



Identification and Modeling of the Crack Development Behavior in the Fracture Mechanics of Polymer Materials

Elyas Haddadi^{1*}, Abbas Ghayebloo², Yaghoub Dadgar Asl³

^{1,3}Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, National University of Skills, Tehran, Iran.

²Assistant Professor, Faculty of Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

ARTICLE INFO

Article Type:

Original Research

Received: 05.22.2024

Revised: 07.09.2024

Accepted: 09.11.2024

Keyword:

Identification
Mathematical Modeling
Least Squares Method
Crack Development Behavior
Polyvinyl Chloride
Broaching
Slotting

*Corresponding Author:

Elyas Haddadi

Email: ehadadi@tvu.ac.ir

ABSTRACT

Examining the mechanical properties of polymer materials has particular importance due to the increasing usage of these materials. In this paper, the crack development process was identified using the experimental data obtained from the tensile tests of polyvinyl chloride polymer (PVC) to reduce the experimental test number. Some pre-cracks were created on the experimental samples by slotting and broaching methods and the experimental results of force versus displacement were recorded for each sample. In the next step, some mathematical pre-processing operations including equating the sampling intervals using interpolation and integration using trapezoidal methods were performed on the experimental data. In the third stage, by using the pre-processed data and the Least Squares (LS) identification method, the mathematical model of the system, the frequency domain discrete transfer function of the crack development process, was obtained. Finally, after evaluating and verifying the obtained mathematical model with other experimental results, it was proposed to predict the crack development process. The obtained results showed that by identifying the crack development process for limited samples, it is possible to avoid the number of experimental tests that are time-consuming and costly. In addition, the second-order two-stage least squares method with five unknown parameters was promisingly able to estimate crack development dynamics with acceptable accuracy, particularly in the first half of the development process.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

The lower weight, several properties, and lower production costs of polymers have attracted the attention of numerous researchers. A significantly important property to be recognized is the performance of materials when cracks exist. The challenges originate from the difficulty or unfeasibility of generating pre-crack based on ASTM and ESIS standards. The current study aimed to study the effect of broaching and slotting processes for generating pre-cracks in specimens of polyvinyl chloride polymer. To study the fracture behavior of these materials, the essential work of fracture, which is one of the most successful theories of this type, was used. The essential work of fracture was used to determine the fracture toughness of materials such as polyvinyl chloride that exhibit high plasticity.

System identification is an attractive approach to modeling different systems. In this method, there are three approaches: a white box, a gray box and a black box. In the white box approach, the mathematical equations are extracted by writing the system's physical equations, and the values of the model parameters are identified by experimental tests. In the gray box approach, the model is extracted from the system's physical equations, but the parameter values are identified by various identification methods such as linear identification methods LS, RLS, RELS, IGLS, and IIV methods based on state space equations such as state observer, Kalman filter, or non-linear identification methods like adaptive approach, and non-linear RELS. In the black box approach, both the mathematical model and the parameter values are unknown, and by assuming a linear model such as a discrete transfer function or a non-linear model such as the Wiener model, Hammerstein model, and neural networks, the parameters of these models can be identified.

In this paper, the experimental data of the crack development behavior in a polymer was used to identify a mathematical model. Calculating the necessary work of fracture is one of the most successful theories in the study of fracture behavior. This parameter can be calculated by numerical integration from the waveform of the force versus displacement obtained from the experimental test with a tensile test setup. In addition to identifying this parameter, this research aimed to identify the behavior of this parameter, so that in the future, the number of experimental tests required for related research works can be significantly reduced and a new field identifying the dynamic characteristics of the materials crack development under tension can appear. The output of this paper was the discrete work transfer function versus crack tip displacement.

Methodology

In this research, the identification and modeling of the crack development behavior of PVC polymer in the tensile test were carried out with DENT samples. To create pre-cracks in DENT samples, the broaching and slotting methods were used, and the EWF method was used to investigate the fracture mechanics of the polymer. To identify and model the crack development behavior, after obtaining data from experimental tests, some pre-processing tasks were performed on the experimental data. Then, the target model and identification

method were selected. Next, the steps of the least squares identification method were performed on the data and the identification and verification results were illustrated in corresponding graphs.

Results and discussion

Figures 1-3 show the results of the identification of the behavior of fracture work carried out with the assumption of the first, second and third order for broaching and slotting methods. As can be observed, in both methods, the second and third orders had much better identification results compared to the first order.

