



## Investigation of Winding Configurations of Induction Motors to Reduce Spatial Harmonic Orders

Hossein Asgharpour Alamdari<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Assistant Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Skills (NUS), Tehran, Iran

### ARTICLE INFO

#### Article Type:

Original Research

**Received:** 29.01.2025

**Revised:** 04.03.2025

**Accepted:** 03.05.2025

#### Keyword:

Induction motor, Four-Layer Winding, Torque, Harmonic component reduction, THD Winding function

#### \*Corresponding Author:

Hossein Asgharpour Alamdari

#### Email:

[asgharpour.alamdari@gmail.com](mailto:asgharpour.alamdari@gmail.com)

### ABSTRACT

The magnetic flux waveform in induction motors and the output voltage waveform in synchronous generators are of particular importance as the most influential factors in the two operating modes of AC electrical machines, which are usually quasi-sinusoidal and have numerous harmonic components. The most important effects of harmonic components include changing the operating point, increasing core losses, increasing noise and vibration, increasing torque ripple, and also reducing the stability of electrical machines. One solution to improve the performance of electrical machines is to reduce or eliminate the amplitude of disturbing harmonics. In this paper, the conventional winding structure in alternating current electrical machines will be examined and the amplitude of harmonics will be evaluated. In order to attenuate or eliminate the disturbing harmonics, a new design based on a four-layer winding scheme, based on a combination of conventional winding designs (one and two layers) and a three-layer winding scheme, has been proposed. In the proposed design, the winding is based on a fractional pitch and using a change in the number of turns and the position of the coils. To verify the proposed design, ANSYS MAXWELL software has been used to measure the magnetic flux, induced voltage, and torque ripple for two three-phase, two poles, 200-watt induction motors. The results obtained from these two motors in the simulation indicate that the motor performance is improved using the proposed design.



---

**EXTENDED ABSTRACT**

---

**Introduction**

Reducing torque ripple in induction motors and sinusoidalizing the induced voltage waveform in synchronous generators are important goals for designers of alternating current (AC) electrical machines. To achieve this goal, the magnetomotive force (MMF) waveform must be sinusoidal or quasi-sinusoidal, which makes it impossible to achieve the design goals due to the presence of various harmonics. With a general review of the MMF waveform, it has many odd harmonic components, and several methods have been proposed to eliminate or reduce them. Typically, the winding function is used to investigate the harmonic components in the winding of AC machines. The approach and performance of the winding function in AC machines have been investigated in several papers. The analysis of different winding structures using the winding function for AC machines has been evaluated in various references. One of the important applications of the winding function is fault detection in induction motors. Typically, the windings used in AC machines are single or double layer and full pitch or fractional pitch. To improve the performance of induction motors, one method is to use a new design in the stator winding structure by changing the shape of the stator slots and the number of turns of the coils. It is also possible to replace the single- and double-layer winding with a three-layer winding structure, with the aim of reducing and eliminating harmonic components in induction motors and synchronous generators. In this method, the use of windings with different numbers of turns in each slot is proposed. The use of concentrated windings is common in permanent magnet (PM) machines. Furthermore, numerous articles have been presented on various types of PM machines by changing the shape and material of the magnets to reduce torque ripple and make the induced voltage sinusoidal. One of the major problems in induction motors is noise and fluctuations, which must be minimized. In this regard, to reduce these parameters, an analysis was conducted on the winding, and methods were presented. In general, to eliminate harmonic components in AC electric machines, it has been proposed to design multilayer windings, use special barriers in the stator teeth, introduce a special mathematical function, and design the stator with windings of different slots. In the present research, different conventional types of stator windings of AC electric machines were investigated, focusing on the MMF waveform and conducting a Fourier analysis. The harmonic components of each waveform were obtained, and then their THD was calculated. In order to reduce the amplitude of harmonic components, reduce iron losses and increase efficiency and reduce torque ripple in induction motors, a four-layer winding design was proposed instead of single and double-layer windings. In this design, a combination of two- and three-layer windings with short-pitched winding was used. Then, the winding function, the expanded diagram and the MMF waveform were introduced, and a general comparison was made between them. To verify the proposed design compared to the conventional design, an induction motor with a similar structure was considered for simulation in the ANSYS MAXWELL software, and after examination, the results obtained indicated the superiority of the proposed design over the conventional design. Finally, the simulation results were examined.

## Methodology

The proposed winding structure is based on a combination of conventional winding (one and two layers) and three-layer winding. In this design, a short-pitched winding was used and the number of turns in each slot was different. To investigate and compare the winding structure of the proposed design with the conventional design, the winding function was used. After drawing the winding function, the harmonic components were obtained based on Fourier analysis and their THD was calculated. The obtained THD value indicated the superiority of the proposed design; the induction motor simulation was performed in ANSYS MAXWELL software for the proposed and conventional designs. The waveforms of output torque and induction voltage were obtained and compared in the two designs. The results of static and no-load tests show that the manufactured electromotor has similar values to the original sample and is in a better condition in a number of cases. Figure 2 shows the motor produced.

## Results and Discussion

To compare the proposed design with the conventional design, the torque changes were obtained in ANSYS Maxwell software and are shown in Figure 1. At an equal mechanical load, the torque distortion in the conventional design motor was greater than that of the proposed design.

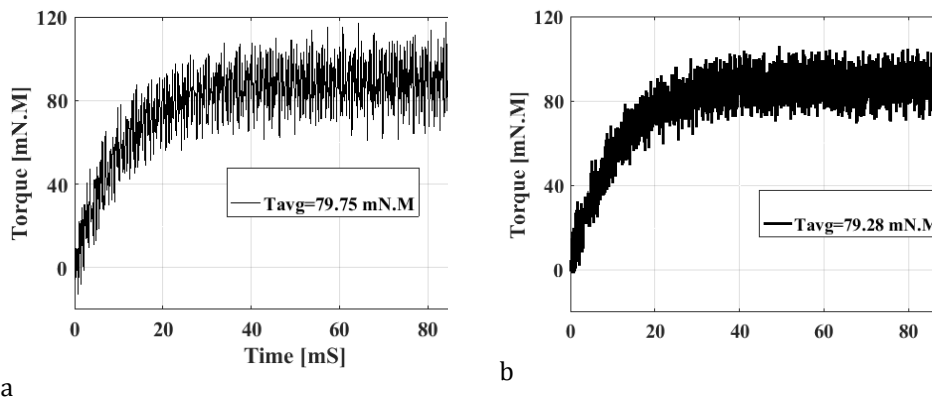


Figure 1. Induction motor torque.  
Two-layer    b) Four-layer

## Conclusion

The performance of induction motors is of particular importance due to their wide application. Among the issues under consideration was torque ripple. The torque distortion factor should be close to zero. To achieve this goal, the harmonic components of the magnetic flux or MMF waveform should have a maximum value for the fundamental component and zero or a minimum for the other components. In the current study, the conventional winding structure of one and two layers, as well as full and fractional pitch, was studied, and then their harmonic components were calculated using Fourier analysis. To reduce the amplitude of the disturbing harmonics, a four-layer winding design was

proposed and its harmonic components were obtained. In induction motors, due to the importance of the 5<sup>th</sup> and 7<sup>th</sup> harmonic components, the focus has been on reducing them. In the proposed design, compared to the conventional design, the amplitude of the 5<sup>th</sup> harmonic relative to the fundamental component decreased from 1.146% to 0.33 % and for the 7<sup>th</sup> harmonic from 0.62% to 0.13 %. To verify the proposed design compared to the conventional design, a simulation was performed in ANSYS MAXWELL software and its results were evaluated. In the proposed design, the waveform of the induced voltage had less distortion than the conventional design. In addition, the torque distortion factor in the four-layer induction motor was much lower than that of the two-layer induction motor, which indicates the better performance of the proposed design (33.04% versus 60.24%).



