



Design a Cable Robot for Lower Limb Rehabilitation Using Impedance Control Approach

Farhad Rezvani¹, Hamidreza Mohammadi Daniali^{2*}, khodabakhsh Javanshir³

^{1,2} Department of Solid Mechanics, Faculty of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran.

³ Department of Physiotherapy, Faculty of Physiotherapy, Babol University of Medical Sciences, Babol, Iran.

ARTICLE INFO

Article Type:

Original Research

Received: 16.09.2024

Revised: 08.11.2024

Accepted: 13.01.2025

Keyword:

Cable Robot
Rehabilitation
Lower Limbs
Sagittal Plane
Multi-input Multi-output
Impedance Control

*Corresponding Author:

Hamidreza Mohammadi Daniali

Email:

mohammadi@nit.ac.ir

ABSTRACT

This article discusses the control of the planar motion of a cable robot designed for the rehabilitation of lower limbs to strengthen weakened muscles. The proposed cable robot has two degrees of freedom and consists of four cables. First, the motion model of the lower limbs in the sagittal plane is derived. The extracted dynamic system is multi-input multi-output with nonlinear behavior. One of the challenges of this study was to derive a control algorithm for the aforementioned system to simultaneously control the joint angles and the torques applied to them. For this purpose, the impedance control approach was used to design a control algorithm that meets the desired objectives. Another challenge of this research was to distinguish between the torques applied to the joints by the patient and the innate torques of the joints. A method for estimation was proposed to overcome this challenge. Simulation results show that the proposed control algorithm can achieve the objectives examined in this study. The designed robot helps to strengthen the patient's muscles by opposing the patient's movement in 99.7% of the movement period.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Physical therapy is a common approach to rehabilitation but has limitations regarding accessibility and the intensity of exercises provided by the therapist. Additionally, conventional exercises are time-consuming, expensive, and dependent on the therapist's experience. In this context, robotic rehabilitation offers advantages such as repetitive exercises with consistent performance over extended periods and quantitative measurements for performance analysis.

Rehabilitation robots are generally categorized into three main types based on how they connect to the user: end-effector, exoskeleton, and planar. End-effector robots are typically attached to the user's body, while exoskeleton robots wrap around the body and independently control each joint. Planar robots only allow movement in a specific plane relative to the attachment points on the human body.

For motor therapy, three different rehabilitation modes exist:

Passive mode, where the robot moves the limb along a pre-defined path.

Active-assisted mode, where the patient moves the limb with assistance from the robot along a pre-defined path.

Active-resistive mode, where the patient attempts to move the limb against a resistive force generated by the robot.

Early studies on cable-driven rehabilitation robots were presented by Aldo Rossi at the University of Padua, Italy, and have been applied in later years. Subsequently, Venkata et al. designed a robot with four cables for axial movement aimed at ankle rehabilitation, consisting of two platforms on the patient's foot and shin. In this robot, the control design uses a constant torque to provide resistance in the active-resistive mode.

In this study, a cable-driven rehabilitation robot with four cables and two degrees of freedom is examined, and a control algorithm is designed for rehabilitation in active-resistive mode. Based on the simulation of joint movement, the pain threshold is considered as a criterion for the patient's range of motion. Impedance control is used for rehabilitation. The impedance control structure is designed so that the impedance coefficients used have little dependency on the patient's ability level. Simulation results show that the designed robot meets the expected goals with good accuracy, and the tracking error in joint angles is minimal.

Methodology

Figure 1 shows the geometric parameters of the lower limbs and some of the forces and torques applied. m_1 and m_2 are the masses of the thigh and knee, respectively, and g is the acceleration due to gravity. The radii of gyration are R_1 and R_2 , respectively. Two linear torsional springs with stiffness constants K_1 and K_2 are connected to the hip and knee joints, respectively. Similarly, two linear torsional dampers with constants C_1 and C_2 are connected to the mentioned joints. The torques applied by the body to these joints are denoted as τ_{u1} and τ_{u2} , respectively.

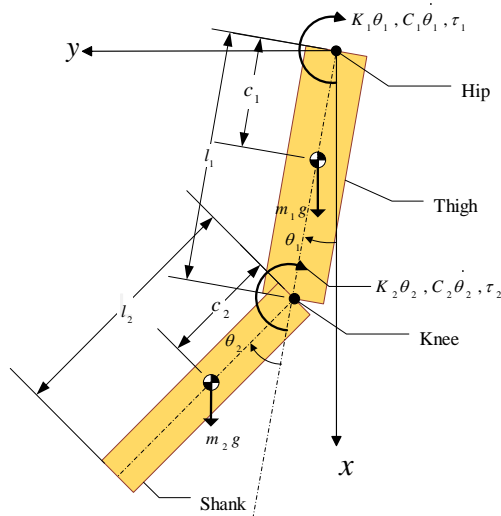


Figure 1. Schematic of the lower limbs and their corresponding parameters

The cable-driven robot with four cables and two degrees of freedom is attached to the leg. The parameters needed to describe the robot are shown in Figure 2. The distances between the cable attachment points on the leg and the central axis of the corresponding limb are represented by w_1 to w_4 . These are considered positive for cables behind the corresponding limb and negative for cables in front.

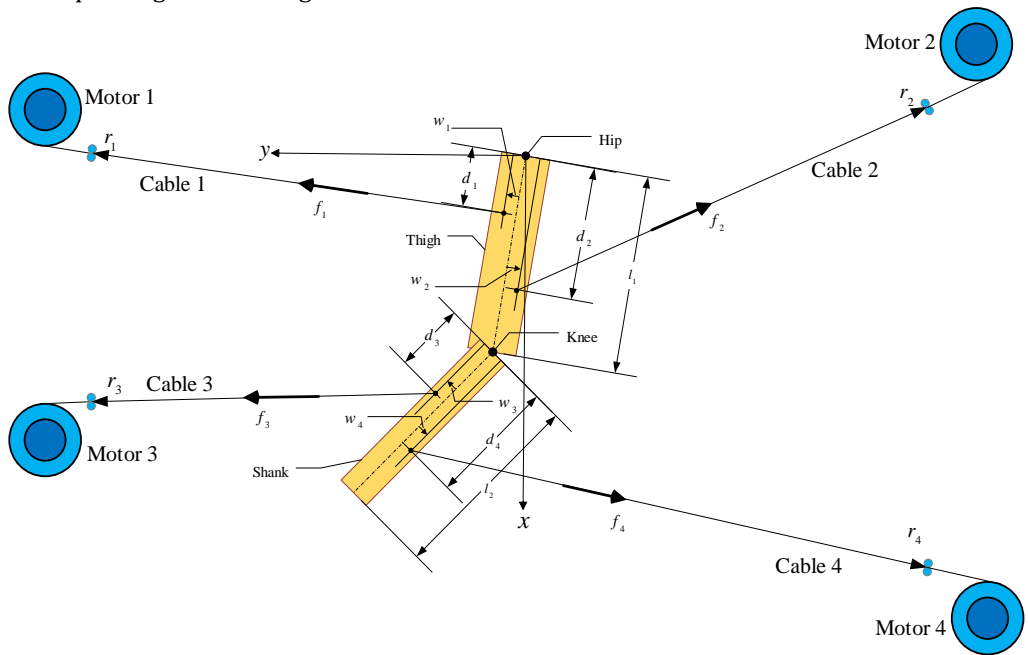


Figure 2. Schematic of the cable-driven robot attached to the lower limb

To derive the dynamic equations governing the movement of the lower limbs, the Lagrange method is used. The torques applied by the body to the hip and knee joints must be measured at each moment. Since measuring these torques accurately is either impractical or very difficult, estimated values are used.

In the final stage of motor rehabilitation, the patient reaches a level of ability where they can reasonably perform the pre-designed movement, but to reach the optimal state (as determined by the therapist), the muscles involved in the movement of the hip and knee joints need to be strengthened. For this purpose, the patient is first asked to perform a pre-designed movement. Then, to increase the patient's effort, a control algorithm is needed so that a torque is applied to these joints at every moment, opposing both the patient's movement and the torque applied by the patient. To achieve this, the torques applied by the cables to the patient's joints are first determined, and then the corresponding cable forces are calculated.

Results and discussion

The physical and geometric parameters related to the patient are presented in Table 1.

Table 1. Physical and geometric parameters related to the patient

Parameter	Value	Parameter	Value
m_1	6.8 (Kg)	m_2	3.6 (Kg)
l_1	0.472 (m)	l_2	0.466 (m)
R_1	0.28	R_2	0.26
c_1	0.4	c_2	0.45
K_1	1 (N.m)	K_2	1 (N.m)
C_1	0.2 (N.m.s)	C_2	0.2 (N.m.s)

In Figure 3, the cable force diagrams are shown. As can be seen, for the defined movement maneuver, except for a short interval at the beginning of the movement, Cable 2 is not significantly engaged. Since Cable 4 is connected to the front of the shin, it causes the shin to move forward, implicitly moving the thigh forward as well.

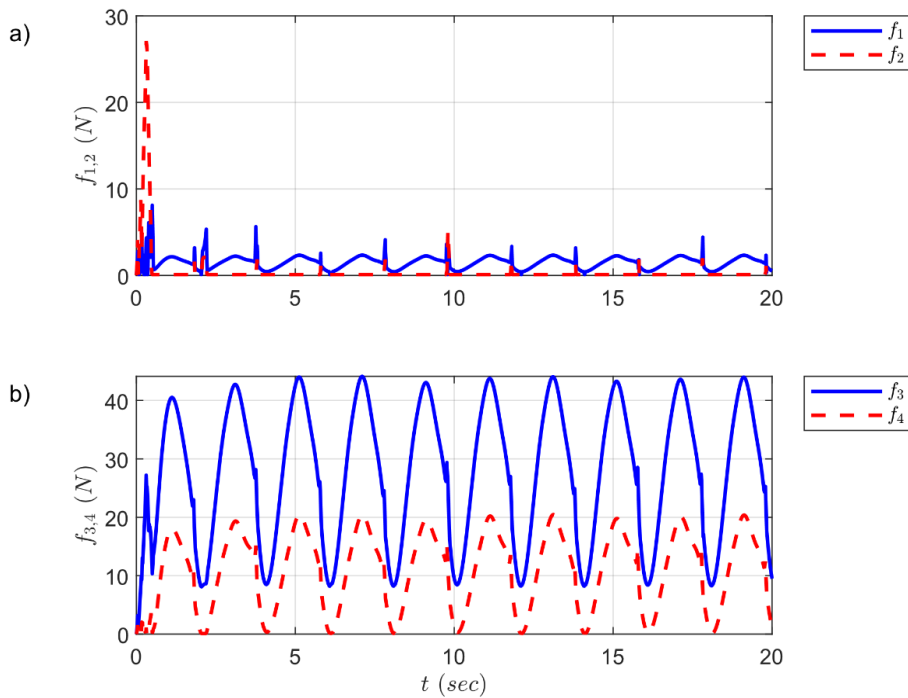


Figure 3. (a) Cable 1 force (-), Cable 2 force (--), (b) Cable 3 force (-), Cable 4 force (--)

Conclusion

In this paper, the simulation and control of a two-degree-of-freedom cable-driven robot with four cables in the sagittal plane for lower limb rehabilitation in active-resistive mode were studied. A method for estimating the torques applied to the joints by the patient was presented, and a control algorithm using an impedance control approach was designed. The algorithm can simultaneously control both the joint angles and the torques applied to them. A suboptimal approach considering practical constraints was taken to determine the cable forces.



طراحی یک ربات کابلی برای توانبخشی اندام‌های تحتانی با استفاده از روش کنترل امپدانس

فرهاد رضوانی^۱ (id)، حمیدرضا محمدی دانیالی^{۲*} (id)، خدابخش جوانشیر^۳ (id)

۱- گروه مهندسی مکانیک جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران.