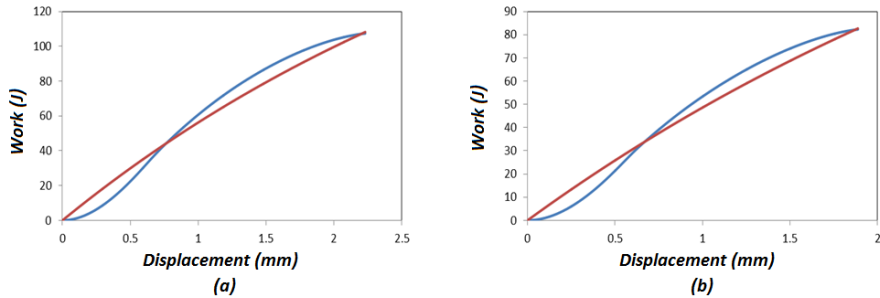


Figure 1. Actual and identified work-displacement curve of DENT samples for the 7 mm ligament length with the first-order system assumption (a) Broaching and (b) Slotting.

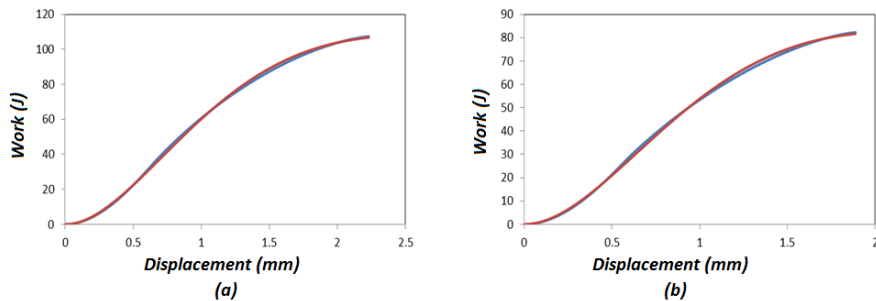


Figure 2. Actual and identified work-displacement curve of DENT samples for the 7 mm ligament length with the second-order system assumption (a) Broaching and (b) Slotting.

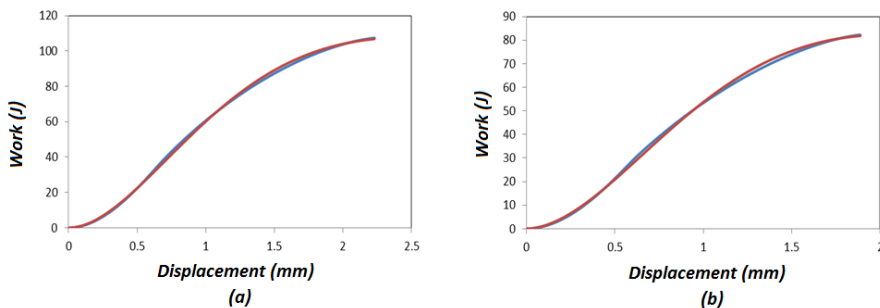


Figure 3. The actual and identified work-displacement curve of DENT samples for the 7 mm ligament length with the third-order system assumption (a) Broaching and (b) Slotting.

Table 1 shows the results of the SSE of identification errors. As can be observed, the second order is a more correct assumption.

Table 1. The sum of least squares error values and identified parameters for different orders of target transfer function.

Orders of target transfer function		1	2	3	
Broaching Method	SSE	335.1193	60.0888	68.1795	
	Values of identified parameters	a1	-0.9999	-1.9992	-2.6109
		a2	-	0.9992	2.2220
		a3	-	-	-0.6111
		b0	0.0030	0.0000	-0.0000
		b1	-	0.0000	0.0001
		b2	-	-	-0.0001
	SSE	437.0019	70.8450	75.5415	
Slotting Method	Values of identified parameters	a1	-0.9999	-1.9991	-2.2053
		a2	-	0.9991	1.4113
		a3	-	-	-0.2060
		b0	0.0041	0.0000	0.0000
		b1	-	0.0000	0.0001
		b2	-	-	-0.0001
	SSE				