# بررسی ساختار سیم‌پیچی ماشین‌های الکتریکی AC جهت حذف مولفه‌های هارمونیک

حسین اصغرپور علمداری<sup>۱</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۱۰

بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۱۴

پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۱۳

کلید واژگان:

موتورهای القایی، سیم‌پیچی چهار لایه، گشتاور، کاهش مولفه هارمونیک، THD، تابع سیم‌پیچی.

<sup>نو</sup>نویسنده مسئول: حسین اصغرپور علمداری

پست الکترونیکی:

[asgharpour.alamdari@gmail.com](mailto:asgharpour.alamdari@gmail.com)

شکل موج شار مغناطیسی در موتورهای القایی و ولتاژ خروجی در ژنراتورهای سنکرون به‌عنوان تاثیرگذارترین عامل در دو حالت عملکردی ماشین‌های الکتریکی جریان متناوب است که از اهمیت خاصی برخوردار می‌باشد. بطور کلی این شکل موج‌ها، شبه‌سینوسی بوده و دارای مولفه‌های هارمونیک متعددی می‌باشند. از مهم‌ترین آثار مولفه‌های هارمونیک می‌توان به تغییر نقطه کار، افزایش تلفات هسته، افزایش نویز و لرزش، افزایش ریپل گشتاور و هم‌چنین کاهش پایداری ماشین‌های الکتریکی اشاره نمود. یک راه حل برای بهبود عملکرد ماشین‌های الکتریکی، کاهش یا حذف دامنه هارمونیک‌های مزاحم است. در این مقاله، ساختار سیم‌پیچی متعارف در ماشین‌های الکتریکی جریان متناوب مورد بررسی قرار گرفته است و دامنه هارمونیک‌ها ارزیابی خواهند شد. جهت تضعیف یا حذف هارمونیک‌های مزاحم، طرح جدیدی بر مبنای طرح سیم‌پیچی چهار لایه، براساس ترکیبی از طرح سیم‌پیچی متعارف (یک و دو لایه) و طرح سیم‌پیچی سه لایه پیشنهاد گردیده است. در طرح پیشنهادی، سیم‌پیچی براساس گام کسری و با استفاده از تغییر در تعداد دور و موقعیت قرارگرفتن کلاف‌ها ارائه گردیده است. جهت تایید طرح پیشنهادی، از نرم افزار ANSYS MAXWELL برای اندازه‌گیری شار مغناطیسی، ولتاژ القاشده روی سیم‌پیچ‌ها و ریپل گشتاور برای دو موتور القایی سه فاز، دو قطبی، با توان ۲۰۰ وات استفاده شده است. نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی برای موتورهای القایی مشابه، حاکی از بهبود عملکرد موتور با استفاده از طرح پیشنهادی نسبت به طرح متعارف می‌باشد.



## ۱- مقدمه

کاهش ریبیل گشتاور در موتورهای القایی و سینوسی شدن شکل موج ولتاژ القا شده در ژنراتورهای سنکرون از اهداف مهم طراحان ماشین‌های الکتریکی جریان متناوب (AC) می‌باشد [1]. برای رسیدن به این هدف، باید شکل موج نیروی محرکه مغناطیسی<sup>۲</sup> (MMF) سینوسی یا شبه سینوسی شده که، بدلیل وجود هارمونیک‌های مکانی با فضایی مختلف در شکل موج MMF، باعث شده تا دسترسی به آن غیرممکن شود. با بررسی کلی بر روی شکل موج MMF، مولفه‌های هارمونیک فرد زیادی مشاهده شده است که روش‌های متعددی برای حذف یا کاهش آن پیشنهاد گردیده است [2]. بطور معمول، برای بررسی مولفه‌های هارمونیکی در سیم‌پیچی ماشین‌های AC، از تابع سیم‌پیچی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود. در مراجع [3] و [4]، رویکرد و عملکرد تابع سیم‌پیچی در ماشین‌های AC، مورد بررسی قرار گرفته و خصوصیات هارمونیک‌های مکانی را بیان کرده است. تجزیه و تحلیل ساختار سیم‌پیچی‌های مختلف با استفاده از تابع سیم‌پیچی برای ماشین‌های AC، در مراجع [5]-[6]، مورد ارزیابی قرار گرفته است. هم‌چنین برای شرایط بارداری مختلف در موتورهای القایی مورد آزمایش قرار گرفته است [7]-[8]. یکی از کاربرد مهم تابع سیم‌پیچی، بررسی خطا در موتورهای القایی بوده که در مراجع [9] و [10] به آن پرداخته است. بیان یک تابع ریاضی مشخص و ارائه یک نرم افزار قوی برای ساختار سیم‌پیچی ماشین‌های AC مختلف، یکی از اهداف نویسندگان می‌باشد که در [11] و [12] پیشنهاد شده است.

بطور معمول، سیم‌پیچی‌های بکار رفته در ماشین‌های AC بصورت یک یا دو لایه و گام کامل یا گام کسری می‌باشد. تفاوت آن در کاهش یا حذف مولفه‌های هارمونیک در ماشین‌های AC می‌باشد. در مرجع [13]، جهت بررسی بهبود عملکرد موتورهای القایی، یک روش سیم‌پیچی متفاوت با استفاده از تغییر شکل استاتور و تعداد دور کلاف در شیارهای استاتور ارائه نموده است. در مراجع [14]، [15] و [16]، ساختار سیم‌پیچی سه لایه جایگزین سیم‌پیچی یک و دو لایه شده و در آن، کاهش و حذف مولفه‌های هارمونیکی در موتورهای القایی و ژنراتورهای سنکرون از اهداف بوده است. بیان رابطه‌ای جهت تقسیم سهم هر شیار از تعداد دور کلاف مربوط به یک فاز بصورت سینوسی و کسینوسی پیشنهاد شده است. هم‌چنین در ژنراتورهای سنکرون، برای سینوسی شدن شکل موج ولتاژ [17]-[18] و کاهش یا حذف مولفه‌های هارمونیک جریان [19] از سیم‌پیچی متمرکز بجای توزیع شده پیشنهاد گردیده است. استفاده از سیم‌پیچی‌های متمرکز در ماشین‌های مغناطیس دائم (PM) مرسوم می‌باشد. که، با تغییر شکل و جنس آهنرباها در انواع مختلف ماشین‌های PM [20]، [21] و [22] جهت کاهش ریبیل گشتاور [23] و سینوسی شدن نیروی ضد محرکه الکتریکی، مقالات متعددی ارائه گردیده است. یکی از مشکلات عمده در موتورهای القایی نوین، سرو صدا و نوسانات بوده که باید به حداقل رسانده شود در مرجع [24]، با هدف کاهش این پارامترها، آنالیز بر روی سیم‌پیچی صورت گرفته و روش‌های ارائه نموده است. بطور کلی در ماشین‌های الکتریکی AC، بمنظور کاهش یا حذف مولفه‌های هارمونیکی، طراحی سیم‌پیچی چند لایه [25]، استفاده از سدهای مخصوص در دندانه استاتور [26]، معرفی تابع ریاضی خاص [6]، و طراحی استاتور با سیم‌پیچی شیارهای مختلف [12] و [27] پیشنهاد گردیده است.