۳- گروه فیزیوتراپی، دانشکده فیزیوتراپی، دانشگاه علوم پزشکی بابل، بابل، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۲۶

بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۸/۱۸

پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۰/۲۴

کلید واژگان:

ربات کابلی

توانبخشی

اندام‌های تحتانی

صفحه ساجیتال

چند-ورودی چند-خروجی

کنترل امپدانس

در این مقاله، موضوع کنترل حرکت صفحه‌ای ربات کابلی به منظور توانبخشی اندام‌های تحتانی بدن در راستای تقویت ماهیچه‌های بیمار بررسی شده است. ربات کابلی ارائه شده دارای دو درجه آزادی و شامل چهار کابل می‌باشد. نخست مدل حرکت اندام‌های تحتانی در صفحه ساجیتال استخراج شده است. سیستم دینامیکی استخراج شده چند-ورودی چند-خروجی و دارای رفتار غیرخطی است. استخراج الگوریتم کنترلی مرتبط با سیستم یادشده به منظور کنترل همزمان زوایای مفاصل و گشتاورهای اعمال شده به آنها یکی از چالش‌های این مطالعه بوده است. برای این منظور از رویکرد کنترل امپدانس برای طراحی الگوریتم کنترلی که بتواند اهداف مورد نظر را برآورده کند، استفاده شده است. یکی دیگر از چالش‌های این پژوهش، تفکیک گشتاورهای اعمال شده از سوی بیمار به مفاصل از گشتاورهای ذاتی مفاصل است. در این راستا یک روش تخمین برای غلبه بر این چالش ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که الگوریتم کنترلی ارائه شده می‌تواند اهداف مورد بررسی در این پژوهش را برآورده ساخته و ربات طراحی شده ضمن مخالفت با حرکت بیمار در ۹۹/۷ درصد بازه زمانی حرکتی، به تقویت ماهیچه‌های او کمک می‌کند.

*نویسنده مسئول: حمیدرضا محمدی

دانیالی

پست الکترونیکی:

mohammadi@nit.ac.ir



مقدمه

امروزه ربات‌ها کاربرد متنوعی دارند [۱-۳]. توانبخشی یکی از روش‌های مهم در بازیابی حرکتی بیماران می‌باشد. فیزیوتراپی یک رویکرد معمول برای توانبخشی است که محدودیت‌هایی در زمینه دسترسی‌پذیری و شدت تمرین‌های فیزیوتراپیست دارد. علاوه بر آن، تمرین‌های معمول یک فرآیند زمانبر، گران و همچنین وابسته به تجربه فیزیوتراپیست است. در این بین، توانبخشی رباتیک امکاناتی از جمله تمرین‌های تکراری با عملکرد یکنواخت برای مدت زمان طولانی و همچنین اندازه‌های کمی را برای تحلیل عملکرد فراهم می‌کند [۴].

معمولاً ربات‌های توانبخشی بر مبنای چگونگی اتصال به کاربر به سه دسته اصلی تقسیم‌بندی می‌شوند: مجری نهایی^۱، اسکلت خارجی^۲ و صفحه‌ای^۳ [۵]. ربات‌های مجری نهایی عموماً به بدن کاربر متصل می‌شوند [۶، ۷]. در حالی که ربات‌های اسکلت خارجی، به دور بدن انسان پیچیده می‌شوند و هر یک از مفاصل به صورت مستقل کنترل می‌شوند [۸-۱۰]. همچنین ربات‌های صفحه‌ای فقط اجازه حرکت در یک صفحه مشخص را به نقاط اتصال به بدن انسان می‌دهند [۱۱].

برای انتقال قدرت از منبع قدرت به ربات، رویکردهای متفاوتی استفاده می‌شود که عبارتند از: تسمه، چرخ‌دنده و کابل [۱۲]. در قیاس با انواع دیگر، ربات کابلی دارای ویژگی‌هایی از جمله اینرسی پایین، وزن سبک، نسبت بار به وزن بالا و فضای کاری بزرگ هستند [۱۳-۱۶]. لازم به ذکر است که ربات کابلی می‌تواند برای سه دسته اشاره‌شده استفاده شود که در پژوهش حاضر ربات کابلی طراحی شده از نوع مجری نهایی می‌باشد.

مطالعات اولیه در زمینه ربات‌های کابلی توانبخشی توسط آلدو روسی در دانشگاه پادوا ایتالیا ارائه شده است و در سال‌های بعد مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱۷-۱۹]. این ربات‌ها از یک پایه ثابت و یک مجری نهایی تشکیل شده‌اند که به وسیله کابل به هم متصل شده‌اند. با تغییر طول کابل در شرایطی که کابل‌ها در کشش باشند می‌توان مجری نهایی را جابجا کرد. ربات Sophia-3 اولین ربات کابلی تطبیقی برای توانبخشی دست با سه کابل طراحی شد. با افزایش افزونگی کابل‌ها و استفاده از یک ساختار خاص، ربات CALT برای توانبخشی اندام‌های تحتانی در یک بیمار آسیب‌دیده نخاعی طراحی شد [۲۰].

در این مقاله، ربات‌های کابلی توانبخشی از جنبه کاربرد بالینی به سه گروه اندام فوقانی، اندام تحتانی و کمر تقسیم می‌شوند. هر سه گروه یادشده بر حسب عملگرها، کنترلرها و تعامل با انسان مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین استراتژی‌های مختلف کنترلی در ربات کابلی، آنالیز و مزایا و معایب هر کدام نسبت به یکدیگر مورد تحلیل واقع شده است [۴]. LOPEZ، C-ALEX و cowalk-mobile2 نمونه‌هایی از ربات‌های توانبخشی برای اندام‌های تحتانی بدن هستند [۲۱-۲۴]. ربات طراحی شده در این مقاله، یک ربات ارزان بوده که از یک پایه ثابت و یک پلتفرم متحرک تشکیل شده است که قابلیت اتصال به هم‌دیگر توسط حداکثر شش کابل را دارد. توانبخشی مفاصل ران، زانو و مچ پا می‌تواند به وسیله ربات طراحی شده انجام پذیرد. پیکربندی ربات با توجه به مفصلی که قرار است بر روی آن فرآیند توانبخشی صورت پذیرد، انجام می‌گیرد [۲۳]. این ربات یک نمونه آزمایشگاهی از ربات کابلی توانبخشی است که برای کمک به نشست و برخاست افراد مسن طراحی شده است [۲۰].

^۱end-effector^۲exoskeleton^۳planar

برای درمان حرکتی، سه مود توانبخشی متفاوت وجود دارد: ۱- مود غیرفعال که در آن ربات کابلی عضو را در مسیر از پیش تعیین شده به حرکت در می‌آورد، ۲- مود فعال-کمکی^۲ که در آن بیمار عضو خود را با کمک ربات در مسیر از پیش تعیین شده حرکت می‌دهد و ۳- مود فعال-مقاومتی^۳ که در آن بیمار تلاش می‌کند عضو خود را در جهت خلاف نیروی مقاومی که ربات ایجاد می‌کند حرکت دهد [۲۵]. برخی از پژوهش‌های انجام شده در حوزه سیستم‌های کنترلی ربات‌های توانبخشی اندام‌های تحتانی جهت تنظیم موقعیت در منبع [۲۶] آورده شده است. در این راستا، یک استراتژی برای ارزیابی تعامل بین ربات و بیمار ارائه شده است [۲۷]. یک ربات با چهار کابل برای حرکت محوری جهت توانبخشی مچ پا طراحی شده است که از دو پلتفرم بر روی کف و ساق پای بیمار تشکیل شده است. در این ربات، طراحی کنترلی به گونه‌ای است که در مود فعال مقاومتی یک گشتاور ثابت جهت اعمال مقاومت به کار گرفته شده است [۲۸].

روش‌های کنترلی متداول و پرکاربرد مورد استفاده در ربات‌های توانبخشی تناسبی-مشتق‌گیر^۴، تناسبی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر^۵، کنترل مستقیم گشتاور، کنترل ادمیتانس و کنترل امیدانس هستند. در منبع [۲۹] روشی برای طراحی کنترل امیدانس منظور توانبخشی اندام‌های فوقانی با ربات کابلی ارائه شده است. مقدار میرایی ساختار امیدانس با موقعیت هدف و خطای ردیابی به طور همزمان تغییر می‌کند. در پژوهش [۳۰] برای توانبخشی اندام‌های فوقانی و تحتانی بدن در هر سه مود توانبخشی از ترکیب کنترلر تناسبی-مشتق‌گیر و امیدانس استفاده شده است. در پژوهش اشاره شده با توجه به وجود دو کابل و حالت خوابیده بیمار، امکان انجام برخی حرکات بدون وقفه وجود ندارد. در این مقاله نیز هر سه مود توانبخشی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. کنترل امیدانس و کنترل نیروی-موقعیت ترکیبی در اینجا استفاده شده است. ضرایب امیدانس با توجه به سطح توانایی بازپایی شده بیمار در سه سطح اعمال شده است. نکته حائز اهمیت در اینجا این است که این ضرایب در سه سطح مورد اشاره ثابت هستند.

در این پژوهش یک ربات کابلی توانبخشی با چهار کابل و دو درجه آزادی بررسی شده و در راستای توانبخشی در مود فعال-مقاومتی، یک الگوریتم کنترلی طراحی می‌شود. با توجه به شبیه‌سازی حرکت مفاصل بیمار، آستانه درد به عنوان معیاری از بازه حرکتی بیمار در نظر گرفته شده است. به منظور توانبخشی از کنترل امیدانس استفاده شده است. ساختار کنترل امیدانس به گونه‌ای طراحی شده است که مقدار ضرایب امیدانس استفاده شده وابستگی کمی به سطح توانایی بیمار دارد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد که ربات طراحی شده با دقت خوبی هدف مورد انتظار را برآورده می‌کند و خطای ردیابی در زوایای مفاصل بسیار کم است.

بخش‌های دیگر این مطالعه به شرح زیر می‌باشند: در بخش ۲ به مدل‌سازی مساله و استخراج و گسسته‌سازی معادلات دینامیکی حرکت پرداخته می‌شود. در بخش ۳ روندی برای اندازه‌گیری و تخمین گشتاورهای وارد بر مفاصل مورد مطالعه ارائه می‌شود. سیستم کنترلی جهت یافتن نیروی کابل‌ها و گشتاورهای ناشی از آن‌ها در بخش ۴ معرفی شده است. در بخش ۵ شبیه‌سازی و نتایج حاصل از آن‌ها آورده می‌شود. در نهایت، نتیجه‌گیری این مطالعه در بخش ۶ ارائه شده است.

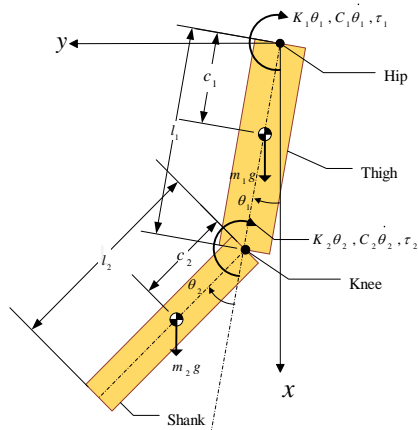
^۱passive mode^۲active-assistive mode^۳active-resistive mode^۴PD^۵PID

مدلسازی

در این قسمت نخست به توصیف اندام تحتانی و ربات کابلی پرداخته می‌شود. در ادامه معادلات حاکم بر حرکت اندام تحتانی استخراج می‌شود. سپس این معادلات گسسته‌سازی می‌شود. در پایان، به روند اندازه‌گیری و تخمین گشتاور پرداخته می‌شود.