Conclusion

The most important achievement of this research was the identification and modeling of the crack development behavior in the fracture mechanics of PVC polymer. Because of its high sensitivity to the crack tip radius, PVC polymer was used in this research. Identification and modeling of the crack development behavior; DENT samples with pre-cracks created by broaching and slotting methods were used with ligament lengths of 7 and 8 mm. Due to the nature of the used material and samples, EWF theory was employed to analyze the results. The obtained results showed that by identifying the crack development behavior for limited samples, it is possible to avoid the numerous practical tests which are time-consuming and costly. In addition, from the presented results, the second-order two-stage least squares method, which has a simple mathematical model with only 5 parameters, is promisingly capable of estimating crack development dynamics with acceptable accuracy, especially in the first half of the process, which is more linear in nature. However, using other identification methods in this field can also be useful.



شناسایی و مدل سازی فرایند گسترش ترک در مکانیک شکست مواد پلیمری

الیاس حدادی^{۱*}، عباس غایبلو^۲، یعقوب دادگر اصل^۳

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

بررسی خواص مکانیکی مواد پلیمری با توجه به استفاده روزافزون از این مواد، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مقاله فرایند گسترش ترک با استفاده از داده‌های تجربی به‌دست‌آمده از آزمون کششی پلیمر پلی‌وینیل‌کلراید (PVC) با هدف کاهش تعداد آزمایش‌های تجربی شناسایی شده است. در نمونه‌های تجربی، پیش‌ترک‌ها به روش‌های خان‌کشی و کله‌زنی ایجاد شده است و نتایج تجربی نیرو برحسب جابه‌جایی ثبت گردیده است. در مرحله بعد چند عملیات پیش‌پردازش ریاضی از جمله یکسان‌سازی فواصل نمونه‌برداری با استفاده از روش درون‌یابی و انتگرال‌گیری به روش دوزنقه‌ای روی داده‌ها انجام شده است. در مرحله سوم با استفاده از نتایج عددی پردازش‌شده و روش شناسایی حداقل مربعات، مدل ریاضی سیستم تابع تبدیل حوزه فرکانس گسسته فرایند گسترش ترک، به‌دست آمده است. در نهایت مدل ریاضی به‌دست‌آمده پس از ارزیابی و راستی‌آزمایی با نتایج تجربی دیگر، برای پیش‌بینی فرایند گسترش ترک پیشنهاد شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که با شناسایی فرایند گسترش ترک برای نمونه‌های محدود، می‌توان از تعداد آزمایش‌های عملی که مستلزم صرف زمان و هزینه زیادی است، جلوگیری کرد. همچنین روش حداقل مربعات دومرحله‌ای مرتبه دوم با تعداد پنج پارامتر به‌صورت امیدوارکننده‌ای قادر به تخمین دینامیک رشد ترک با دقت قابل‌قبول به‌خصوص در نیمه اول فرایند رشد است.

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۳/۰۲

بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۱۹

پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۲۱

کلید واژگان:

شناسایی

مدل سازی ریاضی

روش حداقل مربعات

فرایند گسترش ترک

پلی‌وینیل‌کلراید

خان‌کشی

کله‌زنی

*نویسنده مسئول: الیاس حدادی

پست الکترونیکی:

ehadadi@tvu.ac.ir



مقدمه

با پیشرفت علم، مواد پلیمری به‌طور گسترده در تجهیزات متعدد دنیای امروزی استفاده شده است [۱]. با توسعه بیشتر پلیمرها، استفاده از آنها در سال‌های اخیر به‌طور قابل‌توجهی گسترش یافته است [۲]. علاوه بر این وزن کمتر، خواص مختلف و هزینه‌های تولید کمتر پلیمرها توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است [۳]. ویژگی بسیار مهمی که باید شناسایی شود، رفتار این نوع مواد در هنگام وجود ترک است [۴]. در این راستا ایجاد یک پیش‌ترک مناسب در ماده، الزامی است که در مواد پلیمری با معضلات متعددی بر اساس استانداردهای ASTM و ESIS مواجه است [۵]. از جمله این عوامل می‌توان به هندسه پیش‌ترک ناشی از هندسه ابزار، تنش پسماند، ناحیه متأثر از حرارت در نوک ترک، آسیب‌دیدگی نوک ترک و سایر عیوب در اطراف نوک ترک که می‌تواند بر فرایند شکست تأثیر بگذارد، اشاره کرد [۶؛ ۷]. بر اساس استانداردها شعاع نوک ترک نباید از ۲۰ میکرومتر تجاوز کند [۸]. مطالعات متعددی به تأثیر روش تولید پیش‌ترک در مواد مختلف پرداخته‌اند [۹؛ ۱۰]. در این راستا، در پژوهش حاضر دو روش خان‌کشی^۱ و کله‌زنی^۲ در ایجاد پیش‌ترک پلیمر پلی‌وینیل کلراید به دلیل حساسیت بالای این پلیمر به شرایط نوک ترک مورد استفاده قرار گرفته است [۱۱].