در این مقاله، به بررسی انواع سیم‌پیچی متعارف استاتور ماشین‌های الکتریکی AC پرداخته و با تمرکز بر شکل موج MMF، آنالیز فوریه بر روی آن صورت گرفته است. مقدار<sup>۵</sup> THD مرتبط با مولفه‌های هارمونیک هر شکل موج

<sup>۱</sup>Alternative Current, AC

<sup>۲</sup>Magnetic Motive Force, MMF

<sup>۳</sup>Winding Function

<sup>۴</sup>Permanent Magnet, PM

<sup>۵</sup>Total Harmonic Distortion, THD

MMF در بخش دوم ارائه گردیده است. در بخش سوم برای موتورهای القایی، بمنظور کاهش دامنه مولفه‌های هارمونیک، کاهش تلفات آهنی، افزایش راندمان و کاهش ریپل گشتاور طرح سیم‌پیچی چهار لایه جایگزین سیم‌پیچی یک و دو لایه پیشنهاد شده است. در این طرح، با ترکیبی از سیم‌پیچی دو و سه لایه بصورت گام کسری استفاده شده است. در بخش چهارم، یک موتور القایی با ساختار مشابه جهت انجام شبیه‌سازی در نرم افزار با دو نوع سیم‌پیچی متعارف و پیشنهادی مدنظر قرار گرفته که پس از بررسی، نتایج بدست آمده حاکی از برتری طرح پیشنهادی نسبت به طرح متعارف می‌باشد. در نهایت، در بخش پنجم نتایج بدست آمده از توابع سیم‌پیچی و شبیه‌سازی مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است.

### ۱. معرفی تابع سیم‌پیچی

بطور کلی در ماشین‌های الکتریکی سه فاز، سه دسته سیم‌پیچ در استاتور در نظر گرفته می‌شود. جهت کاهش دامنه هارمونیک‌های غیر مولفه اصلی (هارمونیک‌های مزاحم) از روش توزیع‌پذیری و کوتاهی گام استفاده می‌شود. اگرچه استفاده از این دو تکنیک باعث کاهش دامنه شار مغناطیسی در نقاط مختلف ماشین‌های الکتریکی می‌شود، لذا جهت جبران آن در رابطه ولتاژ القایی از ضریب  $K_w$  استفاده می‌کنند (رابطه ۱) [28].

$$E = \sqrt{2\pi} \cdot K_p \cdot K_d \cdot f \cdot N \cdot \phi = \sqrt{2\pi} \cdot K_w \cdot f \cdot N \cdot \phi \quad (1)$$

برای یک ماشین الکتریکی AC، ۲۴ شیار، سه فاز، دو قطب داریم:

$$Z=24, \quad m=3, \quad Y_p=Z/2p=24/2=12 \quad q=Z/(m \cdot 2p)=24/(3 \cdot 2)=4$$

$$2p=2$$

که Z تعداد شیار، m تعداد فاز، p جفت قطب،  $Y_p$  گام سیم‌پیچی و q تعداد شیار در فاز و قطب می‌باشد. دیاگرام گسترده سیم‌پیچی ماشینی با مشخصات فوق و با ساختار سیم‌پیچی بصورت یک لایه، به‌همراه شکل موج MMF در شکل (۱-الف) نشان داده شده است. دامنه هارمونیک اول (اصلی) و هارمونیک‌های دیگر در جدول ۱ ارائه گردیده است. همانطور که واضح است، مولفه‌های هارمونیک غیر اصلی، دارای دامنه نسبتاً زیادی می‌باشند. معیار مقایسه و سنجش در مطالب مربوط به هارمونیک‌ها کمیتی بنام THD بوده که بصورت رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$THD = 100 \times \left( \sqrt{\sum_{h=2,3,4,5,\dots}^{\infty} E_h^2} \right) / E_1 \quad (2)$$

که در آن،  $E_1$  دامنه ولتاژ القایی هارمونیک اول و  $E_h$  دامنه ولتاژ القایی هارمونیک h ام (h مرتبه هارمونیک) می‌باشد. بطور کلی، در حالت ایده‌آل باید THD صفر و ضریب سیم‌پیچی یک باشد. در ماشین‌های AC، مقدار ضریب سیم‌پیچی کمتر از یک و THD بیشتر از صفر بوده که به‌صورت درصد نمایش داده می‌شود. استفاده از سیم‌پیچی گام کسری، روش متداول برای کاهش دامنه هارمونیک‌های مزاحم می‌باشد. در شکل‌های (۲-ب) تا (۲-ه)، ساختار سیم‌پیچی‌های مختلف با گام کسری نمایش داده شده است. بطوریکه، بجای گام سیم‌پیچی (۱) به ۱۳ در سیم‌پیچی یک لایه، از ۱ به ۱۲ (شکل ۲-ب)، ۱ به ۱۱ (شکل ۲-ج)، ۱ به ۱۰ (شکل ۲-د) و ۱ به ۹ (شکل ۲-ه) جایگزین شده است. جهت تسهیل در اجرای سیم‌پیچی از ساختار دو لایه بجای یک لایه استفاده شده است. لذا تعداد دور هر شیار از N به  $n/2$  تغییر خواهد یافت. دامنه هارمونیک‌های مختلف براساس شکل موج MMF و با استفاده از سری فوریه در جدول ۱ نمایش داده شده است. مولفه‌های هارمونیک در ماشین‌های AC، به سه دسته گروه  $6h+1$ ، گروه  $6h-1$  و مضارب ۳ دسته‌بندی می‌شوند که در آن h مرتبه هارمونیک و عدد صحیح ۱، ۲، ۳، ... خواهد بود. گروه هارمونیک  $6h+1$  در

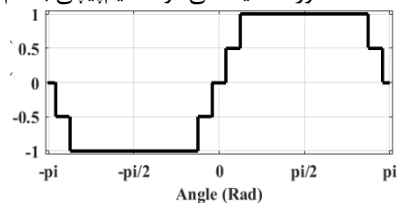
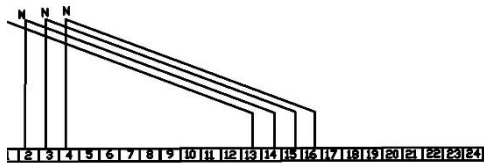
<sup>۱</sup>Winding Factor

<sup>۲</sup>Harmonic Order

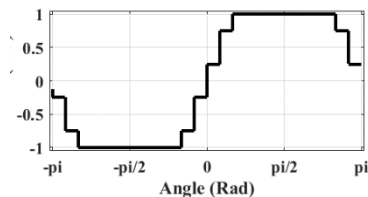
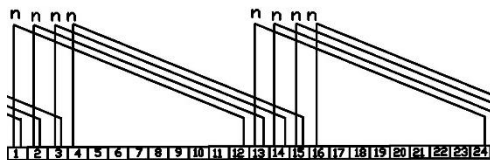
جهت موافق MMF، گشتاور تولید خواهد کرد. گروه هارمونیک 1-6h در جهت خلاف حرکت MMF، گشتاور تولید نموده و همانند گشتاور ترمزی عمل می‌کند. به بیان دیگر، هارمونیک‌های ۵، ۱۱، ۱۷ و... گشتاوری در جهت مخالف حرکت موتور و هارمونیک‌های ۷، ۱۳، ۱۹ و... گشتاوری در جهت موافق حرکت موتور ایجاد خواهند کرد که باعث ایجاد اختلال در گشتاور موتور و عملکرد مشخصه گشتاور سرعت، خصوصاً در لحظه راه‌اندازی می‌شود که به این پدیده در موتورهای القایی خزندگی گویند. لذا در موتورهای القایی تضعیف یا حذف هارمونیک‌های گروه ۵ و ۷ از مهم‌ترین اهداف طراحی می‌باشد. اما ویژگی هارمونیک‌های مضارب ۳ کمی متفاوت می‌باشد. بصورتی که، این دسته از هارمونیک‌ها در خط ظاهر نشده لذا در محاسبات THDها و گشتاورها نقشی نخواهند داشت. لذا در رفتار موتوری برای ماشین‌های AC هارمونیک‌های مضارب ۳ نقشی در طراحی نداشته و بسادگی می‌توان از آن‌ها گذشت. اما این هارمونیک‌ها برای طراحی ژنراتورهای سنکرون از اهمیت خاصی برخوردار بوده چون در آن از سیم نول استفاده می‌شود (بکارگیری ساختارسیم‌پیچی با گام ۱ به ۹ در شکل ۱ و جدول ۱). اگر چنانچه تعداد قطب افزایش یابد، به همان نسبت باید تعداد شیار افزایش یافته تا مولفه‌های هارمونیک‌های شکل موج MMF ثابت بمانند.

