند شد:

$$\frac{\partial^2 \theta_{nf}}{\partial Y^2} = \frac{1}{\left(\frac{k_0}{k_f} + \lambda \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \varphi \right)} \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} = 1 \quad (19)$$

حل معادلات دیفرانسیل ساده (۱۸) و (۱۹) برای آرایش مرکزی (شکل ۲-الف و شرایط مرزی (۱۲)) به صورت

زیر خواهد بود:

^۱ Fortran

$$\frac{\theta_w(X) - \theta_{nf}(X,Y)}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} = \frac{1.5(\Lambda^2 - Y^2) + 1.5 \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (1 - \Lambda^2)}{\Lambda^3 - \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (\Lambda^3 - 1.5\Lambda^2 + 0.5) + 1.5 \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (1 - \Lambda^2)}, \quad 0 < Y < \Lambda \quad (20)$$

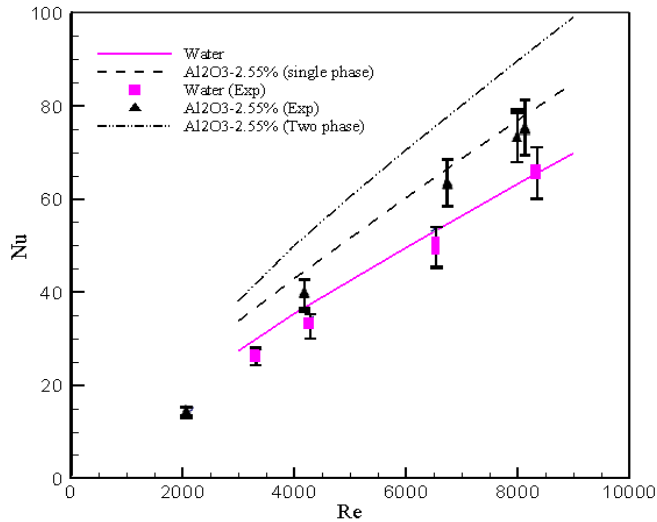
$$\frac{\theta_w(X) - \theta_f(X,Y)}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} = \frac{1.5(1 - Y^2) \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right)}{\Lambda^3 - \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (\Lambda^3 - 1.5\Lambda^2 + 0.5) + 1.5 \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (1 - \Lambda^2)}, \quad \Lambda < Y < 1 \quad (21)$$

بنابراین عدد ناسلت روی دیواره کانال در هر مقطع از X در این حالت به صورت زیر خواهد بود:

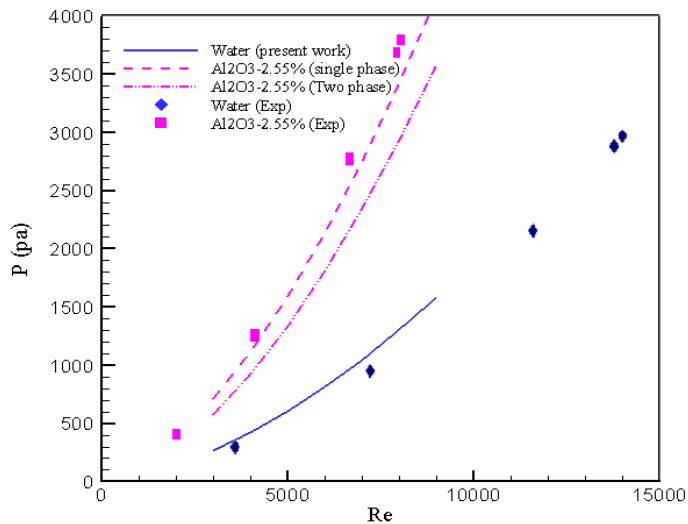
$$Nu_{fd} = \frac{1}{\theta_w(X) - \theta_m(X)} = \frac{3 \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right)}{\Lambda^3 - \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (\Lambda^3 - 1.5\Lambda^2 + 0.5) + 1.5 \left(\frac{k_0 + \lambda}{k_f} \frac{(\rho c p)_{nf}}{(\rho c p)_f} \varphi \right) (1 - \Lambda^2)}, \quad (22)$$