تئوری‌های نظام‌مند پدیده‌های شکست شامل مکانیک شکست الاستیک خطی (از جمله روش‌های ضریب شدت تنش^۳ و نرخ رهایی انرژی^۴)، جابه‌جایی میزان بازشدگی نوک ترک^۵، انتگرال J و کار ضروری شکست^۶ می‌باشد [۱۲]. روش‌های ضریب شدت تنش و نرخ رهایی انرژی تا زمانی معتبر است که تغییرات غیرخطی مواد، محدود به ناحیه کوچکی در اطراف نوک ترک باشد [۱۳]. به هر حال، این روش‌ها برای موادی که پلاستیسیته زیادی را در هنگام شکست از خود نشان می‌دهند (مانند پلی‌وینیل کلراید) مناسب نیست و نمی‌تواند چقرمگی شکست این نوع مواد را اندازه‌گیری کنند [۱۴؛ ۱۵]. اروین برای اولین بار وجود یک ناحیه پلاستیک را در نوک ترک تشخیص داد [۱۶]. زمانی که این ناحیه پلاستیک بزرگ باشد، بخش قابل‌توجهی از انرژی شکست در این ناحیه جذب می‌شود و در نتیجه مکانیک شکست الاستیک خطی اعتبار خود را از دست می‌دهد [۱۷]. این امر به ظهور مکانیک شکست الاستیک-پلاستیک منجر شد [۱۸]. از جمله تئوری‌های این نوع شکست جابه‌جایی میزان بازشدگی نوک ترک، انتگرال J و کار ضروری شکست می‌باشد [۱۹]. جابه‌جایی در بازشدگی نوک ترک برای مواقعی به‌کار می‌رود که یک ترک پیش از شروع، به دلیل تغییر شکل پلاستیک دچار کندشدگی می‌شود [۲۰]. برای بسیاری از پلیمرهای چقرمه، همواره می‌توان تغییر شکل پلاستیک در مقیاس بزرگ را در طول فرایند شکست مشاهده کرد. تحت این شرایط، دیگر نمی‌توان مکانیک شکست را از طریق جابه‌جایی میزان بازشدگی نوک ترک و انتگرال J که عموماً برای تغییر شکل الاستیک غیرخطی کاربرد دارند، بررسی کرد [۲۱]. برای مطالعه رفتار شکست این مواد از روش کار ضروری شکست که یکی از موفق‌ترین تئوری‌ها از این نوع می‌باشد، استفاده می‌شود. از کار ضروری شکست برای تعیین چقرمگی شکست موادی که پلاستیسیته زیادی مانند پلی‌وینیل کلراید، در هنگام شکست در اطراف نوک ترک از خود نشان می‌دهند، استفاده شده است [۲۲].

¹ Broaching

² Slotting

³ Stress Intensity Factor (K)

⁴ Energy Release Rate (G)

⁵ Crack Tip Opening Displacement

⁶ J-Integral

⁷ Essential Work of Fracture

[۲۳]. برای یک ضخامت معین، کار ضروری شکست یک خاصیت از ماده HSJ و مستقل از هندسه قطعه می‌باشد [۲۴]. کار ضروری شکست که عبارت است از کل انرژی موردنیاز برای شکست ماده‌ای که دارای پیش ترک است به دو مؤلفه کار ضروری شکست^۱ و کار غیرضروری یا پلاستیک شکست^۲ تقسیم می‌شود [۲۵؛ ۲۶]. مؤلفه اول برای ایجاد سطح جدید در ناحیه فرایند شکست مواد پلیمری موردنیاز است و مؤلفه دوم در ناحیه پلاستیک خارجی، جایی که سایر مکانیسم‌های جذب و اتلاف انرژی رخ می‌دهد، مصرف می‌شود [۲۷؛ ۲۸].