در جدول ۱، مقادیر THD برای پنج نمونه از ساختار سیم‌پیچی در دو حالت خطی و فازی ارائه گردیده است. همانطور که دیده می‌شود، گام سیم‌پیچی ۱ به ۱۱ دارای کمترین مقدار THD بوده، هم‌چنین دارای دامنه حداقلی برای مولفه‌های هارمونیک ۵ و ۷ می‌باشد. لذا طراحان موتورهای القایی بطور مرسوم از این ساختار استفاده می‌کنند. در جدول ۱، مقدار ضریب سیم‌پیچی Kw برای پنج نوع از اتصال مختلف محاسبه شده و براساس این ضریب، مقدار تعداد دور در هر شیار مطابق با رابطه ۱ افزایش می‌یابد. اگر تعداد دور در موتور یک لایه ۲۲۰ دور در هر شیار باشد، مابقی اتصالات با توجه به ضریب سیم‌پیچی باید افزایشی داشته باشند تا دامنه شار مغناطیسی تقویت گردد.

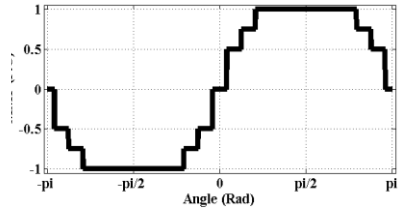
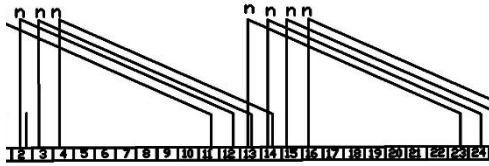
شکل ۲ دامنه مولفه هارمونیک‌های مزاحم در حالات مختلف گام سیم‌پیچی برای سیم‌پیچی متعارف را جهت استفاده در رفتار موتوری مورد مقایسه قرار داده است. از آنجائیکه هارمونیک‌های مضارب ۳ اثرگذار نبوده لذا در این شکل مورد بررسی قرار نگرفته است. در این شکل، دامنه هارمونیک‌های مزاحم نسبت به مولفه اصلی به درصد نمایش داده شده است. همانطور که دیده می‌شود، سیم‌پیچی با گام کسری ۱ به ۱۱ دارای درصد کمتری نسبت به بقیه می‌باشد.



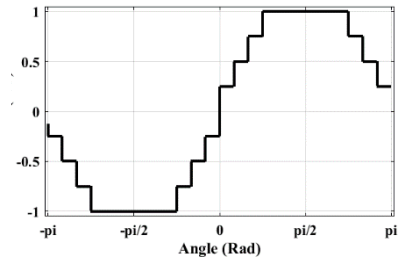
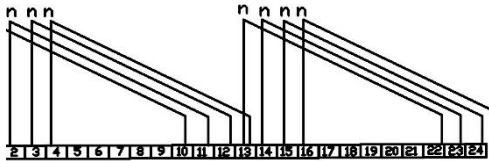
(الف)



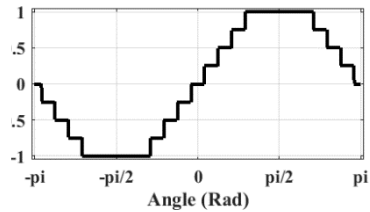
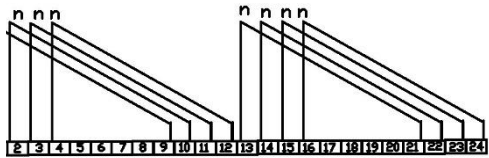
(ب)



(ج)



(د)



(ه)

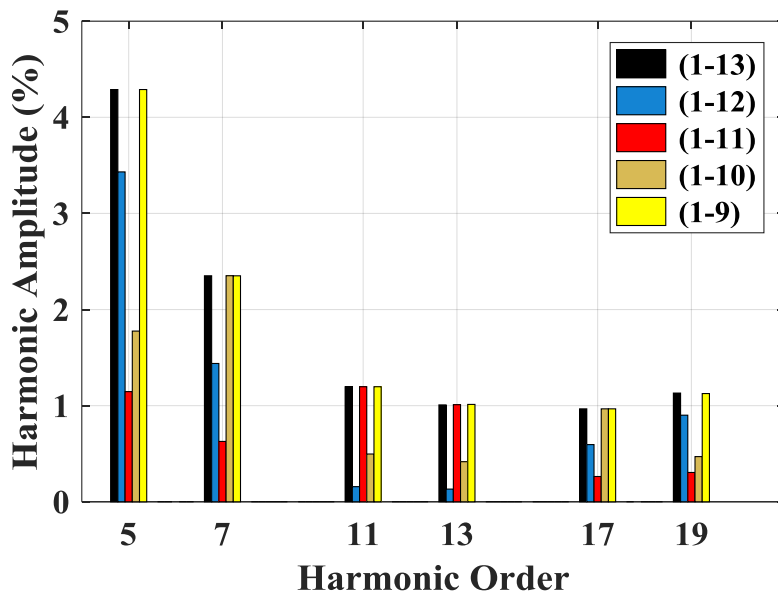
شکل ۱. ساختار سیم‌پیچی متعارف و شکل موج MMF برای حالات مختلف گام سیم‌پیچی

الف) (۱۳-۱) ب) (۱۲-۱) ج) (۱۱-۱) د) (۱۰-۱) ه) (۹-۱)

جدول ۱. مقایسه دامنه هارمونیک‌های مختلف برای سیم‌پیچی متعارف در حالات سیم‌پیچی با گام‌های متفاوت

Harmonic	1-Layer					2-Layer				
	1-13	1-12	1-11	1-10	1-9	1-13	1-12	1-11	1-10	1-9
<b>H1</b>	1.2193	1.2089	1.1778	1.1265	1.0560	1.2193	1.2089	1.1778	1.1265	1.0560
<b>H3</b>	0.2773	0.2562	0.1961	0.1061	0	0.2773	0.2562	0.1961	0.1061	0
<b>H5</b>	0.0523	0.0415	0.0135	0.0200	0.0453	0.0523	0.0415	0.0135	0.0200	0.0453
<b>H7</b>	0.0287	0.0174	0.0074	0.0265	0.0248	0.0287	0.0174	0.0074	0.0265	0.0248
<b>H9</b>	0.0383	0.0146	0.0271	0.0354	0	0.0383	0.0146	0.0271	0.0354	0
<b>H11</b>	0.0146	0.0019	0.0141	0.0056	0.0126	0.0146	0.0019	0.0141	0.0056	0.0126
<b>H13</b>	0.0123	0.0016	0.0119	0.0047	0.0107	0.0123	0.0016	0.0119	0.0047	0.0107
<b>H15</b>	0.0230	0.0088	0.0162	0.0212	0	0.0230	0.0088	0.0162	0.0212	0
<b>H17</b>	0.0118	0.0072	0.0031	0.0109	0.0102	0.0118	0.0072	0.0031	0.0109	0.0102
<b>H19</b>	0.0138	0.0109	0.0036	0.0053	0.0119	0.0138	0.0109	0.0036	0.0053	0.0119