به منظور بررسی صحت حل انجام شده شرایط آزمایشگاهی یانگ^۱ [۱] دوباره شبیه سازی شده و نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در شکل ۴ عدد ناسلت بدست آمده از حل عددی در کسر حجمی ۲،۵۵٪ با نتایج آزمایشگاهی یانگ مقایسه شده است. مشاهده می شود که نتایج بدست آمده از تحلیل تک فاز به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر است. نتایج مدل دو فاز در یک عدد رینولدز مشخص مقدار بیشتری را برای عدد ناسلت پیش بینی می کند. همچنین مطابق این شکل نتایج عددی و آزمایشگاهی برای نانو سیال نسبت به آب خالص اختلاف بیشتری دارد. علت این موضوع تاثیر مدل سازی های مورد استفاده جهت تحلیل جریان نانو سیال است (مدل تک فاز و دو فاز) که نسبت به نتایج دقیق دارای تقریب هایی است منجر به بروز مقداری خطا در نتایج می گردد. اما در مورد آب خالص این تقریب ها وجود ندارد. در شکل ۵ افت فشار در لوله با نتایج آزمایشگاهی یانگ [۱] مقایسه شده است. در این نمودار نیز مشخص است که تحلیل تک فاز نتایج بهتری را از میدان جریان خواهد داد. هر دو روش تک فاز و دو فاز افت فشار کمتری نسبت به نتایج آزمایشگاهی پیش بینی می کنند که البته اختلاف روش تک فاز بسیار کمتر است. نتایج بدست آمده با نتایج یو و همکارانش از موسسه آرگون نیز همخوانی بسیار خوبی دارد.

^۱-Yijun Yang



شکل ۴. مقایسه عدد ناسلت بدست آمده از تحلیل عددی با نتایج آزمایشگاهی یانگ [۱]



شکل ۵. مقایسه افت فشار بدست آمده از تحلیل عددی با نتایج آزمایشگاهی یانگ [۱]

در شکل ۶ عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت در طول لوله در $Re = 6000$ نشان داده شده است. شار گرمایی اعمال شده به لوله در این موادها $q'' = 26332.09 \left(\frac{W}{m^2}\right)$ می باشد. مشاهده می شود جریان

بلافاصله بعد از ورودی لوله، به حالت توسعه یافتگی می رسد و همچنین افزایش غلظت نانوذرات آلومینا باعث افزایش عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت می شود. عدد ناسلت به صورت زیر تعریف شده است:

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial r}}{T_s(x) - T_m(x)} \quad (23)$$