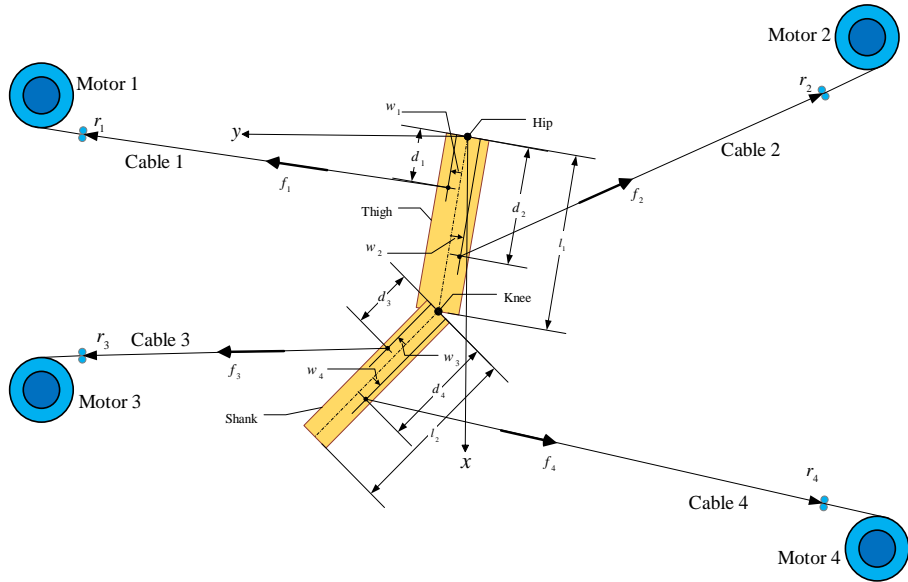
توصیف اندام‌های تحتانی و ربات کابلی

شکل ۱ پارامترهای هندسی اندام‌های تحتانی و برخی نیروها و گشتاورهای اعمال شده را نشان می‌دهد. m_1 و m_2 به ترتیب جرم‌های ران و زانو هستند. بنابراین نیروهای ناشی از جاذبه اعمال شده به ترتیب m_1g و m_2g هستند. همچنین شعاع‌های ژیراسیون آنها به ترتیب R_1 و R_2 هستند. دو فنر خطی پیچشی با ثابت سفتی K_1 و K_2 به ترتیب به مفاصل لگن و زانو متصل شده‌اند. به همین ترتیب دو دمپر خطی پیچشی با ثابت‌های C_1 و C_2 به ترتیب به مفاصل یادشده متصل شده‌اند. گشتاورهای اعمال شده ناشی از بدن به مفاصل یادشده به ترتیب τ_1 و τ_2 هستند.



شکل ۱. شماتیک اندام‌های تحتانی و پارامترهای متناظر آنها

ربات کابلی با چهار کابل و دو درجه آزادی به پا متصل شده است. برای تضمین اینکه کابل‌ها همواره تحت کشش باقی می‌مانند، از دو کابل اضافی در ربات استفاده شده است. پارامترهای مورد نیاز برای توصیف ربات در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. کابل‌ها به پا توسط چهار کابل متصل شده‌اند. فواصل بین نقاط اتصال کابل‌ها به پا و محور مرکزی عضو متناظر به ترتیب با w_1 تا w_4 نمایش داده شده‌اند. به طور قراردادی، مقدار w_i ($i = 1, 2, 3, 4$) برای کابل‌هایی که در پشت عضو متناظر هستند مثبت و برای کابل‌هایی که در جلو عضو متناظر هستند منفی در نظر گرفته شده است. همچنین d_1 تا d_4 فاصله نقطه اتصال کابل به پا از مفصل مربوط، r_1 تا r_4 طول هر کدام از کابل‌ها و f_1 تا f_4 نیروی هر کدام از کابل‌ها می‌باشند.



شکل ۲: شماتیک ربات کابلی نصب شده بر روی اندام تحتانی

۲.۲. معادلات دینامیکی حاکم

به منظور استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر حرکت اندام‌های تحتانی از روش لاگرانژ استفاده شده است. دستگاه معادلات حاکم به فرم ماتریسی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(-\mathbf{g} + \mathbf{B}\mathbf{f} + \boldsymbol{\tau}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2]^T \\ \mathbf{f} = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4]^T \\ \boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2]^T \\ \mathbf{0} = \text{diag}([0 \quad 0]) \\ \mathbf{I} = \text{diag}([1 \quad 1]) \end{cases} \quad (2)$$

همچنین ماتریس‌های اینرسی، میرایی، سفتی، گشتاور ناشی از گرانش زمین و ژاکوبین ارتباط‌دهنده نیروهای کابل‌ها به گشتاورهای واردشده به مفاصل ناشی از این نیروها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_3 + (m_1 c_1^2 + m_2 + m_1 R_1^2) l_1^2 + m_2 c_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 & M_3 + m_2 c_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ M_3 + m_2 c_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 & M_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}' + \mathbf{C}'' \quad (4)$$

$$\mathbf{K} = \text{diag}([K_1 \quad K_2]) \quad (۵)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} m_1 g c_1 l_1 \sin \theta_1 + m_2 g l_1 \sin \theta_1 + m_2 g c_2 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2 g c_2 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

که در آن

$$\begin{cases} M_3 = m_2 (c_2^2 + R_2^2) l_2^2 \\ \mathbf{C}' = \begin{bmatrix} -2m_2 c_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & -m_2 c_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ m_2 c_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}'' = \text{diag}([C_1 \quad C_2]) \end{cases} \quad (۸)$$

$$B_{ji} = \frac{\left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \theta_j} \cdot \hat{\mathbf{i}} \right) r_{ix} + \left(\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \theta_j} \cdot \hat{\mathbf{j}} \right) r_{iy}}{|\mathbf{r}_i|} \quad (۹)$$

۳.۲. گسسته‌سازی معادلات دینامیکی

بدیهی است که معادلات حاکم (۱) غیرخطی هستند. از این رو به صورت عددی حل می‌شوند. بنابراین ابتدا گسسته‌سازی می‌شوند. برای این منظور سرعت‌های زاویه‌ای و شتاب‌های زاویه‌ای با بکارگیری روش تفاضل پیشرو با زمان نمونه‌برداری T تقریب زده می‌شوند. بنابراین فرم گسسته‌شده معادلات حاکم بر حرکت پا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}(k+1) \\ \boldsymbol{\omega}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & T\mathbf{I} \\ -T\mathbf{M}^{-1}(k)\mathbf{K} & \mathbf{I} - T\mathbf{M}^{-1}(k)\mathbf{C}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}(k) \\ \boldsymbol{\omega}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ T\mathbf{M}^{-1}(k)(-\mathbf{g}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{f}(k) + \boldsymbol{\tau}(k)) \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

۳. اندازه‌گیری و تخمین گشتاور

درایه‌های بردار گشتاور $\boldsymbol{\tau}$ در هر لحظه بایستی اندازه‌گیری شوند. از آنجا که اندازه‌گیری مقدار دقیق این گشتاورها عملی نیست یا بسیار دشوار است، بنابراین مقادیر تخمین‌زده‌شده آنها به کار گرفته می‌شود. مقادیر اندازه‌گیری‌شده $\boldsymbol{\tau}$ با $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ نمایش داده می‌شوند. برای این منظور، سطر دوم ماتریس معادله (۱) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}'\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\tau}_{net} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{net} = -\mathbf{C}''\boldsymbol{\omega} - \mathbf{K}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{g} + \mathbf{B}\mathbf{f} + \boldsymbol{\tau} \quad (12)$$

در صورت نصب گشتاورسنج، دو جمله سمت چپ معادله (۱۱)، اندازه گیری نمی‌شوند. زیرا این دو جمله بیانگر گشتاورهای اینرسی وارد به مفاصل هستند. به تعبیری دیگر، این دو جمله نتیجه سینماتیکی مفاصل بیمار به گشتاورهای وارد بر آنها بوده و صرفاً از جنس گشتاور هستند (حاصلضرب گشتاور دوم اینرسی در شتاب زاویه‌ای)؛ اما سمت راست این معادله، برآیند گشتاورهای استاتیکی و شبه‌استاتیکی را بیان می‌کند که توسط گشتاورسنج اندازه گرفته می‌شوند. از این رو گشتاور خالص وارد بر مفاصل بیمار $\boldsymbol{\tau}_{net}$ است. با توجه به نحوه اختیار کردن مختصه‌های تعمیم‌یافته، سطر اول و دوم ماتریس معادله (۱۲)، به ترتیب، گشتاورهای وارد بر مفاصل ران و زانو را بیان می‌کنند.

به منظور اندازه‌گیری $\boldsymbol{\tau}$ یک گشتاورسنج روی مفصل لگن و یکی روی مفصل زانو تعبیه می‌شود. این گشتاورسنج‌ها گشتاور خالص ($\boldsymbol{\tau}_{net}$) وارد به این مفاصل را اندازه می‌گیرند. با توجه به وجود تاخیر در وسایل اندازه‌گیری و پردازش‌گرها، مقدار گشتاور اندازه‌گیری‌شده در هر لحظه به صورت آنلین قابل استفاده نیست. بنابراین در هر لحظه مقدار اندازه‌گیری‌شده گام زمانی قبلی به عنوان مقدار اندازه‌گیری‌شده به کار گرفته می‌شود. با توجه به رابطه (۱۲)، مقدار گشتاور خالص در فضای گسسته در گام زمانی قبلی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\boldsymbol{\tau}_{net}(k-1) = -\mathbf{C}''\boldsymbol{\omega}(k-1) - \mathbf{K}\boldsymbol{\theta}(k-1) - \mathbf{g}(k-1) + \boldsymbol{\tau}(k-1) + \mathbf{B}(k-1)\mathbf{f}(k-1) \quad (13)$$

در نتیجه مقدار $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}(k) = \boldsymbol{\tau}_{net}(k-1) + \mathbf{C}''\boldsymbol{\omega}(k-1) + \mathbf{K}\boldsymbol{\theta}(k-1) + \mathbf{g}(k-1) - \mathbf{B}(k-1)\mathbf{f}(k-1) \quad (14)$$

مقدار $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ به دست آمده از معادله (۱۴) برآیند گشتاورهای ناشی از تلاش بیمار ($\boldsymbol{\tau}_p$) و گشتاورهای ناشی از سفتی ذاتی مفاصل بیمار ($\boldsymbol{\tau}_m$) بوده که در معادله (۱۵) بیان شده است.

$$\boldsymbol{\tau}_j = \boldsymbol{\tau}_{pj} + \boldsymbol{\tau}_{mj} \quad j = 1, 2 \quad (15)$$

که در آن $\boldsymbol{\tau}_{mj}$ و $\boldsymbol{\tau}_{pj}$ به ترتیب گشتاور ناشی از تلاش بیمار به مفصل j ام و گشتاور ناشی از سفتی ذاتی مفصل j ام بیمار هستند. که در معادله (۱۶) بیان شده است.

$$\boldsymbol{\tau}_p = [\boldsymbol{\tau}_{p1} \quad \boldsymbol{\tau}_{p2}]^T; \boldsymbol{\tau}_m = [\boldsymbol{\tau}_{m1} \quad \boldsymbol{\tau}_{m2}]^T \quad (16)$$