<b>H21</b>	0.0396	0.0366	0.0280	0.0152	0
<b>H23</b>	0.0530	0.0526	0.0512	0.0490	0.0459
<b>H25</b>	0.0488	0.0484	0.0471	0.0451	0.0422
<b>H27</b>	0.0308	0.0285	0.0281	0.0118	0
<b>THD<sub>Line</sub></b>	24.72	22.71	18.30	11.53	7.96
<b>THD<sub>Phase</sub></b>	7.96	7.07	6.26	6.72	7.96
<b>KW</b>	0.9576	0.9494	0.9249	0.8847	0.8293
تعداد هادی	220	231	238	245	258
در شیار					
تعداد هادی	880	924	952	980	1032
در هر فاز					



شکل ۲. مقایسه دامنه مولفه هارمونیک‌های مزاحم در حالات مختلف گام سیم‌پیچی برای سیم‌پیچی متعارف

## ۲. معرفی روش پژوهش

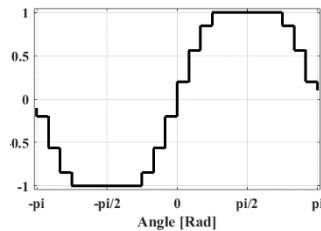
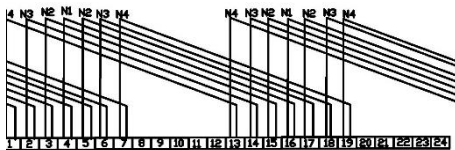
در سیم‌پیچی‌های متعارف، دامنه مولفه‌های هارمونیک درصد زیادی از مولفه اصلی می‌باشند که در جدول ۱ نشان داده شده است. برای حذف یا کاهش هارمونیک‌های مزاحم، از ساختار سیم‌پیچی دو لایه با گام‌های مختلف در بخش قبل استفاده شده است. در مراجع [14] - [16]، از سیم‌پیچی سه لایه با تعداد دور متفاوت در هر شیار بجای سیم‌پیچی یک و دو لایه پیشنهاد داده شده است. از مزایای این طرح، حذف یا کاهش بسیاری از هارمونیک‌ها بوده است. همچنین از معایب آن، می‌توان به کاهش دامنه هارمونیک اصلی اشاره کرد که جهت جبران آن باید مقدار سیم بکار رفته افزایش یابد. در این مقاله، از ترکیب سیم‌پیچی‌های دو و سه لایه، سیم‌پیچی جدیدی با ساختار سیم‌پیچی چهار لایه پیشنهاد گردیده است. سیم‌پیچی چهار لایه از ساختار گام کسری (جهت کاهش مصرف مس و تلفات مسی) و با تعداد دورهای متفاوت در هر شیار طراحی گردیده است. آرایش سیم‌پیچی یک لایه برای یک استاتور ۲۴ شیار، سه فاز، دو قطب با تعداد شیار در قطب در فاز  $(q=4)$  و با تعداد  $N$  دور در هر شیار (مطابق با شکل ۱-الف)، بصورت  $N, N, N, N$

می‌باشد. جایگزین سیم‌پیچی یک لایه برای سیم‌پیچی جدید، آرایش  $N4, N3, N2, N1, N2, N3, N4$  پیشنهاد گردیده است. تعداد دور کلاف‌ها متفاوت بوده و از روش بهینه‌سازی با هدف کاهش هارمونیک‌های مزاحم و حفظ دامنه اصلی بدست می‌آید [16]. بمنظور مقایسه حالات مختلف، گام سیم‌پیچی در شرایط ۱ به ۱۳ (گام کامل) مورد بررسی قرار گرفته است. باتوجه به ساختار سیم‌پیچی‌های بخش قبل، در این قسمت برای طرح پیشنهادی پنج نمونه طراحی گردیده و براساس تابع سیم‌پیچی شکل موج MMF آن ترسیم گردیده است. در هر حالت، گام سیم‌پیچی یک شیار کوتاه گردیده است. بطوریکه، ساختار سیم‌پیچی و شکل موج MMF برای سیم‌پیچی با گام‌های ۱ به ۱۳ (گام کامل) (شکل ۳-الف)، ۱ به ۱۲ (شکل ۳-ب)، ۱ به ۱۱ با نگاه تضعیف هارمونیک‌های ۵ و ۷ (شکل ۳-ج)، ۱ به ۱۰ (شکل ۳-د) و ۱ به ۹ برای ژنراتورهای سنکرون با هدف حذف و کاهش هارمونیک‌های مضارب ۳ (شکل ۳-ه) نشان داده شده است. پس از ترسیم شکل موج MMF، با استفاده از آنالیز فوریه مولفه‌های هارمونیک بدست آمده که در جدول ۲ برای حالات مختلف نشان داده شده است. در مقایسه با مقادیر جدول ۱ (طرح متعارف)، دامنه مولفه‌های هارمونیک کاهش یافتند.

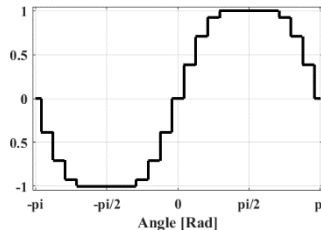
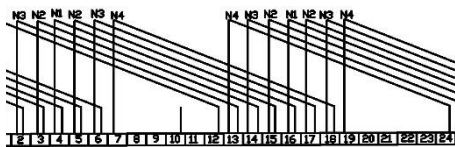
از طرفی، با توجه به توزیع‌پذیری کلاف‌ها در شیارهای مختلف، ضریب سیم‌پیچی برای حالات پنج‌گانه طرح پیشنهادی براساس رابطه (۳) بدست آمده و در جدول ۲ ارائه گردیده است.

$$K_{wsug} = K_{wref} \frac{h_{1sug}}{h_{1ref}} \quad (3)$$

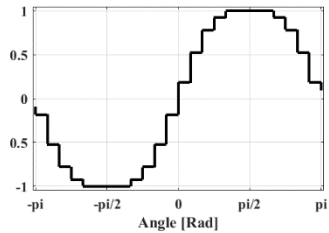
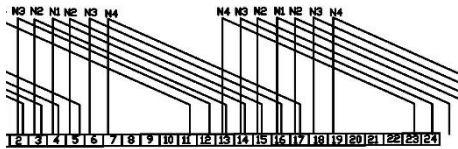
که  $K_{wsug}$  ضریب سیم‌پیچی طرح پیشنهادی،  $K_{wref}$  ضریب سیم‌پیچی مرجع (سیم‌پیچی با گام کامل که مطابق جدول ۱ برابر ۰٫۹۵۷۶ می‌باشد)،  $h_{1sug}$  دامنه مولفه اصلی سیم‌پیچی طرح پیشنهادی و  $h_{1ref}$  دامنه مولفه اصلی سیم‌پیچی مرجع (مطابق با جدول ۱ برابر ۱٫۲۱۹۳) می‌باشد. همچنین تعداد هادی در هر شیار و تعداد کل هادی‌های هر فاز با توجه به مشخصات موتور اشاره شده در جدول ۱ و با در نظر گرفتن رابطه ۳، برای هر کدام از ساختار سیم‌پیچی طرح پیشنهادی محاسبه گردیده و در دو ردیف آخر جدول ۲ ارائه گردیده است.