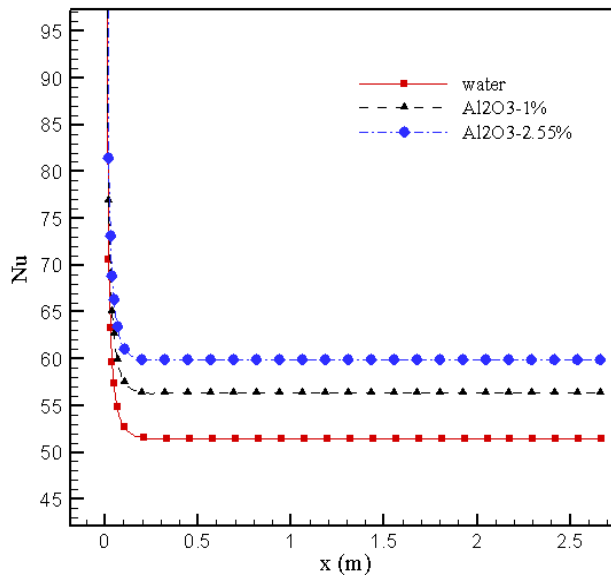
$$Nu = \frac{hd}{k} \quad (24)$$

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (25)$$

در شکل ۷ عدد ناسلت متوسط بدست آمده از روش تک فازی بر حسب عدد رینولدز رسم شده است. نمودار نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات عدد ناسلت افزایش می یابد. در همین نمودار عدد ناسلت بدست آمده از روابط تئوری دیتوس- بولتر ۱ و گنلینسکی ۲ برای سیال پایه آب رسم شده است. مقادیر عدد ناسلت بدست آمده از حل عددی برای آب به مقادیر پیش بینی شده با این دو مدل بسیار نزدیک است. رابطه دیتوس بولتر به صورت زیر می باشد [۲۰]:

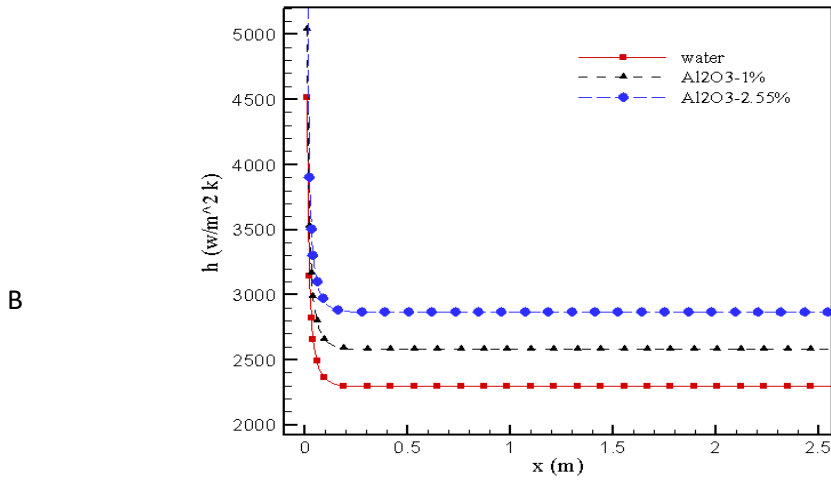
$$Nu = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} \quad (26)$$

A



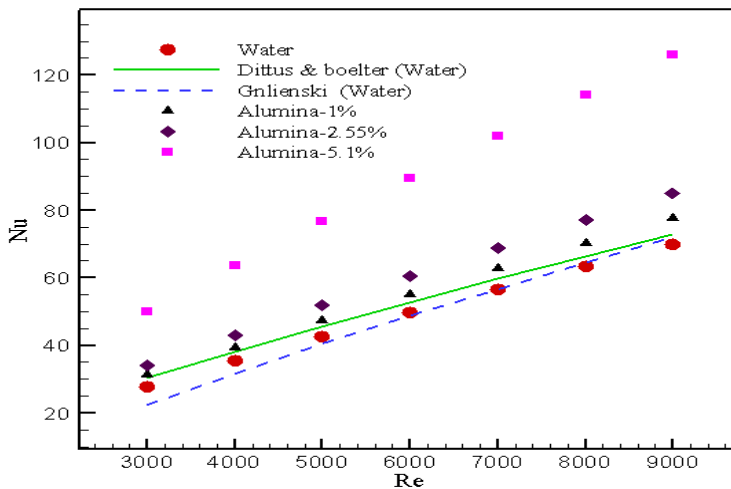
^۱-Dittus&Boelter

^۲-Gnlienski



شکل ۶. تاثیر افزایش کسر حجمی نانوذرات بر ناسلت موضعی و ضریب انتقال حرارت موضعی در

$Re = 6000$



شکل ۷. تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رینولدز با استفاده از نتایج روش تک فازی

و رابطه گنلینسکی نیز به صورت زیر می باشد [۲۰]:

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re_D - 1000)Pr}{1 + 1.27(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)} \quad (27)$$