بدیهی است که در رابطه (۱۴) نمی‌توان تعیین کرد که چه بخشی از مقدار تخمین زده شده $\boldsymbol{\tau}$ مربوط به $\boldsymbol{\tau}_p$ و چه بخشی از آن مربوط به $\boldsymbol{\tau}_m$ است. با این وجود، در صورتی که بتوان مقدار تخمین زده شده یکی از این دو را تعیین کرد، مقدار تخمین زده شده دیگری نیز به دست می‌آید. تعیین مقدار تخمین زده شده $\boldsymbol{\tau}_p$ در هر لحظه از زمان دشوار و چه بسا نشدنی است. اما طبق تعریف $\boldsymbol{\tau}_m$ ، می‌توان مقدار آن را مستقل از زمان فرض کرد. بنابراین مقدار آن را پیش از انجام فرآیند توانبخشی تخمین می‌زنیم و به هر لحظه از این فرآیند تعمیم می‌دهیم. برای این منظور، یک گشتاورسنج روی مفصل لگن و یکی روی مفصل زانو تعبیه می‌شود. سپس در ابتدای جلسه فیزیوتراپی از بیمار خواسته می‌شود که مفاصل خود را شل کند و یک مانور حرکتی روی مفاصل او اجرا می‌شود. این مانور باید به گونه‌ای باشد که بازه وسیعی از مقادیر محتمل $\boldsymbol{\theta}$ و $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ در فرآیند توانبخشی را پوشش دهد. از آنجا که در این مانور، از سوی بیمار گشتاوری به مفاصل وارد نمی‌شود، بنابراین $\boldsymbol{\tau}_p$ صفر است. در نتیجه گشتاور خالص وارد به مفاصل به صورت زیر خواهد بود:

$$\boldsymbol{\tau}_{net}(k) = -\mathbf{C}''\boldsymbol{\omega}(k) - \mathbf{K}\boldsymbol{\theta}(k) - \mathbf{g}(k) + \boldsymbol{\tau}_m(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{f}(k) \quad (17)$$

در ادامه، مقدار τ_{net} به ازای مقادیر مختلف θ اندازه‌گیری و ثبت می‌شود. سپس مقدار τ_m به صورت زیر محاسبه شده و به عنوان $\hat{\tau}_m$ به کار گرفته می‌شود. سپس مقدار تخمین زده شده τ_p نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\tau}_p(k) = \hat{\tau}(k) - \hat{\tau}_m(k) \quad (18)$$

با توجه به ماهیت قیود فیزیکی مفاصل و اندام‌های درگیر با آنها و همچنین در نظر گرفتن مقادیر ثبت شده $\theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2$ به عنوان متغیرهای مستقل و τ_{m1} و τ_{m2} به عنوان متغیرهای وابسته، با بکارگیری روش‌های برازش منحنی^۱ دو تابع چهارمتغیره با تقریب خوب به صورت زیر از داده‌های ثبت شده عبور داده می‌شود:

$$\begin{cases} \varphi_1(\theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2) = \varphi_{1,1}(\theta_1) + \varphi_{2,1}(\theta_3) - \varphi_{3,1}(\theta_1)\omega_1 - \varphi_{4,1}(\theta_3)\omega_3 \\ \quad + \varphi_{5,1}(\theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2) \\ \varphi_2(\theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2) = \varphi_{1,2}(\theta_2) + \varphi_{2,2}(\theta_3) - \varphi_{3,2}(\theta_2)\omega_2 - \varphi_{4,2}(\theta_3)\omega_3 \\ \quad + \varphi_{5,2}(\theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2) \end{cases} \quad (19)$$

که در آن

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2; \quad \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad (20)$$

در رابطه (۱۹)، $\varphi_{1,1}$ بیانگر تخمینی از گشتاور سفتی مقاوم ناشی از قیود فیزیکی حاکم بر زاویه مفصل لگن و یا کش آمدن اندام‌های مرتبط با این مفصل در بازه‌های ابتدایی و یا انتهایی حرکت آن است. $\varphi_{1,2}$ بیانگر تخمینی از گشتاور سفتی مقاوم ناشی از قیود فیزیکی حاکم بر زاویه مفصل زانو در بازه‌های ابتدایی و یا انتهایی حرکت آن است. $\varphi_{2,1}$ و $\varphi_{2,2}$ به ترتیب بیانگر تخمینی از گشتاورهای سفتی مقاوم وارد به مفاصل لگن و زانو ناشی از کش آمدن اندام‌های پشت پا هستند که گشتاورهای مقاومی به هر دو مفصل وارد می‌کنند. $\varphi_{3,1}$ ، $\varphi_{3,2}$ ، $\varphi_{4,1}$ و $\varphi_{4,2}$ نیز به همین ترتیب ضرایب میرایی متناظر آنها هستند. $\varphi_{5,1}$ و $\varphi_{5,2}$ نیز جملات اضافی هستند که برای بهتر شدن تخمین اضافه می‌شوند. تشکیل ساختار کلی توابع φ_1 و φ_2 به صورت روابط (۱۹) با استفاده از ماهیت فیزیکی ارتباط گشتاورهای داخلی با زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای، کمک می‌کند تا با کمترین تعداد داده ثبت شده، تخمین بهتری از مقادیر τ_{m1} و τ_{m2} داشته باشیم.

پس از پایان انجام این مانور، در هر لحظه از فرآیند توانبخشی، مقادیر φ_1 و φ_2 به ازای مقادیر θ_1 ، θ_2 ، ω_1 و ω_2 در آن لحظه به عنوان مقادیر تخمین زده شده τ_{m1} و τ_{m2} در نظر گرفته می‌شوند.

طراحی سیستم کنترلی

در مرحله پایانی توانبخشی حرکتی، بیمار به حدی از توانایی می‌رسد که می‌تواند حرکت از پیش طراحی شده را تا حد مناسبی انجام دهد ولی برای رسیدن به حالت مطلوب (با تشخیص فیزیوتراپیست) نیاز است اندام‌های درگیر با حرکت مفاصل لگن و زانوی بیمار تقویت گردد. به این منظور، نخست از بیمار خواسته می‌شود یک حرکت از پیش طراحی شده را انجام دهد. سپس جهت افزایش تلاش بیمار، نیاز به تعیین یک الگوریتم کنترلی است به گونه‌ای که در هر لحظه گشتاوری به این مفاصل اعمال شود که ضمن مخالفت با حرکت بیمار، با گشتاور اعمال شده توسط خود بیمار نیز مخالفت گردد. برای این منظور، نخست گشتاورهای اعمال شده از سوی کابل‌ها به مفاصل بیمار تعیین می‌شود و سپس نیروی متناظر کابل‌ها محاسبه می‌گردد.

^۱regression

گشتاورهای ناشی از نیروی کابل‌ها

گشتاورهای اعمال شده از سوی کابل‌ها به مفاصل بیمار به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\beta \mathbf{B}(k) \mathbf{f}(k) = (\mathbf{I} - \alpha) (\mathbf{M}_d \tilde{\omega}(k) + \mathbf{C}_d \tilde{\omega}(k) + \mathbf{K}_d \tilde{\theta}(k)) - \alpha \mathbf{K}_\tau \hat{\tau}_p(k) \quad (21)$$

که در آن α یک ماتریس قطری 2×2 است که مقدار درایه‌های قطر اصلی آن در بازه $[0, 1]$ است. همچنین

β یک ماتریس واحد 2×2 است. \mathbf{K}_τ نیز ماتریس مربعی مثبت معین است. $\tilde{\omega}$ و $\tilde{\theta}$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{\theta}(k) = \theta_d(k) - \theta(k); \quad \tilde{\omega}(k) = \omega_d(k) - \omega(k) \quad (22)$$

به منظور توصیف مخالفت با حرکت بیمار، موقعیت بیمار در تعداد مشخصی گام زمانی پیش‌تر، به عنوان موقعیت مطلوب در نظر گرفته می‌شود. این تعداد گام زمانی با N_d نشان داده می‌شود. بنابراین موقعیت مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\theta_d(k) = \theta(k - N_d); \quad \omega_d(k) = \omega(k - N_d) \quad (23)$$

با این تعریف، گشتاور اعمال شده به بیمار در راستای برگرداندن حرکت بیمار به چند گام زمانی پیش‌تر می‌باشد که می‌تواند توصیف ریاضی خوبی برای مخالفت با حرکت بیمار باشد.

برآیند جملات سمت راست رابطه (۲۳) بجز جمله آخر بیانگر گشتاور تولیدشده توسط نیروی کابل‌ها در راستای مخالفت با موقعیت زاویه‌ای بیمار (زاویه، سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای) است. بنابراین هر چه α_j بزرگتر انتخاب شود، در تعیین گشتاور عملگرها، میزان مخالفت با گشتاور اعمال شده به مفصل j از سوی بیمار نسبت به میزان مخالفت با موقعیت زاویه‌ای مفصل j بیشتر است. آخرین جمله سمت راست رابطه (۲۳) نیز بیانگر گشتاور تولیدشده توسط نیروی کابل‌ها در راستای مخالفت با گشتاور اعمال شده از سوی بیمار است. ماتریس \mathbf{K}_τ نیز ضریبی برای تعیین میزان مخالفت مورد نظر با گشتاور اعمال شده از سوی بیمار است، به گونه‌ای که به ازای یک α مثبت مشخص هر چه \mathbf{K}_τ بزرگتر انتخاب شود، با گشتاور اعمال شده از سوی بیمار، بیشتر مخالفت می‌شود.

با توجه به رابطه (۲۱)، گشتاور مطلوب اعمال شده ناشی از کابل‌ها به مفاصل به صورت زیر می‌باشد:

$$\tau_d(k) = (\beta + (\mathbf{I} - \alpha) \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}(k))^{-1} \mathbf{H}(k) \quad (24)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(k) = & (\mathbf{I} - \alpha) (\mathbf{M}_d \dot{\omega}_d(k) + \mathbf{C}_d \tilde{\omega}(k) + \mathbf{K}_d \tilde{\theta}(k)) - \alpha \mathbf{K}_\tau \hat{\tau}_p(k) \\ & + (\mathbf{I} - \alpha) \mathbf{M}_d \mathbf{M}^{-1}(k) [C(k) \omega(k) + \mathbf{K}(k) \theta(k) + \mathbf{g}(k) - \hat{\tau}(k)] \end{aligned} \quad (25)$$

نیروهای کابل‌ها

گشتاور مطلوب یادشده بایستی توسط نیروی کابل‌ها تامین شود. از این رو، بایستی مقدار نیروی کابل‌ها در هر لحظه تعیین شود. با توجه به اینکه دو گشتاور توسط چهار نیروی کابل تامین می‌شود، از این رو دو افزونگی در سیستم وجود دارد. بنابراین مقدار نیروی کابل‌ها یکتا نیست. رویکردهای متفاوتی جهت تعیین مقدار این نیروها می‌توان در پیش گرفت.

یکی از متداول‌ترین رویکردها کمینه‌سازی تلاش کنترلی در طول فرآیند توانبخشی است [۲۵]. اما از آنجا که گشتاورهای اعمال شده از سوی بیمار به صورت آنلاین تخمین زده می‌شود، بنابراین نمی‌توان یک سیاست کنترلی به صورت آنلاین تعیین کرد. از این رو ناگزیر هستیم با کمینه‌سازی تلاش کنترلی در هر لحظه سیاست کنترلی

را به صورت آنلاین تعیین کنیم. در نتیجه نمی توان ادعا کرد که سیاست کنترلی به دست آمده در طول فرآیند توانبخشی یک سیاست کنترلی بهینه است. با این وجود می توان از آن به عنوان یک سیاست کنترلی زیربهینه یاد کرد. به منظور تعیین این سیاست کنترلی، نخست بایستی یک تابع هزینه تعریف شود به گونه ای که شاخصی برای تلاش کنترلی در هر لحظه باشد. این تابع هزینه به صورت زیر تعریف می شود:

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 f_i^2(k) \quad (26)$$

قیدهای سیستم نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{cases} f_{\min} \leq f_i(k) \leq f_{\max} \\ -\Delta f_{\max} \leq f_i(k) - f_i(k-1) \leq \Delta f_{\max} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (27)$$

که در آن

$$\begin{cases} f_{i,low}(k) = \max(f_{\min}, f_i(k-1) - \Delta f_{\max}) \\ f_{i,high}(k) = \min(f_{\max}, f_i(k-1) + \Delta f_{\max}) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (28)$$

f_{\min} و f_{\max} به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار مجاز نیروی کابل هاست. Δf_{\max} نیز بزرگی بیشترین مقدار مجاز تغییرات نیروی کابل ها در یک گام زمانی است.