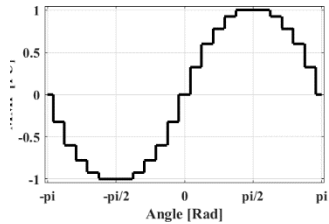
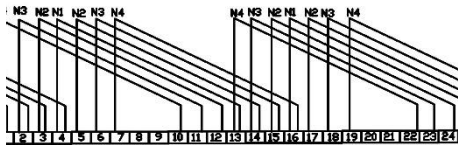
(الف)



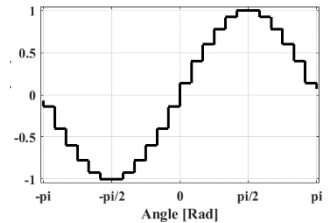
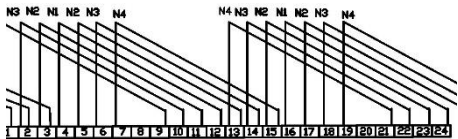
(ب)



(ج)



(د)



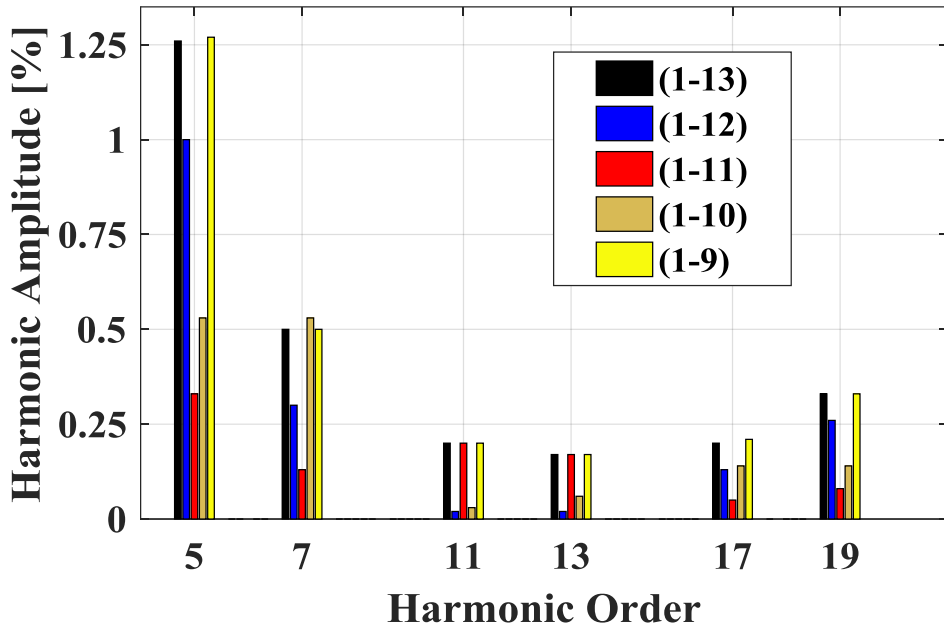
(ه)

شکل ۳. ساختار سیم‌پیچی پیشنهادی و شکل موج MMF برای حالات مختلف گام سیم‌پیچی  
الف) (۱۳-۱) ب) (۱۲-۱) ج) (۱۱-۱) د) (۱۰-۱) ه) (۹-۱)

جدول ۲. مقایسه دامنه هارمونیک‌های مختلف برای سیم‌پیچی پیشنهادی در حالات سیم‌پیچی با گام‌های متفاوت

	1-13	1-12	1-11	1-10	1-9
H1	1.1525	1.1426	1.1132	1.0647	0.9980
H3	0.1490	0.1376	0.1053	0.0570	0
H5	0.0146	0.0115	0.0037	0.0056	0.0127
H7	0.0058	0.0035	0.0015	0.0054	0.0050
H9	0.0066	0.0025	0.0047	0.0061	0
H11	0.0023	0.0003	0.0023	0.0003	0.0020
H13	0.0020	0.0003	0.0019	0.0007	0.0017
H15	0.0040	0.0015	0.0028	0.0015	0
H17	0.0024	0.0015	0.0006	0.0015	0.0021
H19	0.0038	0.0030	0.0009	0.0015	0.0033
H21	0.0213	0.0197	0.0150	0.0081	0
H23	0.0501	0.0497	0.0484	0.0463	0.0434
H25	0.0461	0.0457	0.0445	0.0426	0.0399
H27	0.0166	0.0153	0.0117	0.0063	0
THD <sub>Line</sub>	14.48	13.63	11.30	8.08	6.081

<b>THD<sub>Phase</sub></b>	6.08	6.00	6.07	5.95	6.081
<b>KW</b>	0.9051	0.8973	0.8742	0.8362	0.7837
<b>تعداد</b>	241	242.5	248	256	267.5
<b>هادی در شیار</b>					
<b>تعداد هادی</b>	964	970	992	1024	1070
<b>در هر فاز</b>					



شکل ۴. مقایسه دامنه مولفه هارمونیک‌های مزاحم در حالات مختلف گام سیم‌پیچی برای سیم‌پیچی پیشنهادی

### ۳. شبیه‌سازی

یک موتور القایی سه فاز با رتور قفس سنجابی با مشخصات مندرج در جدول ۳ با دو نوع سیم‌پیچی متعارف و پیشنهادی برای تحلیل الکترومغناطیسی با استفاده از روش اجزا محدود (FEM) در نرم افزار ANSYS MAXWELL شبیه‌سازی شده است. از پنج حالت ارائه شده، طرح سیم‌پیچی با گام ۱ به ۱۱ را برای طرح متعارف و طرح پیشنهادی با توجه به عملکرد بهتر جهت شبیه‌سازی مورد انتخاب قرار گرفته است.

جدول ۳. مشخصات موتور القایی

واحد	مقدار	پارامتر	واحد	مقدار	پارامتر
mm	42	قطر داخلی استاتور	W	200	توان خروجی

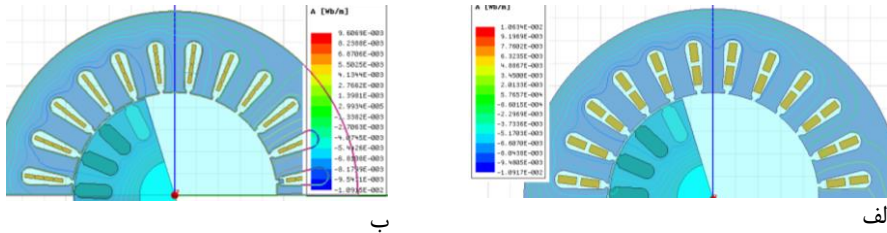
ولتاژ	400	V	قطر خارجی	40	mm
فرکانس	50	Hz	رتور	24	-
تعداد	1	-	تعداد شیارهای استاتور	18	-
جفت قطب			شیارهای رتور		

سهام هادی هر کلاف در هر شیار برای سیم پیچی یک لایه ۲۲۰ دور (N=220) می باشد. برطبق ضرایب سیم پیچی بدست آمده از جدول ۱ و ۲، تعداد هادی در هر شیار برای سیم پیچی دو لایه متعارف با گام سیم پیچی ۱ به ۱۱، از ۲۲۰ به ۲۳۸ (N=238 , n=N/2= 119) افزایش می یابد. همچنین، برای سیم پیچی پیشنهادی چهار لایه، تعداد هادی در هر شیار در جدول ۴ ارائه گردیده است. یکی از مهم ترین ویژگی طرح پیشنهادی آنست که در هر شیار حداقل دو فاز یا در بعضی از شیارها، سه فاز نقش داشته که باعث کاهش گرما و تلفات مسی در موتور می شوند.