شناسایی سیستم یکی از رویکردهای جذاب در مدل‌سازی سیستم‌های مختلف می‌باشد. در این روش سه رویکرد جعبه سفید، جعبه خاکستری و جعبه سیاه وجود دارد. در رویکرد جعبه سفید معادلات ریاضی با نوشتن معادلات فیزیکی حاکم بر سیستم استخراج می‌شود و مقادیر پارامترهای مدل نیز با انجام آزمون‌های تجربی شناسایی می‌شود. این رویکرد همان رویکرد مدل‌سازی کلاسیک است که در علوم مهندسی مرسوم است. در رویکرد جعبه خاکستری همانند رویکرد قبل، مدل از معادلات فیزیکی حاکم بر سیستم استخراج می‌شود ولی مقادیر پارامترها با روش‌های متعدد شناسایی مانند روش‌های شناسایی خطی مانند LS^3 ، RLS^4 ، $RELS^5$ ، $IGLS^6$ ، IIV^7 ، ...، روش‌های مبتنی بر معادلات فضای حالت مانند رؤیت‌گر حالت^۸، کالمن فیلتر^۹ و ... یا روش‌های شناسایی غیرخطی مانند رویکرد تطبیقی، RELS غیرخطی و ... شناسایی می‌شوند. در رویکرد جعبه سیاه هم مدل ریاضی حاکم بر سیستم و هم مقادیر پارامترهای آن نامعلوم است و با فرض یک مدل فرضی خطی مانند تابع تبدیل گسسته یا غیرخطی مانند مدل وینر^{۱۰}، مدل هم‌ریشترین^{۱۱}، شبکه عصبی و ... به شناسایی پارامترهای مدل فرضی پرداخته می‌شود.

شناسایی سیستم شامل سه مرحله داده‌برداری، شناسایی پارامترها و ارزیابی مدل است. در این مقاله داده‌های تجربی فرایند گسترش ترک در پلیمر برای شناسایی یک مدل ریاضی استفاده شده است. همان‌طور که اشاره شد محاسبه کار ضروری شکست به‌عنوان یکی از موفق‌ترین تئوری‌ها در مطالعه رفتار شکست است. این پارامتر از نمودار نیرو برحسب جابه‌جایی به‌دست آمده از آزمایش تجربی با دستگاه کشش و با انتگرال‌گیری عددی قابل محاسبه است. در این مقاله هدف علاوه بر شناسایی این پارامتر که صرفاً یک عدد برای هر آزمون تجربی است، شناسایی فرایند یا نمودار تغییرات این پارامتر است تا در آینده علاوه بر اینکه بتوان تعداد آزمون‌های تجربی موردنیاز برای کارهای تحقیقاتی مرتبط را به‌صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش داد همچنین با ایجاد امکان گسترش مطالعات بر روی رفتار دینامیکی این فرایند، عرصه جدیدی بر شناسایی ویژگی‌های دینامیکی گسترش ترک مواد تحت تنش گشود. خروجی این مقاله که تابع تبدیل گسسته انرژی برحسب جابه‌جایی نوک ترک است، می‌تواند در مطالعات احتمالی آینده در بررسی رفتار دینامیکی رشد ترک مؤثر باشد.

مهم‌ترین اهدافی که در این مقاله دنبال شده است شامل:

- طراحی و ساخت ابزار و دستگاه خان‌کشی برای ایجاد پیش ترک در پلیمر پلی‌وینیل کلراید با حداقل شعاع نوک ترک و حداقل آسیب در نوک ترک

¹ Essential Fracture Work (We)

² Nonessential or Plastic Work of Fracture (Wp)

³ Least Squares

⁴ Recursive Least Squares

⁵ Recursive Extended Least Squares

⁶ Iterative Generalized Least Squares

⁷ Iterative Instrumental Variables

⁸ State Observers

⁹ Kalman Filter

¹⁰ Wiener

¹¹ Hammerstein

- طراحی و ساخت دستگاه کله‌زنی برای ایجاد پیش‌ترک در پلیمر پلی‌وینیل کلراید
- آزمون شکست نمونه‌هایی که پیش‌ترک آنها توسط فرایندهای خان‌کشی و کله‌زنی تهیه شده
- ارزیابی پارامترهای شکست روی نمونه‌های فوق توسط روش کار ضروری شکست
- مقایسه نتایج نمونه‌های آماده شده با دو روش مختلف ایجاد پیش‌ترک
- شناسایی فرایند گسترش ترک پلیمر پلی‌وینیل کلراید به روش خان‌کشی و کله‌زنی
- استخراج مدل ریاضی فرایند گسترش ترک پلیمر پلی‌وینیل کلراید به روش خان‌کشی و کله‌زنی
- ارزیابی، راستی‌آزمایی و پیشنهاد مدل ریاضی به دست آمده با نتایج تجربی.