دو قید نامساوی روابط (۲۷) را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$f_{i,low}(k) \leq f_i(k) \leq f_{i,high}(k) \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (29)$$

قیدهای رابطه (۲۹) بایستی الزاما برآورده شوند؛ اما قیدهای مساوی رابطه (۲۸) در صورت امکان بایستی برآورده شوند. به عبارت دیگر، قیدهای رابطه (۲۹) بر قیدهای رابطه (۲۸) ارجحیت دارند. برای این منظور، می توان سیاست کنترلی را به صورت هشت گام زیر تدوین نمود. این روش به صورت زیر بیان می شود:

گام نخست: نخست رابطه (۲۸) را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\begin{bmatrix} B_{1i_1} & B_{1i_2} & B_{1i_3} & B_{1i_4} \\ B_{2i_1} & B_{2i_2} & B_{2i_3} & B_{2i_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{i_1} & f_{i_2} & f_{i_3} & f_{i_4} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \tau_{d1} & \tau_{d2} \end{bmatrix}^T \quad (30)$$

که در آن شش انتخاب متفاوت زیر برای مقادیر i_1 تا i_4 می توان در نظر گرفت.

جدول ۱. انتخاب های گوناگون نیروهای کابل ها به منظور تعیین سیاست کنترلی در گام نخست

۳	۲	۲	۱	۱	۱	i_1
۴	۴	۳	۴	۳	۲	i_2
۱	۱	۱	۲	۲	۳	i_3
۲	۳	۴	۳	۴	۴	i_4

از میان شش انتخاب بالا در هر لحظه به دلخواه یکی را در نظر می گیریم با این شرط که ماتریس زیر تکین نباشد.

$$\mathbf{D}' = \begin{bmatrix} B_{1i_1} & B_{1i_2} \\ B_{2i_1} & B_{2i_2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

به منظور اعمال قید رابطه (۲۸)، از این رابطه دو نیروی f_{i_1} و f_{i_2} را به صورت پارامتری بر حسب دو نیروی دیگر طبق رابطه زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} f_{i_1} \\ f_{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{1i_1} & B_{1i_2} \\ B_{2i_1} & B_{2i_2} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{1i_3} & B_{1i_4} \\ B_{2i_3} & B_{2i_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{i_3} \\ f_{i_4} \end{bmatrix} \right) \quad (32)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{bmatrix} f_{i_1} \\ f_{i_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{12} \\ B'_{21} & B'_{22} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_{1i_3} & B_{1i_4} \\ B_{2i_3} & B_{2i_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{i_3} \\ f_{i_4} \end{bmatrix} \right) \quad (33)$$

که در آن

$$\begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{12} \\ B'_{21} & B'_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{B_{1i_1}B_{2i_2} - B_{1i_2}B_{2i_1}} \begin{bmatrix} B_{2i_2} & -B_{1i_2} \\ -B_{2i_1} & B_{1i_1} \end{bmatrix} \quad (34)$$

بنابراین f_{i_1} و f_{i_2} به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} f_{i_1} = B''_{11} + B''_{12}f_{i_3} + B''_{13}f_{i_4} \\ f_{i_2} = B''_{21} + B''_{22}f_{i_3} + B''_{23}f_{i_4} \end{cases} \quad (35)$$

که در آن

$$\begin{cases} B''_{11} = B'_{12}\tau_{d1} + B'_{12}\tau_{d2} \\ B''_{21} = B'_{22}\tau_{d1} + B'_{22}\tau_{d2} \\ B''_{12} = -B_{1i_3}B'_{11} - B_{2i_3}B'_{12} \\ B''_{22} = -B_{1i_3}B'_{21} - B_{2i_3}B'_{22} \\ B''_{13} = -B_{1i_4}B'_{11} - B_{2i_4}B'_{12} \\ B''_{23} = -B_{1i_4}B'_{21} - B_{2i_4}B'_{22} \end{cases} \quad (36)$$

با جایگذاری رابطه (۳۵) در رابطه (۲۶) داریم:

$$J(k) = \frac{1}{2} (d_0 + 2d_{34}f_{i_3}f_{i_4} + d_{33}f_{i_3}^2 + d_{44}f_{i_4}^2 - 2d_3f_{i_3} - 2d_4f_{i_4}) \quad (37)$$

که در آن

$$\begin{cases} d_0 = B''_{11}{}^2 + B''_{21}{}^2 \\ d_{34} = B''_{12}B''_{13} + B''_{22}B''_{23} \\ d_{33} = B''_{12}{}^2 + B''_{22}{}^2 + 1 \\ d_{44} = B''_{13}{}^2 + B''_{23}{}^2 + 1 \\ d_3 = -B''_{11}B''_{12} - B''_{21}B''_{22} \\ d_4 = -B''_{11}B''_{13} - B''_{21}B''_{23} \end{cases} \quad (38)$$

در رابطه (۳۷) از $J(k)$ نسبت به f_{i_3} و f_{i_4} مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم. اکنون مقادیر f_{i_3} و f_{i_4} را

محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f_{i_3} = \frac{d_{44}d_3 - d_{34}d_4}{d_{33}d_{44} - d_{34}^2} \\ f_{i_4} = \frac{d_{33}d_4 - d_{34}d_3}{d_{33}d_{44} - d_{34}^2} \end{cases} \quad (39)$$

پس از آن با استفاده از رابطه (۳۲) مقادیر f_{i_1} و f_{i_2} را محاسبه می‌کنیم. در پایان قیدهای نامساوی رابطه (۲۹) را بررسی می‌کنیم. در صورتی که هر چهار نیرو این قیدهای نامساوی را برآورده کنند، مقادیر نیروهای کابل‌ها تعیین شده است و نیازی به انجام مراحل بعدی نیست. در غیر این صورت برای تعیین سیاست کنترلی به گام دوم می‌رویم. گام دوم: در این گام هشت حالت متمایز را در نظر می‌گیریم. در هر یک از این حالت‌ها به یکی از چهار نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود.

شماره نیرویی که به آن مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را i_4 می‌نامیم. در هر حالت نیز می‌توان از میان شش انتخاب جدول ۱، سه انتخاب متفاوت را در نظر گرفت. زیرا نیرویی که یکی از مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ به آن اختصاص داده شده است، نمی‌تواند به عنوان متغیر بهینه‌سازی در سمت چپ معادله (۳۲) قرار گیرد. از این رو، این سه انتخاب باید به گونه‌ای باشند که شماره نیرویی که یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ به آن اختصاص داده شده است، نایستی هیچ یک از مقادیر i_1 یا i_2 را اختیار کند. در هر انتخاب دو نیرو از سه نیروی دیگر بر حسب نیروی باقیمانده به صورت پارامتری محاسبه می‌شود. در هر حالت از میان سه انتخاب در هر لحظه به دلخواه یکی را در نظر می‌گیریم با این شرط که ماتریس رابطه (۳۱) تکین نباشد. سپس به منظور اعمال قید رابطه (۲۸)، از این رابطه دو نیرو f_{i_1} و f_{i_2} را به صورت پارامتری بر حسب دو نیروی دیگر طبق رابطه (۳۲) محاسبه می‌کنیم. سپس در رابطه (۲۶) جایگذاری می‌کنیم و از $J(k)$ نسبت به f_{i_3} مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و مقدار f_{i_3} را محاسبه می‌کنیم. پس از آن با استفاده از رابطه (۳۲) مقادیر f_{i_1} و f_{i_2} را محاسبه می‌کنیم. پس از آن قیدهای نامساوی رابطه (۲۹) را بررسی می‌کنیم. از میان هشت حالت یادشده حالت‌هایی که هر چهار نیرو این قیدهای نامساوی را برآورده می‌کنند را حالت‌های قابل قبول می‌نامیم. به تعداد حالت‌های قابل قبول، دسته‌جواب برای نیروهای کابل‌ها یافت می‌شود. سپس با استفاده از رابطه (۲۶) به ازای هر دسته‌جواب مقدار $J(k)$ را محاسبه می‌کنیم. مقدار $J(k)$ به ازای هر دسته جوابی کمتر باشد، آن دسته‌جواب را برای مقادیر نیروهای کابل‌ها در نظر می‌گیریم و نیازی به انجام مراحل بعدی نیست. اما در صورتی که هیچ یک از دسته‌جواب‌ها قابل قبول نباشند برای تعیین سیاست کنترلی به گام سوم می‌رویم.

گام سوم: در این گام ۲۴ حالت متمایز جدول ۳ را در نظر می‌گیریم. در هر یک از این حالت‌ها به دو نیرو از چهار نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود.

شماره نیروهایی که به آنها مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را به دلخواه i_3 یا i_4 می‌نامیم. سپس با استفاده از رابطه (۴۳) مقادیر $f_{i_{new}}$ و $f_{i_{new}}$ را محاسبه می‌کنیم. پس از آن قیدهای نامساوی رابطه (۳۲) را بررسی می‌کنیم و مشابه گام دوم دسته‌جواب‌ها قابل قبول را می‌یابیم. اما در صورتی که هیچ یک از دسته‌جواب‌ها قابل قبول نباشند برای تعیین سیاست کنترلی به گام چهارم می‌رویم.

گام چهارم: در صورتی که هیچ یک از مراحل نخست تا سوم دسته‌جواب قابل قبولی برای مقادیر نیروهای کابل‌ها یافت نشود، به این معنی است که در آن لحظه هیچ دسته‌جوابی وجود ندارد به گونه‌ای که قیدهای روابط (۲۸) و (۲۹) برآورده شوند. از آنجا که قیدهای رابطه (۲۹) بر قیدهای رابطه (۲۸) ارجحیت دارند. از این رو، دسته‌جواب مطلوب برای نیروهای کابل‌ها دسته‌جوابی است که از یک سو قیدهای رابطه (۲۹) را برآورده کند و از سوی دیگر بهترین تطابق را با رابطه (۲۸) داشته باشد. بنابراین تابع هزینه را به گونه‌ای تعریف می‌کنیم که طرفین دو معادله رابطه (۲۲) توأمان کمترین اختلاف را داشته باشند. برای این منظور، تابع هزینه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$J'(k) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\left(\sum_{i=1}^4 B_{ji} f_i \right) - \tau_{dj} \right)^2 \quad (40)$$

سپس از $J'(k)$ نسبت به f_1 تا f_4 مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و مقادیر f_1 تا f_4 را محاسبه می‌کنیم. در پایان قیدهای نامساوی رابطه (۲۹) را بررسی می‌کنیم. در صورتی که هر چهار نیرو این قیدهای نامساوی را برآورده کنند، مقادیر نیروهای کابل‌ها تعیین شده است و نیازی به انجام مراحل بعدی نیست. در غیر این صورت برای تعیین سیاست کنترلی به گام پنجم می‌رویم.