که ضریب اصطکاک را از رابطه زیر می توان محاسبه کرد [۲۰]:

$$f = (0.79 \ln Re_D - 1.64)^{-2} \quad (28)$$

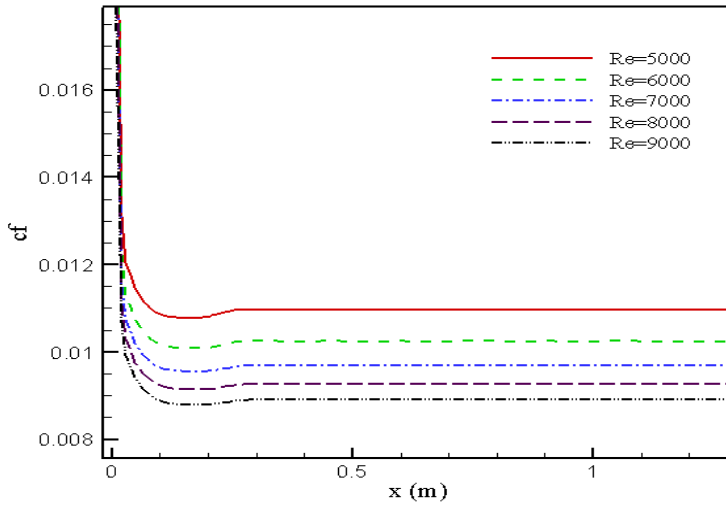
با حل مساله ضریب اصطکاک مکانی و متوسط در لوله بدست آمده و در شکل های ۸ و ۹ نشان داده شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک کاهش می یابد ولی با افزایش کسر حجمی نانوذرات باعث تغییر محسوسی در ضریب اصطکاک متوسط لوله نمی شود. ضریب اصطکاک بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (29)$$

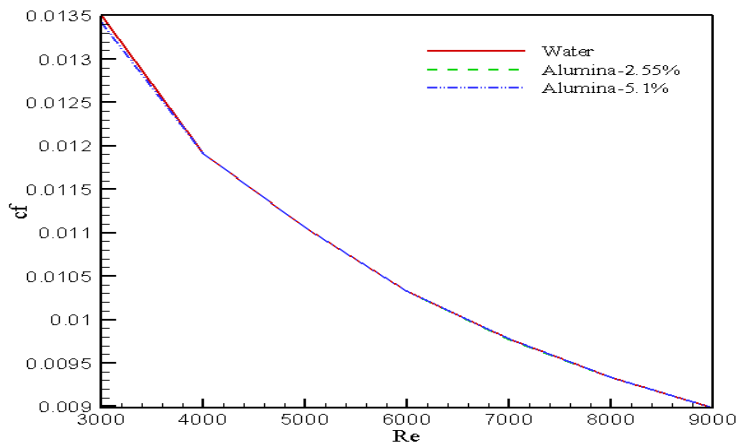
$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho U^2} \quad (30)$$

که μ و ρ به ترتیب ویسکوزیته و چگالی سیال هستند که در مورد نانوسیال از روابط ارائه شده در قبل بدست می آیند. لازم به ذکر است که مطابق شکل ۸ با افزایش عدد رینولدز و غلبه کردن نیروهای اینرسی بر نیروهای لجزت، ضریب اصطکاک کاهش یافته و اینرسی جریان غالب می شود، البته ضریب اصطکاک در اعداد رینولدز بسیار بزرگ به تدریج مستقل از عدد رینولدز خواهد شد که این موضوع نیز در شکل (۸) قابل رویت است. علت این است که ضخامت زیر لایه آرام (زیر لایه ویسکوز) با افزایش عدد رینولدز کاهش می یابد. برای اعداد رینولدز بسیار بزرگ، ضخامت زیر لایه آرام با زبری سطح قابل مقایسه است و مستقیماً بر جریان تأثیر می گذارد.