از جمله نوآوری‌های این مقاله می‌توان به ساخت دو دستگاه خان‌کشی و کله‌زنی برای ایجاد پیش‌ترک با حداقل شعاع نوک ترک و حداقل آسیب در نوک ترک، ارائه رویکرد ترکیبی شناسایی سیستم برای شناسایی فرایند گسترش ترک به جای رویکرد آزمایش‌های صرفاً تجربی یا رویکرد صرفاً مدل‌سازی، کاهش قابل ملاحظه آزمون‌های آزمایشگاهی و صرفه‌جویی در زمان و هزینه با رویکرد شناسایی سیستم و استفاده از روش حداقل مربعات دوم‌رحله‌ای مرتبه دوم شامل ۵ پارامتر مجهول و اثبات توانایی آن در شناسایی فرایند گسترش ترک با دقت قابل قبول اشاره کرد.

روش انجام آزمایش

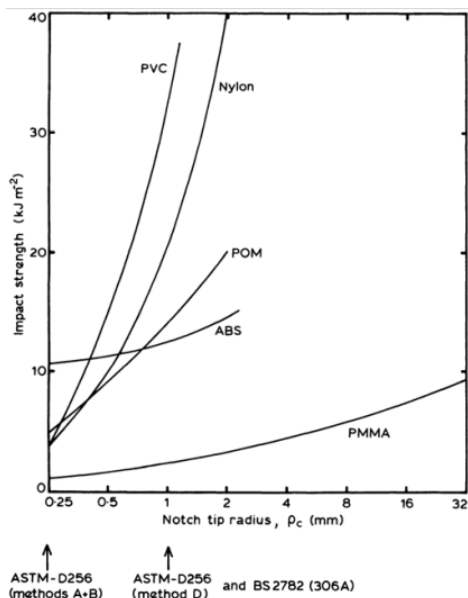
مواد

بیشتر مواد، حساس به هندسه پیش‌ترک و نحوه ایجاد پیش‌ترک هستند. در نمونه‌ای که در آن پیش‌ترک ایجاد نشده باشد، برای رشد ترک لازم است که انرژی لازم برای شروع ترک و سپس انرژی لازم برای رشد ترک تأمین شود. درحالی که در رابطه با نمونه‌ای که دارای پیش‌ترکی نوک تیز باشد، عمدتاً انرژی لازم برای رشد ترک خواهد بود. یکی از معضلات تحقیقات در حوزه مکانیک شکست، ایجاد یک پیش‌ترک صحیح است. حساسیت به شرایط نوک ترک، موضوع تحقیق بسیاری از مقالات بوده است [۸؛ ۲۹]. وینسنت^۱ به بررسی تأثیر استحکام ضربه^۲ به صورت تابعی از شعاع نوک ترک^۳ بر روی چند پلیمر مختلف پرداخته است (شکل ۱) [۱۱]. چنانکه واضح است شعاع نوک ترک، تأثیر بسیار زیادی بر مقادیر استحکام ضربه دارد. چنان‌که مشاهده می‌شود در بین مواد بررسی شده در این تحقیق، پلیمر PVC دارای بیشترین حساسیت به شعاع نوک ترک یا در حالت کلی به هندسه ترک است. به همین لحاظ با توجه به اینکه یکی از اهداف تحقیقات بررسی تأثیر نوع فرایند استفاده شده در ایجاد پیش‌ترک می‌باشد، مناسب است که از این ماده استفاده شود.