گام پنجم: در این گام هشت حالت متمایز جدول ۲ را در نظر می‌گیریم و شماره نیرویی که به آن مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را i_4 می‌نامیم. سپس از $J'(k)$ نسبت به f_{i_1} تا f_{i_3} مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و مقادیر f_{i_1} تا f_{i_3} را محاسبه می‌کنیم. پس از آن قیدهای نامساوی رابطه (۲۹) را بررسی می‌کنیم. از میان هشت حالت یادشده حالت‌هایی که هر چهار نیرو این قیدهای نامساوی را برآورده می‌کنند را حالت‌های قابل قبول می‌نامیم. به تعداد حالت‌های قابل قبول، دسته‌جواب برای نیروهای کابل‌ها یافت می‌شود. سپس با استفاده از رابطه (۴۰) به ازای هر دسته‌جواب مقدار $J'(k)$ را محاسبه می‌کنیم. مقدار $J'(k)$ به ازای هر دسته جوابی کمتر باشد، آن دسته‌جواب را برای مقادیر نیروهای کابل‌ها در نظر می‌گیریم و نیازی به انجام مراحل بعدی نیست. اما در صورتی که هیچ یک از دسته‌جواب‌ها قابل قبول نباشند برای تعیین سیاست کنترلی به گام ششم می‌رویم.

گام ششم: در این گام ۲۴ حالت متمایز را مشابه گام سوم در نظر می‌گیریم. در هر یک از این حالت‌ها به دو نیرو از چهار نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود. شماره نیروهایی که به آنها مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را به دلخواه i_3 یا i_4 می‌نامیم. سپس از $J'(k)$ نسبت به f_{i_1} و f_{i_2} مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و مقادیر f_{i_1} و f_{i_2} را محاسبه می‌کنیم. پس از آن قیدهای نامساوی را بررسی و دسته جواب‌های قابل قبول را مشابه گام پنجم پیدا می‌کنیم. اما در صورتی که هیچ یک از دسته‌جواب‌ها قابل قبول نباشند برای تعیین سیاست کنترلی به گام هفتم می‌رویم.

گام هفتم: در این گام ۳۲ حالت متمایز را در نظر می‌گیریم. در هر یک از این حالت‌ها به سه نیرو از چهار نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود. شماره نیروهایی که به آنها مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را به دلخواه i_2 ، i_3 یا i_4 می‌نامیم. سپس از $J'(k)$ نسبت به f_{i_1} مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و مقدار f_{i_1} را محاسبه می‌کنیم. پس از آن قیدهای نامساوی را بررسی و دسته جواب‌های قابل قبول را مشابه گام پنجم پیدا می‌کنیم. اما در صورتی که هیچ یک از دسته‌جواب‌ها قابل قبول نباشند برای تعیین سیاست کنترلی به گام هشتم می‌رویم.

گام هشتم: در این گام ۱۶ حالت متمایز را در نظر می‌گیریم. در هر یک از این حالت‌ها به هر یک از چهار نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود. شماره نیروهایی که به آنها مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود را به دلخواه i_2 ، i_3 یا i_4 می‌نامیم. از آنجا که در این گام به هر نیرو یکی از دو مقدار $f_{i,low}$ یا $f_{i,high}$ داده می‌شود، بنابراین هر ۱۶ حالت قیدهای نامساوی رابطه (۲۹) را برآورده می‌کنند بنابراین ۱۶ دسته‌جواب برای نیروهای کابل‌ها یافت می‌شود. سپس با استفاده از رابطه (۴۰) به ازای هر دسته‌جواب مقدار $J'(k)$ را محاسبه می‌کنیم. مقدار $J'(k)$ به ازای هر دسته جوابی کمتر باشد، آن دسته‌جواب را برای مقادیر نیروهای کابل‌ها در نظر می‌گیریم.

به این ترتیب، الگوریتم کنترلی در طول هشت مرحله طراحی برآورده می‌شود.

شبیه‌سازی و نتایج

برای شبیه‌سازی مسئله، به پارامترهای فیزیکی و هندسی مرتبط با بیمار، پارامترهای کنترلر، مدل توصیفی گشتاورهای داخلی، پارامترهای تخمین، پارامترهای شبیه‌سازی، مدل توصیفی حرکت‌های از پیش طراحی‌شده و مدل توصیفی گشتاورهای اعمال‌شده توسط بیمار در مودهای مختلف نیاز داریم.

داده‌های شبیه‌سازی

پارامترهای فیزیکی و هندسی مرتبط با بیمار در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. پارامترهای فیزیکی و هندسی مرتبط با بیمار [۲۵]

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
m_2	3.6 (Kg)	m_1	6.8 (Kg)
l_2	0.466 (m)	l_1	0.472 (m)
R_2	0.26	R_1	0.28
c_2	0.45	c_1	0.4
K_2	1 (N.m)	K_1	1 (N.m)
C_2	0.2 (N.m.s)	C_1	0.2 (N.m.s)

پارامترهای کنترلر به سه دسته تقسیم می‌شوند: موقعیت اتصال کابل‌ها، پارامترهای مربوط به قیود کنترلی و زمان نمونه‌برداری و ضرایب کنترلر. مقادیر این پارامترها به ترتیب در جداول ۳، ۴ و معادله (۴۱) ذکر شده است.

جدول ۳. پارامترهای مرتب با موقعیت اتصال کابل‌ها

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
P_{x4}	1 (m)	P_{x3}	0.4 (m)	P_{x2}	-1 (m)	P_{x1}	0.1 (m)
P_{y4}	-2 (m)	P_{y3}	2 (m)	P_{y2}	-2 (m)	P_{y1}	2 (m)
d_4	0.667	d_3	0.333	d_2	0.667	d_1	0.333
w_4	-0.1	w_3	0.1	w_2	-0.1	w_1	0.1

جدول ۴. پارامترهای مربوط به قیود کنترلی و زمان نمونه‌برداری

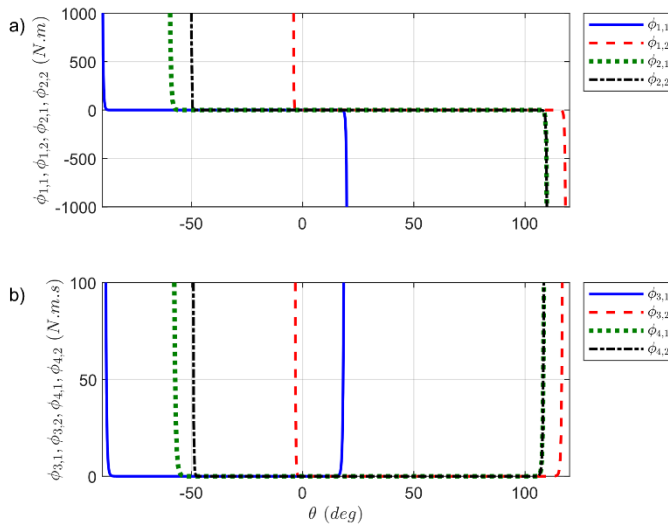
پارامتر	مقدار
T	0.01 (sec)
N_d	2
F_{\max}	100 (N)
F_{\min}	0.1 (N)
ΔF_{\max}	2 (N)

$$\begin{cases} \mathbf{M}_d = \text{diag}([1 \ 1]) (N \cdot m \cdot s^2) \\ \mathbf{C}_d = \text{diag}([12 \ 12]) (N \cdot m \cdot s) \\ \mathbf{K}_d = \text{diag}([25 \ 25]) (N \cdot m) \\ \mathbf{K}_r = \text{diag}([0.8 \ 0.8]) \\ \mathbf{a} = \text{diag}([0.8 \ 0.8]) \end{cases} \quad (41)$$

همچنین مقادیر اولیه متغیرهای سیستم به شرح زیر هستند:

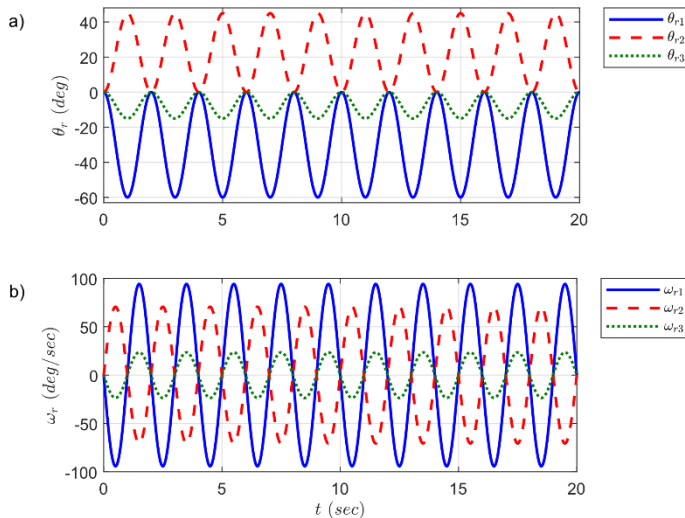
$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} = [0 \ 0] (deg) \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} = [0 \ 0] (deg / sec) \\ \boldsymbol{\tau} = [0 \ 0] (N \cdot m) \\ \mathbf{F} = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1] (N) \end{cases} \quad (42)$$

پیش از بیان پارامترهای تخمین، لازم است گشتاورهای داخلی وارد بر مفاصل بیمار توصیف شود. برای این منظور جملات توابع تخمین گشتاورهای داخلی بیان شده در رابطه (۱۹) توصیف می‌شود. در این راستا، نخست به توصیف کیفی این گشتاورها پرداخته می‌شود. احساسی که بیمار از این گشتاورها دارد، به صورت درد در مفاصل مربوط نمایان می‌شود. با توجه به آناتومی مفاصل، به ازای بازه‌هایی از حرکت در اندام‌های بیمار درد احساس می‌شود. (به شکل ۳ مراجعه کنید).



شکل ۳. تخمین گشتاورهای ناشی از قیود فیزیکی حاکم بر زوایا (الف) گشتاورهای سختی (ب) ضرایب میرایی

از آنجا که خطا در تخمین گشتاورهای داخلی اجتناب‌ناپذیر است، از این رو مقدار این گشتاورها با تلورانس ۵٪ مقدار تخمین‌زده‌شده رابطه (۱۹)، در شبیه‌سازی منظور شده است. در ادامه، شبیه‌سازی تا زمان ۲۰ ثانیه با گام زمانی ۲۰ میلی‌ثانیه انجام شده است.



شکل ۴. (الف) زاویه مطلق از پیش طراحی شده ران (-)، زاویه نسبی از پیش طراحی شده زانو (--)، زاویه مطلق از پیش طراحی شده زانو (.)، (ب) سرعت زاویه‌ای مطلق از پیش طراحی شده ران (-)، سرعت زاویه‌ای نسبی از پیش طراحی شده زانو (--)، سرعت زاویه‌ای مطلق از پیش طراحی شده زانو (.)