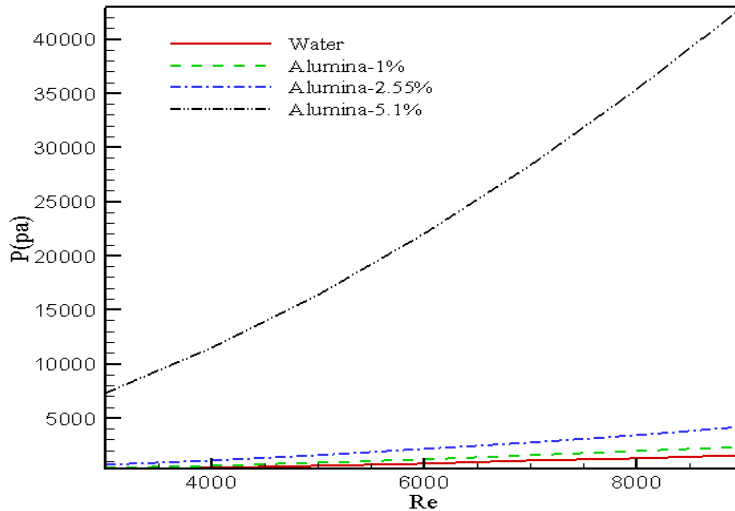
در شکل ۱۰ افت فشار در لوله بر حسب عدد رینولدز در تراکم های حجمی مختلف نشان داده شده است. نمودار نشان می دهد که با افزایش کسر حجمی نانوذرات افت فشار شدیداً افزایش می یابد. دلیل این امر می تواند به علت افزایش ویسکوزیته و چگالی نانوسیال نسبت به سال پایه باشد.



شکل ۸. تغییرات ضریب اصطکاک در طول لوله بر حسب عدد رینولدز



شکل ۹. تغییرات ضریب اصطکاک میانگین بر حسب عدد رینولدز



شکل ۱۰. افت فشار در لوله بر حسب عدد رینولدز

نتیجه گیری

در این مقاله انتقال حرارت جابجایی اجباری در محیط نانوسیال آب-آلومینا با دو رویکرد عددی تک فازی، و دوفازی به دقت مطالعه شد. در مدل تک فازی ویسکوزیته و هدایت حرارتی نانوسیال به صورت متغیر با دما و کسر حجمی ذرات در نظر گرفته شد. مقایسه نتایج عددی دست آمده از حل عددی با نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که نتایج تحلیل تک فازی به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر هستند. همچنین مشاهده شد که با افزایش عدد رینولدز و کسر حجمی، عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت نیز افزایش می یابد. در مورد افت فشار، نتایج به دست آمده نشان می دهد که با افزایش عدد رینولدز افت فشار بیشتر می شود که شیب این افزایش در تراکم‌های حجمی بالاتر بیشتر است. ضریب اصطکاک نیز با افزایش عدد رینولدز کاهش یافته و نسبت به تغییرات کسر حجمی تغییرات ناچیزی دارد.

References

- [1] Yang, Y., Oztekin, A⁺., Neti, S., & Mohapatra, S. (2011). *Characterization and Convective Heat Transfer With Nanofluids*. <https://doi.org/10.1115/AJTEC2011-44448>
- [2] Xuan, Y., & Li, Q. (2003). *Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids*. *Journal of Heat Transfer*, 125(1), 151-155. <https://doi.org/10.1115/1.1532008>
- [3] Williams, W., Buongiorno, J., & Hu, L.-W. (2008). *Experimental Investigation of Turbulent Convective Heat Transfer and Pressure Loss of Alumina/Water and Zirconia/Water Nanoparticle Colloids (Nanofluids) in Horizontal Tubes*. *Journal of Heat Transfer*, 130(4). <https://doi.org/10.1115/1.2818775>