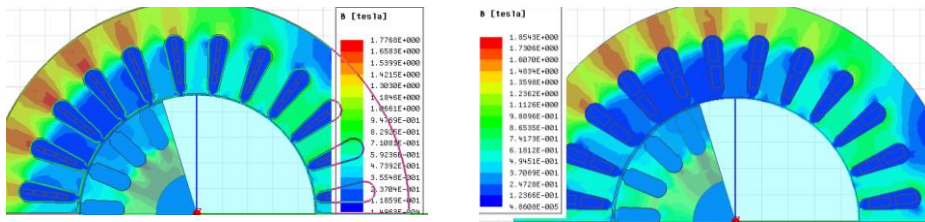
جدول ۴. سهام هر شیار از تعداد هادی ها برای ساختار سیم پیچی یک، دو و چهار لایه

SLOT	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1
	0	1	1	2						0	1	2
1 La yer ( 1- 13)	2	2	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-
	20	20	20	20	-	-	-	-	-	2	2	2
	-	-	-	-	2	2	2	2	2	-	-	-
					20	20	20	20				
2 La yer ( 1- 11)	1	1	1	1	-	-	-	-	-	-	1	1
	19	19	19	19	-	-	-	-	-	19	19	19
	1	1	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1
										19	19	19
			1	1	1	1	1	1	1	-	-	-
			19	19	19	19	19	19	19			
					1	1						
4 La yer ( 1- 11)	3	7	9	9	9	7	3	-	-	-	3	7
	8	0	1	8	1	0	8	-	-	8	8	0
	9	9	9	7	3	-	-	3	7	9	9	7
										3	7	9
			3	-	-	3	7	9	9	9	9	7
			8	0	8	-	8	0	1	8	1	0
			9						3	8	0	9
			1						8	7	9	9
										8	0	1
			3	7	9	9	9	7	3	-	-	-
			8	0	1	8	1	0	8	70	38	
					3	7	9	9	9			
					8	0	1	8	1			

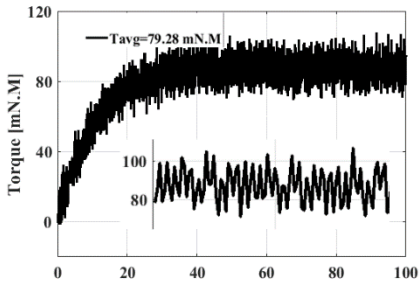
دیاگرام خطوط مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی برای موتور القایی با دو طرح سیم پیچی متعارف و پیشنهادی در شکل های ۵ و ۶ نمایش داده شده است. همچنین تغییرات گشتاور در واحد زمان و ولتاژ القاشده بر روی سیم پیچی های استاتور برای دو طرح در شکل های ۷ و ۸ نشان داده شده است.



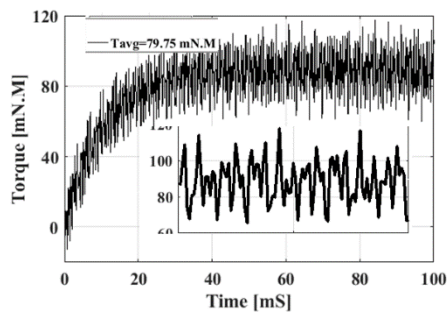
شکل ۵. دیاگرام خطوط مغناطیسی سیم پیچی با گام ۱ به ۱۱ (الف) دو لایه (ب) چهار لایه



شکل ۶. چگالی شار مغناطیسی سیم پیچی با گام ۱ به ۱۱ (الف) دو لایه (ب) چهار لایه

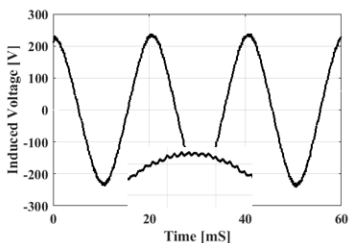


(ب) چهار لایه

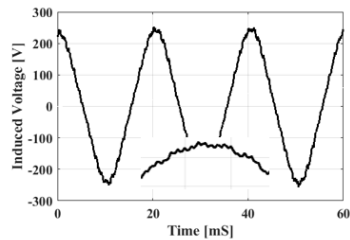


(الف) دو لایه

شکل ۷. نمودار گشتاور موتور الکتریکی



(ب)



(الف)

## شکل ۸. ولتاژ القاشده بر روی سیم‌پیچی‌های استاتور (الف) دو لایه (ب) چهار لایه

با توجه به شکل ۷، در یک بار مکانیکی مساوی، ریبیل یا اعوجاج گشتاور در موتور با طرح متعارف بیشتر بوده که جهت مقایسه رابطه ۴ استفاده تعریف می‌گردد:

$$R.P \% = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\text{avg}}} * 100 \quad (۴)$$

با توجه به رابطه ۴ و شکل ۷، ضریب ریبیل گشتاور در طرح متعارف برابر ۶۰٫۲۴ درصد و در طرح پیشنهادی برابر ۳۳٫۰۴ می‌باشد.

## جدول ۵. مقایسه مابین شکل موج گشتاور در موتور القایی برای ساختار سیم‌پیچی دو و چهار لایه

	$T_{\text{avg}}$ [mN.M]	$T_{\text{min}}$ [mN.M]	$T_{\text{max}}$ [mN.M]	Torque ripple (%)
طرح متعارف (دو لایه)	79.68	64	112	60.24
طرح پیشنهادی (چهار لایه)	79.28	74	100.2	33.04

## ۴. نتیجه‌گیری

بررسی عملکرد موتورهای القایی با توجه به کاربرد وسیع آنها از اهمیت خاصی برخوردار است. از جمله موارد مورد بررسی، اعوجاج (ریبیل) گشتاور می‌باشد. ضریب اعوجاج گشتاور باید به صفر نزدیک باشد. جهت دسترسی به این هدف، باید مولفه‌های هارمونیک شار مغناطیسی یا شکل موج MMF دارای مقدار ماکزیمم برای مولفه اول و صفر یا حداقل برای سایر مولفه‌ها باشند. در این مقاله، به بررسی ساختار سیم‌پیچی متعارف یک و دو لایه و هم‌چنین بصورت گام کامل و کسری پرداخته شده و سپس مولفه‌های هارمونیک‌شان با استفاده از آنالیز فوریه محاسبه شده است. جهت کاهش دامنه هارمونیک‌های مزاحم، طرح سیم‌پیچی چهار لایه پیشنهاد گردیده و مولفه‌های هارمونیک‌شان گرفته شده است. در موتورهای القایی، با توجه به اهمیت مولفه‌های هارمونیک ۵ و ۷، تمرکز در راستای کاهش آنها بوده است. در طرح پیشنهادی در مقایسه با طرح متعارف، دامنه هارمونیک پنجم نسبت به مولفه اصلی از ۱٫۱۴۶ به ۰٫۳۳ درصد و برای هارمونیک هفتم و از ۰٫۶۲ به ۰٫۱۳ درصد کاهش یافته است. برای تایید طرح پیشنهادی نسبت به طرح متعارف، شبیه سازی در نرم افزار ANSYS MAXWELL انجام شده و نتایج آن مورد ارزیابی قرار گرفته است. در طرح پیشنهادی، شکل موج ولتاژ القاشده دارای اعوجاج کمتری نسبت به طرح متعارف دارد. هم‌چنین، ضریب ریبیل گشتاور در موتور القایی چهار لایه نسبت به دو لایه بسیار کمتر بوده که نشان از عملکرد بهتر طرح پیشنهادی می‌باشد (۳۳٫۰۴ در برابر ۶۰٫۲۴ درصد).

## References

- [1] J. Sahebkar, Shademan, H., Zareein, M., & Shademan, M. (2021). Stability and Sensitivity Analysis of Wind Turbine Self-Excitation Induction Generator. *Karafan Quarterly Research Journal*, 18(1), 21-33. [10.48301/kssa.2021.131036](https://doi.org/10.48301/kssa.2021.131036).