با توجه به اینکه هدف فیزیوتراپیست از فرایند توانبخشی، ایجاد توانایی انجام یک حرکت از پیش طراحی شده توسط بیمار است، برای توانبخشی از یک حرکت از پیش طراحی شده استفاده شده است. این حرکت با رابطه زیر بر حسب رادیان توصیف می‌شود و به صورت نمودار در شکل ۴ نشان داده شده است.

$$\begin{cases} \theta_{1r} = -\frac{\pi}{6}(1 - \cos \pi t) \\ \theta_{2r} = \frac{\pi}{8}(1 - \cos \pi t) \end{cases} \quad (43)$$

اکنون گشتاورهای اعمالی از سوی بیمار توصیف می‌گردد. در فرآیند توانبخشی مورد مطالعه، بیمار توانایی اعمال گشتاور لازم جهت انجام حرکت از پیش طراحی شده را دارد و عملگرها عملاً با مخالفت در برابر حرکت و گشتاور به این امر کمک می‌کنند. بنابراین برای شبیه‌سازی گشتاور اعمال شده از سوی بیمار، فرض شده است که بیمار در هر لحظه کسر متغیری بین ۰٫۹ تا ۱٫۱ مقدار گشتاور اعمال شده از سوی عملگرها را به مفاصل لگن و زانو اعمال می‌نماید و این گشتاورها به صورت تابعی از زمان ثبت می‌گردد. به منظور شبیه‌سازی نیاز است این گشتاورها محاسبه شوند. برای این منظور، پیش‌تر، از بیمار خواسته می‌شود عضلات خود را شل کرده و حرکت از پیش طراحی شده رابطه (۴۳) با استفاده

از کابل‌ها بر روی وی انجام می‌شود. به منظور اجرای این حرکت، در معادله (۲۱)، مقادیر α ، β و K_r را برابر صفر قرار می‌دهیم. به این ترتیب دینامیک خطای رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$M_d \ddot{\omega}(k) + C_d \dot{\omega}(k) + K_d \tilde{\theta}(k) = 0 \quad (44)$$

سیس با قرار دادن مقادیر θ_{1r} و θ_{2r} به ترتیب به جای مقادیر θ_{1d} و θ_{2d} ، مقدار گشتاور ناشی از نیروی عملگرها با استفاده از رابطه (۲۴) به دست می‌آید و آن را τ_r می‌نامیم. با انتخاب مقادیر مناسب M_d ، C_d و K_d دینامیک خطای رابطه (۴۴) پایدار است و تضمین می‌کند که اعمال گشتاور به دست‌آمده از رابطه (۲۴)، موجب می‌شود که مفاصل بیمار حرکت از پیش طراحی شده رابطه (۴۳) را دنبال کنند. پس از آن، بردار گشتاور اعمال شده ناشی از این نیروها از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau_r(k) = [\tau_{r1}(k) \quad \tau_{r2}(k)]^T \quad (45)$$

در ادامه، یک عدد تصادفی بین صفر و یک انتخاب و با R نشان داده می‌شود، سپس، τ_{\min}^* ، τ_{\max}^* و $\tau_j''(k)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \tau_{\min}^* = 0.9 \\ \tau_{\max}^* = 1.1 \\ \tau_j''(k) = \min \left(\left[\max \left(\left[\tau_j(k-1) - T \dot{\tau}_{j\max} \quad \tau_j'(k) \right] \right) \quad \tau_j(k-1) + T \dot{\tau}_{j\max} \right] \right) \\ j = 1, 2 \end{cases} \quad (46)$$

که در آن، τ_{\min}^* ، τ_{\max}^* به ترتیب کران پایین و بالای کسر متغیر نامبرده است. $\dot{\tau}_{j\max}$ نیز بیشترین نرخ تغییر گشتاور اعمال شده توسط بیمار است. این پارامتر بیانگر بیشترین توان بیمار برای ایجاد تغییر در گشتاور اعمال شده از سوی او می‌باشد. مقادیر این پارامتر به ازای مفاصل لگن و زانو به ترتیب به صورت زیر داده می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\tau}_{1\max} = 1400 \\ \dot{\tau}_{2\max} = 750 \end{cases} \quad (47)$$

و $\tau_j'(k)$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tau_j'(k) = \tau_j(k-1) + ((\tau_{\max}^* - \tau_{\min}^*)R + \tau_{\min}^*)(\tau_{rj}(k) - \tau_{rj}(k-1)) \quad j = 1, 2 \quad (48)$$

در نهایت، گشتاور اعمال شده توسط بیمار به صورت زیر توصیف می‌شود:

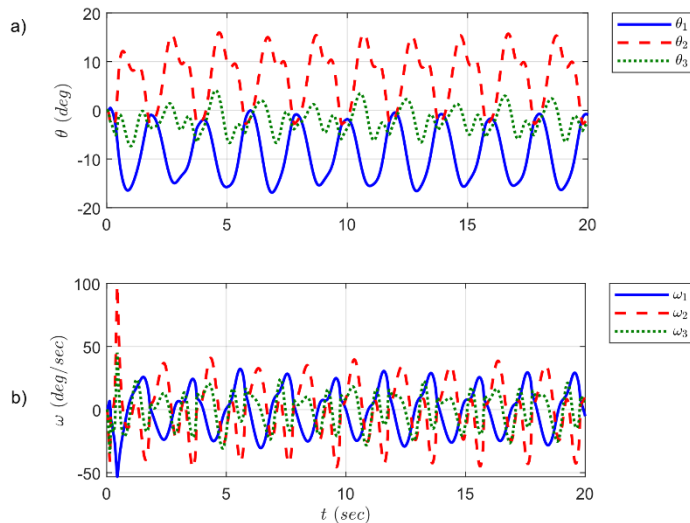
$$\tau_j(k) = \begin{cases} \min \left(\left[\max \left(\left[\tau_{\min}^* \tau_{rj}(k) \quad \tau_j''(k) \right] \right) \quad \tau_{\max}^* \tau_{rj}(k) \right] \right) & \tau_{rj}(k) > 0 \\ \min \left(\left[\max \left(\left[\tau_{\max}^* \tau_{rj}(k) \quad \tau_j''(k) \right] \right) \quad \tau_{\min}^* \tau_{rj}(k) \right] \right) & \tau_{rj}(k) < 0 \\ 0 & \tau_{rj}(k) = 0 \end{cases} \quad j = 1, 2 \quad (49)$$

بدین ترتیب، تمامی پارامترها و متغیرهای مورد نیاز در دسترس بوده و با استفاده از روابط دینامیکی حاکم بر سیستم و شرایط اولیه، شبیه‌سازی به صورت گام به گام از $k=0$ تا زمان دلخواه انجام می‌گردد و مقادیر زوایا، سرعت‌های زوایه‌ای، گشتاور اعمال شده به مفاصل لگن و زانوی بیمار محاسبه و نتایج مورد نظر استخراج می‌گردند.

نتایج شبیه‌سازی

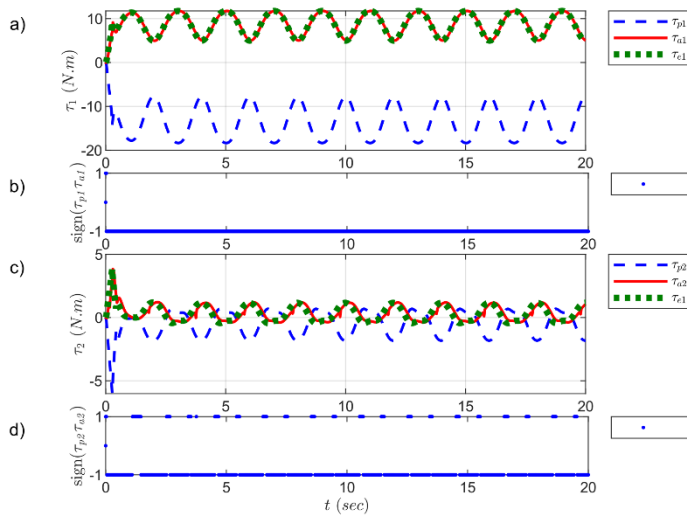
در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی و کنترل ربات کابلی ارائه شده است. در شکل ۴، نمودار زوایا و سرعت زوایه‌ای‌های مفاصل لگن و زانو نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، بیمار تلاش می‌کند حرکت از

پیش تعیین شده نمودار شکل ۴ را انجام دهد؛ اما ربات کابلی به منظور تقویت ماهیچه‌های مرتبط با مفاصل یادشده، با تلاش بیمار مخالفت می‌کند. از این رو، دامنه مقادیر زوایای مفاصل یادشده در شکل ۵، کمتر از دامنه زوایای متناظر در شکل ۴ می‌باشد.



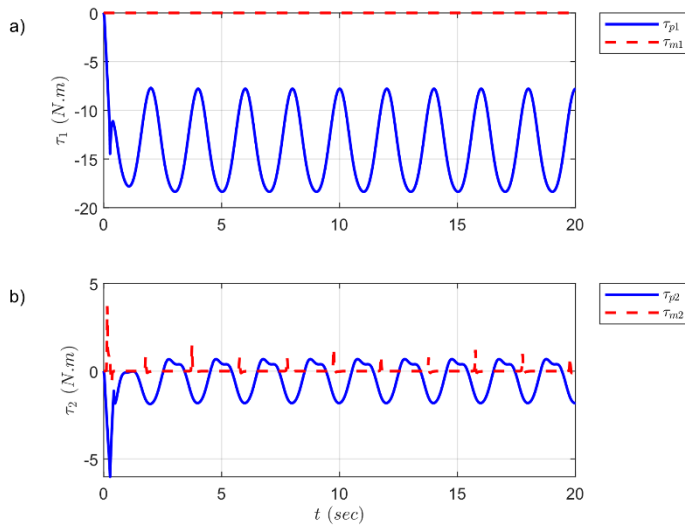
شکل ۵. الف) زاویه مطلق لگن (-)، زاویه نسبی زانو (--)، زاویه مطلق زانو (..) (ب) سرعت زاویه‌ای مطلق لگن (-)، سرعت زاویه‌ای نسبی زانو (--)، سرعت زاویه‌ای مطلق زانو (..)

در شکل ۶، نمودار گشتاور اعمال شده از سوی بیمار، گشتاور اعمال شده از سوی کابل‌ها و گشتاور فرمان داده شده از سوی کنترلر برای اعمال به مفاصل لگن و زانو نشان داده شده است. همان گونه که دیده می‌شود، گشتاور اعمال شده از سوی کابل‌ها انطباق خوبی با گشتاور فرمان داده شده از سوی کنترلر دارد. دلیل تفاوت مقدار این دو گشتاور، عدم قطعیت‌هایی است که در شبیه‌سازی اعمال شده است. این عدم قطعیت‌ها در راستای هر چه نزدیک‌تر کردن مدل شبیه‌سازی شده به واقعیت، لحاظ شده است. از سوی دیگر، همان گونه که در این شکل دیده می‌شود، در بازه‌های وسیعی از زمان، گشتاور اعمال شده از سوی کابل‌ها خلاف گشتاور اعمال شده از سوی بیمار است که نشان‌دهنده کارایی الگوریتم کنترلی طراحی شده در راستای برآورده کردن اهداف توانبخشی که همان مخالفت با حرکت بیمار است، می‌باشد.



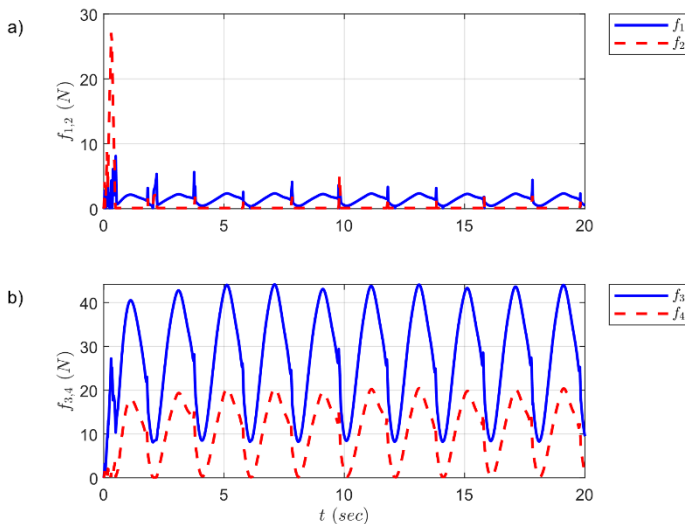
شکل ۶. الف) گشتاور اعمال شده به لگن: از سوی بیمار (--)، از سوی کابلها (-)، گشتاور فرمان داده شده از سوی کنترلر برای اعمال به لگن (..) (ب) گشتاور اعمال شده به زانو: از سوی بیمار (--)، از سوی کابلها (خط ممتد)، گشتاور فرمان داده شده از سوی کنترلر برای اعمال به زانو (..) (ج) حاصل ضرب علامت گشتاور اعمال شده از سوی بیمار در علامت گشتاور اعمال شده از سوی کابلها: (ب) به لگن، (د) به زانو

در شکل ۷، نمودار گشتاور اعمال شده از سوی بیمار و گشتاور داخلی مفاصل لگن و زانو نشان داده شده است. همان گونه که دیده می شود، تنها در حوالی آستانه حرکتی مفصل زانو، مقدار گشتاور داخلی مفصل زانو صفر نمی باشد. دلیل این پدیده، مقاومت ذاتی این مفصل در مقابل حرکت در بازه های یادشده است. اگرچه این موضوع در مفصل لگن نیز وجود دارد؛ اما با توجه به اینکه در کل زمان شبیه سازی انجام شده، این مفصل به حوالی آستانه حرکت نزدیک نشده است، چنین پدیده ای در مفصل لگن در این نمودار دیده نمی شود.