¹ Vincent

² Impact Strengths

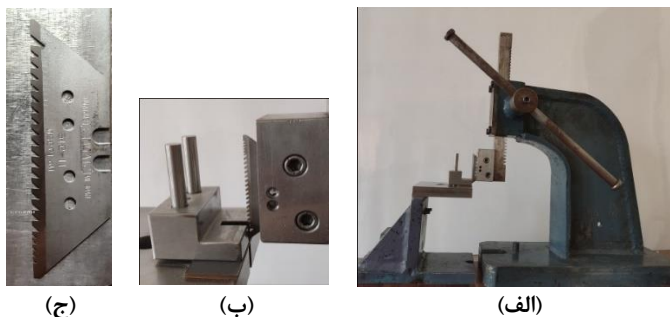
³ Notch Tip Radius



شکل ۱. استحکام ضربه بر حسب شعاع نوک ترک برای پلیمرهای مختلف [۱۱].

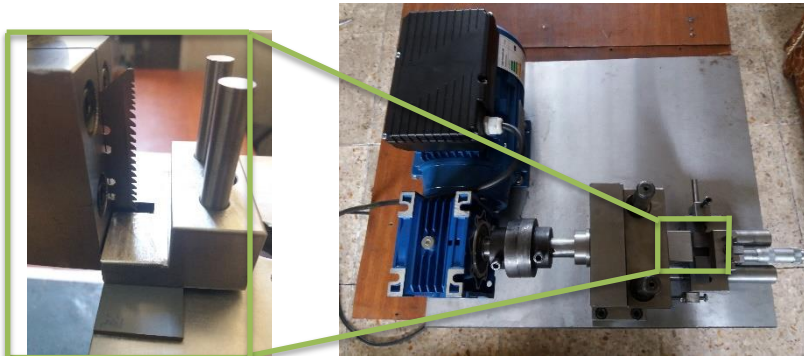
ایجاد پیش‌ترک

از جمله روش‌های مهم برای ایجاد پیش‌ترک استفاده از ابزار و دستگاه خان‌کشی و دستگاه کله‌زنی است. در روش خان‌کشی از دستگاه شکل شماره ۲ که برای این منظور و برای انجام تحقیقات مختلف ساخته شده است، استفاده گردید و برای ایجاد پیش‌ترک به‌وسیله دستگاه کله‌زنی دستگاه شکل شماره ۳ برای استفاده در تحقیقات متنوع ساخته و به کار گرفته شد. نمونه‌های ترک در دو لبه (DENT)^۱ برای انجام آزمایش‌های کار ضروری شکست در ابعاد $70 \times 25 \times 2$ mm آماده شدند (شکل ۴). طول لیگامنت‌های (L) به کاررفته به ابعاد ۷ و ۸ میلی‌متر بود. همچنین طبق استانداردها شعاع نوک ترک اولیه کمتر از ۲۰ میکرون بود.

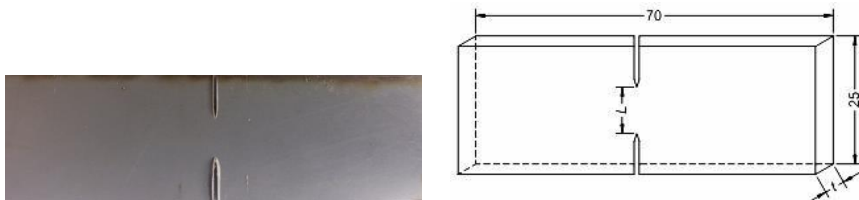


شکل ۲. ابزار و دستگاه خان‌کشی، (الف) دستگاه خان‌کشی دستی، (ب) گیره ابزار و گیره قطعه‌کار و (ج) ابزار خان‌کشی به کاررفته در ایجاد ترک اولیه.

¹ Double-Edge Notch Tension (DENT)



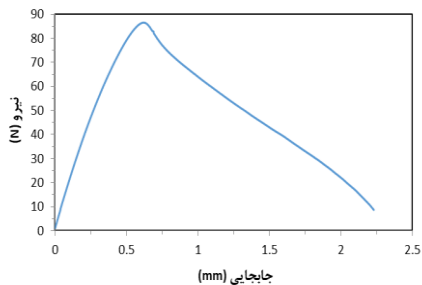
شکل ۳. دستگاه کلهزنی به کاررفته در ایجاد ترک اولیه.



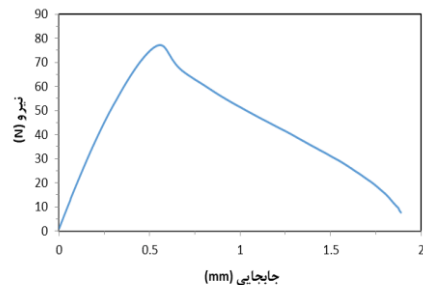
شکل ۴. نمونه ترک در دو لبه.