- [2] N. Tang and I. P. Brown. (2018). Framework and solution techniques for suppressing electric machine winding MMF space harmonics by varying slot distribution and coil turns. *IEEE Transactions on Magnetics*, 54(5), 1–12. [10.1109/TMAG.2018.2804897](https://doi.org/10.1109/TMAG.2018.2804897).
- [3] S. M. Raziee, O. Misir, and B. Ponick. (2017). Winding function approach for winding analysis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 53(10), 1–9. [10.1109/TMAG.2017.2712570](https://doi.org/10.1109/TMAG.2017.2712570).
- [4] N. Tang and I. P. Brown. (2019). Family phenomenon in electric machine winding MMF space harmonics: Attribution and applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, 55(5), 1–10. [10.1109/TMAG.2018.2804897](https://doi.org/10.1109/TMAG.2018.2804897).
- [5] G. Joksimović. (2011). AC winding analysis using a winding function approach. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 48(1), 34–52. [10.7227/IJEEE.48.1.4](https://doi.org/10.7227/IJEEE.48.1.4).
- [6] F. Scuiller. (2020). General, compact and easy-to-compute winding factor formulation. *IET Electric Power Applications*, 14(8), 1430–1437. [10.1049/iet-epa.2019.0950](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2019.0950).
- [7] L. Serrano Iribarnegaray, P. Cruz Romero, and A. Gómez Expósito. (2013) Critical review of the modified winding function theory. *Progress In Electromagnetics Research*, 133, 515–534. [10.2528/PIER12091301](https://doi.org/10.2528/PIER12091301).
- [8] H. Asgharpour-Alamdari. (2021). Analysis and Implementation of Harmonic Elimination of a Synchronous Generator Supplying Nonlinear Loads. *Karafan Quarterly Research Journal*, 18(3), 155–168. [10.48301/kssa.2021.257650.1280](https://doi.org/10.48301/kssa.2021.257650.1280).
- [9] B. Asad, T. Vaimann, A. Belahcen, A. Kallaste, A. Rassõlkin, and M. N. Iqbal (2020). Modified winding function-based model of squirrel cage induction motor for fault diagnostics. *IET Electric Power Applications*, 14(9), 1722–1734. [10.1049/iet-epa.2019.1002](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2019.1002).
- [10] Y. Azzoug, M. Sahraoui, R. Pusca, T. Ameid, R. Romary, and A. J. Marques Cardoso. (2021). Current sensors fault detection and tolerant control strategy for three-phase induction motor drives. *Electrical Engineering*, 103(2), 881–898. [10.1007/s00202-020-01120-5](https://doi.org/10.1007/s00202-020-01120-5).
- [11] A. Di Tommaso, F. Genduso, and R. Miceli. (2013). A software for the evaluation of winding factor harmonic distribution in high efficiency electrical motors and generators. in *2013 Eighth International Conference and Exhibition on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, 1–6. [10.1109/EVER.2013.6521571](https://doi.org/10.1109/EVER.2013.6521571).
- [12] M. Caruso, A. O. Di Tommaso, F. Marignetti, R. Miceli, and G. Ricco Galluzzo. (2018). A general mathematical formulation for winding layout arrangement of electrical machines. *Energies*, 11(2), 446. [10.3390/en11020446](https://doi.org/10.3390/en11020446).
- [13] D. A. Kocabas. (2009). Novel winding and core design for maximum reduction of harmonic magnetomotive force in AC motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, 45(2), 735–746. [10.1109/TMAG.2008.2005532](https://doi.org/10.1109/TMAG.2008.2005532).
- [14] H. Asgharpour-Alamdari, Y. Alinejad-Beromi, and H. Yaghabi. (2017). Reduction in distortion of the synchronous generator voltage waveform using a new winding pattern. *IET Electric Power Applications*, 11(2), 233–241. [10.1049/iet-epa.2016.0502](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2016.0502).
- [15] H. Asgharpour-Alamdari, Y. Alinejad-Beromi, and H. Yaghabi. (2018). Improvement of induction motor operation using a new winding scheme for reduction of the magnetomotive force distortion. *IET Electric Power Applications*, 12(3), 323–331. [10.1049/iet-epa.2017.0381](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2017.0381).

- [16] H. Asgharpour-Alamdari. (2022). Design of a novel distributed winding for improving performance of the induction motors. *Electrical Engineering*, 104(5), 2911–2922. [10.1007/s00202-022-01516-5](https://doi.org/10.1007/s00202-022-01516-5).
- [17] T. Gundogdu and G. Komurgoz. (2013). Implementation of fractional slot concentrated winding technique to large salient-pole synchronous generators & development with permanent magnets. *Electric power systems research*, 105, 57–70. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2013.07.011>.
- [18] Y. Zhu, W. Gu, K. Lu, Z. Wu, J. Guan, and L. Chen. (2020). Current harmonic elimination method for asymmetric dual three-phase permanent magnet synchronous motor. *IET Electric Power Applications*, 14(10), 1795–1806. [10.1049/iet-epa.2020.0175](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2020.0175).
- [19] F. Evestedt, J. J. Pérez-Loya, C. J. D. Abrahamsson, and U. Lundin. (2021). Controlling airgap magnetic flux density harmonics in synchronous machines using field current injection. *Electrical Engineering*, 103(1), 195–203. [10.1007/s00202-020-01069-5](https://doi.org/10.1007/s00202-020-01069-5).
- [20] H. Asgharpour-Alamdari. (2023). Design optimization of coreless stator axial flux-switching motor. *Scientia Iranica*, 30(3), 1127–1138. [10.24200/sci.2021.58284.5652](https://doi.org/10.24200/sci.2021.58284.5652).
- [21] P. B. Reddy, K.-K. Huh, and A. M. El-Refaie. (2014). Generalized approach of stator shifting in interior permanent-magnet machines equipped with fractional-slot concentrated windings. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(9), 5035–5046. [10.1109/TIE.2013.2297515](https://doi.org/10.1109/TIE.2013.2297515).
- [22] F. Kutt, M. Michna, G. Kostro, and M. Ronkowski. (2017). Modelling of steady state and transient performance of the synchronous generator considering harmonic distortions caused by non-uniform saturation of the pole shoe. *Electric power systems research*, 143, 409–414. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2016.10.030>.
- [23] E. Brescia, D. Costantino, P. R. Massenio, V. G. Monopoli, F. Cupertino, and G. L. Cascella. (2021). A design method for the cogging torque minimization of permanent magnet machines with a segmented stator core based on ANN surrogate models. *Energies*, 14(7), 1880–1889. [10.3390/en14071880](https://doi.org/10.3390/en14071880).
- [24] Z. Li, C. Di, and X. Bao. (2019). Analysis of vibration and noise of induction motor equipped with concentric single-double-layer star-delta winding. *Chinese Journal of Electrical Engineering*, 5(1), 36–46. [10.23919/CJEE.2019.000004](https://doi.org/10.23919/CJEE.2019.000004).
- [25] S. Amin, S. Madanzadeh, S. Khan, S. S. H. Bukhari, F. Akhtar, and J.-S. Ro. (2022). Effect of the magnet shape on the performance of coreless axial flux permanent magnet synchronous generator. *Electrical Engineering*, 104(2), 959–968. [10.1109/ICOMET.2019.8673422](https://doi.org/10.1109/ICOMET.2019.8673422).
- [26] G. Liu, W. Li, Q. Chen, and Y. Mao. (2021). Analysis and Application of Two-Layer Unconventional Windings for PM-Assisted Synchronous Reluctance Motors. *Energies*, 14(12), 3447. [10.3390/en14123447](https://doi.org/10.3390/en14123447).
- [27] A. O. Di Tommaso, F. Genduso, and R. Miceli. (2015). A new software tool for design, optimization, and complete analysis of rotating electrical machines windings. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(4), 1–10. [10.1109/TMAG.2014.2369860](https://doi.org/10.1109/TMAG.2014.2369860).
- [28] P. C. Sen. (2021). *Principles of electric machines and power electronics, international adaptation*. John Wiley & Sons, 2021. [9781119770701](https://doi.org/10.1111/9781119770701).