- [4] Rea, U., McKrell, T., Hu, L.-W., & Buongiorno, J. (2009). *Laminar convective heat transfer and viscous pressure loss of alumina–water and zirconia–water nanofluids*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(7-8), 2042-2048. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.10.025>
- [5] Fotukian, S. M., & Nasr Esfahany, M. (2010). *Experimental study of turbulent convective heat transfer and pressure drop of dilute CuO/water nanofluid inside a circular tube*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 37(2), 214-219. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.10.003>
- [6] Pak, B. C., & Cho, Y. I. (1998). *HYDRODYNAMIC AND HEAT TRANSFER STUDY OF DISPERSED FLUIDS WITH SUBMICRON METALLIC OXIDE PARTICLES*. Experimental Heat Transfer, 11(2), 151-170. <https://doi.org/10.1080/08916159808946559>
- [7] Bianco, V., Manca, O., & Nardini, S. (2011). *Numerical investigation on nanofluids turbulent convection heat transfer inside a circular tube*. International Journal of Thermal Sciences, 50(3), 341-349. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2010.03.008>
- [8] Behzadmehr, A., Saffar-Avval, M., & Galanis, N. (2007). *Prediction of turbulent forced convection of a nanofluid in a tube with uniform heat flux using a two phase approach*. International Journal of Heat and Fluid Flow, 28(2), 211-219. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.04.006>
- [9] Lotfi, R., Saboohi, Y., & Rashidi, A. M. (2010). *Numerical study of forced convective heat transfer of Nanofluids: Comparison of different approaches*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 37(1), 74-78. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.07.013>
- [10] Khaled, A. R. A., & Vafai, K. (2005). *Heat transfer enhancement through control of thermal dispersion effects*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 48(11), 2172-2185. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.12.035>
- [11] Corcione, M. (2011). *Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids*. Energy Conversion and Management, 52(1), 789-793. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2010.06.072>
- [12] Kazemi, M. A., Jafari, S. S., Musavi, S. M., & Nejati, M. (2018). *Analytical solution of convective heat transfer of a quiescent fluid over a nonlinearly stretching surface using Homotopy Analysis Method*. Results in Physics, 10, 164-172. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.05.036>
- [13] Kazemi, M. A., Javanmard, M., Taheri, M. H., & Askari, N. (2020). *Heat transfer investigation of the fourth-grade non-Newtonian MHD fluid flow in a plane duct considering the viscous dissipation, joule heating and forced convection on the walls*. SN Applied Sciences, 2(10), 1752. <https://doi.org/10.1007/s42452-020-03567-4>
- [14] Askari, M. M. M. K. N., Taheri, M. H., & Ghamati, M. (2021). *Semi-Analytical Solution of Unsteady Newtonian Fluid Flow and Heat Transfer between two Oscillation Plate under the Influence of a Magnetic Field*. Karafan Journal, 18(1), 35-62. <https://doi.org/10.48301/kssa.2021.131037>
- [15] Sayehvand, H.-O., & Basiri Parsa, A. (2018). *بررسی عددی و تحلیلی اثرات تفرق حرارتی بر انتقال حرارت جریان نانوسیال درون یک کانال*. Journal Of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 29(2), 21-40. <https://doi.org/10.22067/fum-mech.v29i2.58387>

- [16] Incropera, F. P., & De Witt, D. P. (1985). *Fundamentals of heat and mass transfer, 2nd edition*. John Wiley and Sons Inc., New York, NY.
<https://www.osti.gov/biblio/6008324>
- [17] Sayehvand, H.-O., & Basiri Parsa, A. (2017). *A new numerical method for investigation of thermophoresis and Brownian motion effects on MHD nanofluid flow and heat transfer between parallel plates partially filled with a porous medium*. *Results in Physics*, 7, 1595-1607.
<https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.02.004>
- [18] Edward J. Wasp, J. P. K., Ramesh L. Gandhi. *Solid-liquid Flow Slurry Pipeline Transportation*. Trans Tech Publications.
- [19] Anderson, J. D. *Computational Fluid Dynamics: The Basics With Applications*. McGraw-Hill.
- [20] Dittus, F. W., & Boelter, L. M. K. (1985). *Heat transfer in automobile radiators of the tubular type*. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 12(1), 3-22. [https://doi.org/10.1016/0735-1933\(85\)90003-x](https://doi.org/10.1016/0735-1933(85)90003-x)