شکل ۷. الف) گشتاور اعمال شده به لگن توسط بیمار (-)، گشتاور داخلی لگن (--). ب) گشتاور اعمال شده به زانو از سوی بیمار (-)، گشتاور داخلی زانو (--)

در شکل ۸، نمودار نیروی کابل‌ها نشان داده شده است. همان گونه که دیده می‌شود به ازای مانور حرکتی تعریف شده، بجز بازه کوتاهی در ابتدای حرکت، کابل ۲ چندان وارد عمل نشده است. از آنجا که کابل ۴، به جلوی ساق متصل است، موجب حرکت ساق به سمت جلو می‌شود که به طور ضمنی ران را نیز به سمت جلو حرکت می‌دهد.



شکل ۸. الف) نیروی کابل ۱ (-)، نیروی کابل ۲ (--)، ب) نیروی کابل ۳ (-)، نیروی کابل ۴ (--)

نتیجه‌گیری

در این مقاله، به مطالعه شبیه‌سازی و کنترل یک ربات کابلی دو درجه آزادی با چهار کابل در صفحه ساجیتال پرداخته شده است. این ربات به منظور توانبخشی اندام‌های تحتانی در مود فعال-مقاومتی طراحی شده است. معادلات حاکم بر حرکت اندام‌های تحتانی با استفاده از روش لاگرانژ استخراج شده است. سپس روشی جهت تخمین گشتاورهای وارد بر مفاصل از سوی بیمار ارائه شده است. یک الگوریتم کنترلی با استفاده از رویکرد کنترل امپدانس طراحی شده است. به گونه‌ای که بتواند همزمان زوایای مفاصل و گشتاورهای اعمال شده به آنها را کنترل نماید. به منظور تعیین نیروی کابل‌ها یک رویکرد زیربهبینه با در نظر گرفتن ملاحظات عملی در پیش گرفته شده است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که الگوریتم کنترلی ارائه شده در راستای تقویت ماهیچه‌ها موثر بوده است به طوری که در ۹۹/۷ درصد بازه زمانی حرکتی، گشتاور اعمال شده از سوی کابل‌ها با حرکت بیمار مخالفت می‌کند.

References

- [1] Mashayekhi, A., Karami, A., & Zeinolabedin Beygi, A. (2023). Position Optimization of a Redundant Haptic Device for Increasing the Simulating Virtual Damping Using Metaheuristic Methods based on Swarm Intelligence. *Karafan Quarterly Research Journal*, 20(3), 265-285. (In Persian)
<https://doi.org/10.48301/kssa.2023.404933.2618>
- [2] Tahmasebi, M., & Gohari, M., (2023). Design and Simulation of an Adaptive Neuro-controller for a Wire Driven Flexible Arm Robot. *Karafan Quarterly Research Journal*, 20(1), 243-262. (In Persian)
<https://doi.org/10.48301/kssa.2023.361179.2280>
- [3] Rahbar Hadibigloo, R., & Movahedi, M. M., (2022). Mechanical Arm Modeling of Bascule Lift with Simulation Method and Fuzzy Inference Approach. *Karafan Quarterly Research Journal*, 19(1), 403-428. (In Persian)
<https://www.doi.org/10.48301/KSSA.2022.294013.1608>
- [4] Shoaib, M., Asadi, E., Cheong, J., & Bab-Hadiashar, A. (2021). Cable driven rehabilitation robots: Comparison of applications and control strategies. *IEEE Access*, 9, 110396-110420. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3102107>
- [5] Lee, S. H., park, G., Cho, D. Y., Kim, H. Y., Lee, J., Kim, S., Park, S., & Shin, J. (2020). Comparisons between end-effector and exoskeleton rehabilitation robots regarding upper extremity function among chronic stroke patients with moderate-to-severe upper limb impairment. *Scientific reports*, 10(1), 1-8.
<https://doi.org/10.1038/s41598-020-58630-2>
- [6] Dovat, L., Lambercy, O., Gassert, R., Maeder, T., Milner, T., & Leong, T. C. (2008). HandCARE: a cable-actuated rehabilitation system to train hand function after stroke. *IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, (16)6, 582-591. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2008.2010347>
- [7] Shoaib, M., Lai, C. Y., & Bab-Hadiashar, A. (2019, 08-12 July). A novel design of cable-driven neck rehabilitation robot (CarNeck). *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Hong Kong, China.
<https://doi.org/10.1109/AIM.2019.8868660>

- [8] Mao, Y., & Agrawal, S. K. (2012). Design of a cable-driven arm exoskeleton (CAREX) for neural rehabilitation. *IEEE transactions on robotics*, (28)4, 922-931. <https://doi.org/10.1109/TRO.2012.2189496>
- [9] Cui, X., Chen, W., Jin, X., & Agrawal, S. K. (2016). Design of a 7-DOF cable-driven arm exoskeleton (CAREX-7) and a controller for dexterous motion training or assistance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, (22)1, 161-172. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2016.2618888>
- [10] Dollar, A. M., & Herr, H. (2008). Lower extremity exoskeletons and active orthoses: Challenges and state-of-the-art. *IEEE Transactions on robotics*, (24)1, 144-158. <https://doi.org/10.1109/TRO.2008.915453>
- [11] Ball, S. J., Brown, I. E., & Scott, S. H. (2007, 22-26 Aug). *A planar 3DOF robotic exoskeleton for rehabilitation and assessment*. 29th annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society, Lyon, France. <https://doi.org/10.1109/IEMBS.2007.4353216>
- [12] Gopura, R., Bandara, D., Kiguchi, K., & Mann, G. K. (2016). Developments in hardware systems of active upper-limb exoskeleton robots: A review. *Robotics and Autonomous Systems*, (75), 203-220. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2015.10.001>
- [13] Pott, A. (2018). *Cable-driven parallel robots*. Springer . <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-76138-1>
- [14] Khosravi, M. A., & Taghirad, H. D. (2014). Dynamic modeling and control of parallel robots with elastic cables: singular perturbation approach. *IEEE Transactions on Robotics*, (30)3, 694-704. <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2298057>
- [15] Kawamura, S., Kino, H., & Won, C. (2000). High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots. *Robotica*, (18)1, 13-21. <https://doi.org/10.1017/S0263574799002477>
- [16] Shoaib, M., Cheong, J., Park, D., & Park, C. (2017). Composite controller for antagonistic tendon driven joints with elastic tendons and its experimental verification. *IEEE Access*, (6), 5215-5226. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2787839>
- [17] Rosati, G., Masiero, S., & Rossi, A. (2017). *On the use of cable-driven robots in early inpatient stroke rehabilitation*. First International Conference of IFToMM, Italy. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48375-7_59
- [18] Zanutto, D., Rosati, G., Minto, S., & Rossi, A. (2014). Sophia-3: A semiadaptive cable-driven rehabilitation device with a tilting working plane. *IEEE Transactions on Robotics*, (30)4, 974-979. <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2301532>
- [19] Wu, M., Hornby, T. G., Landry, J. M., Roth, H., & Schmit, B. D. (2011). A cable-driven locomotor training system for restoration of gait in human SCI. *Gait & posture*, (33)2, 256-260. <https://doi.org/10.1016/j.gaitpost.2010.11.016>
- [20] Ottaviano, E., Castelli, G., & Cannella, G. (2008). A cable-based system for aiding elderly people in sit-to-stand transfer. *Mechanics based design of structures and machines*, (36)4, 310-329. <https://doi.org/10.1080/15397730802405861>
- [21] Veneman, J. F., Kruidhof, R., Hekman, E. E., Ekkelenkamp, R., Van Asseldonk, E. H., & Van Der Kooij, H. (2007). Design and evaluation of the LOPES exoskeleton robot for interactive gait rehabilitation. *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, (15)3, 379-386. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2007.903919>

- [22] Jin, X., Cui, X., & Agrawal, S. K. (2015, 26-30 May). *Design of a cable-driven active leg exoskeleton (C-ALEX) and gait training experiments with human subjects*. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, USA. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2015.7139979>
- [23] Barbosa, A.M., Carvalho, J. C. M., & Gonçalves, R. S. (2018). Cable-driven lower limb rehabilitation robot. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, (40), 1-11. <https://doi.org/10.1007/s40430-018-1172-y>
- [24] Park, J., Park, S., Kim, C., Park, J. H., & Choi, J. (2021). Design and control of a powered lower limb orthosis using a cable-differential mechanism, COWALK-Mobile 2. *IEEE Access* (9), 43775-43784. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3065759>
- [25] Alamdari, A. (2016). *Cable-driven articulated rehabilitation system for gait training* [Doctoral dissertation, State University of New York]. Proquest. <https://www.proquest.com/openview/809bbdc7ad4d95ba46643d031014815c/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750>
- [26] Eiammanussakul, T., & Sangveraphunsiri, V. (2018). A lower limb rehabilitation robot in sitting position with a review of training activities. *Journal of Healthcare Engineering*, (2018), 1-18. <https://doi.org/10.1155/2018/1927807>
- [27] Riener, R., Lunenburger, L., Jezernik, S., Anderschitz, M., Colombo, G., & Dietz, V. (2005). Patient-cooperative strategies for robot-aided treadmill training: first experimental results. *IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, (13)3, 380-394. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2005.848628>
- [28] Venkata Sai Prathyush, I., Ceccarelli, M., & Russo, M. (2022). Control Design for CABLEankle, a Cable Driven Manipulator for Ankle Motion Assistance. *Actuators*, (11)2, 1-13. <https://doi.org/10.3390/act11020063>
- [29] Tang, R., Yang, Q., & Song, R. (2022). Variable impedance control based on target position and tracking error for rehabilitation robots during a reaching task. *Frontiers in Neurobotics*, (16), 1-15. <https://doi.org/10.3389/fnbot.2022.850692>
- [30] Oyman, E. L., Korkut, M. Y., Yilmaz, C., Bayraktaroglu, Z. Y., & Arslan, M. S. (2022). Design and control of a cable-driven rehabilitation robot for upper and lower limbs. *Robotica*, (40)1, 1-37. <https://doi.org/10.1017/S0263574721000357>

فهرست نمادها

ثابت میراکننده خطی	C_i
سفتی فنر خطی	K_i
جرم	m_i
شعاع ژیراسیون	R_i
زمان نمونه‌برداری	T

نمادهای یونانی

مختصات تعمیم‌یافته	θ_i
سرعت زاویه‌ای	$\dot{\theta}_i$
شتاب زاویه‌ای	$\ddot{\theta}_i$
گشتاور	τ
مقدار تخمین زده شده گشتاور	$\hat{\tau}$
شتاب زاویه‌ای	ω