فرایند آزمایش تجربی

بعد از آماده سازی نمونه ها، نمونه های ترک در دو لبه با استفاده از دستگاه کشش سننم تحت آزمایش شکست قرار گرفتند. در تمامی آزمایش ها برای حذف اثرات دینامیکی، نرخ جابه جایی برابر 1 mm/min بوده است. در حین آزمایش، مقادیر نیرو برحسب جابه جایی ذخیره شده است. هر آزمایش ۲ مرتبه تکرار شده است. تأثیر طول لیگامنت بر منحنی نیرو- جابه جایی، به تفکیک نحوه ایجاد پیش ترک، در شکل های ۵ و ۶ قابل مشاهده است. چنان که در بخش های قبلی اشاره شد نمونه ها در دو دسته با پیش ترک های ایجاد شده به روش های خان کشی و کلهزنی دسته بندی شده اند. شایان ذکر است که تعداد نمونه های عددی هر آزمایش ۵۰۰۰ نمونه است.

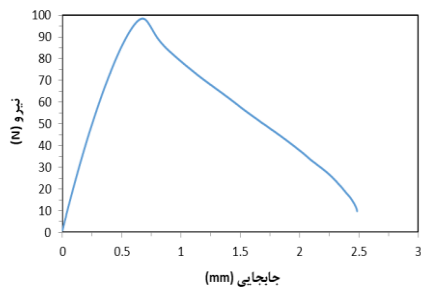


(ب)

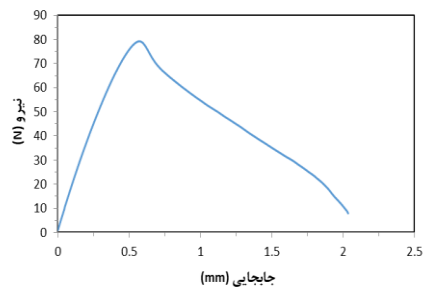


(الف)

شکل ۵. منحنی نیرو- جابه جایی نمونه های DENT در طول لیگامنت ۷ میلی متر، به تفکیک روش ایجاد پیش ترک (الف) خان کشی و (ب) کلهزنی.



(ب)



(الف)

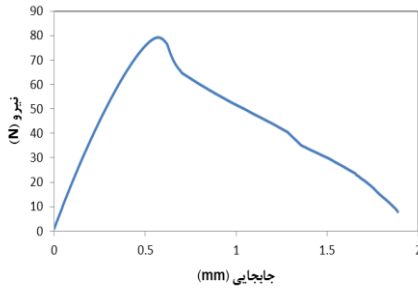
شکل ۶. منحنی نیرو- جابه‌جایی نمونه‌های DENT در طول لیگامنت ۸ میلی‌متر، به تفکیک روش ایجاد پیش ترک (الف) خان‌کشی و (ب) کله‌زنی.

شناسایی سیستم

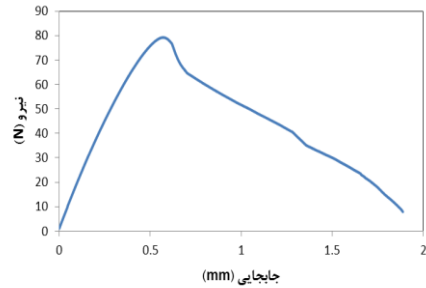
در این بخش به مراحل شناسایی انجام‌شده که شامل دو مرحله پیش‌پردازش داده‌ها، روش شناسایی استفاده‌شده و ارزیابی نتایج است و کدهای آنها در محیط نرم‌افزار MATLAB نوشته شده است، پرداخته می‌شود.

پیش‌پردازش داده‌ها

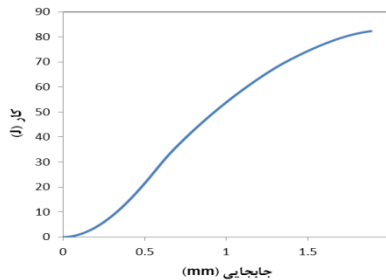
در ابتدا به دلیل مناسب‌نبودن داده‌های حاصل از آزمون تجربی، دو مرحله پیش‌پردازش روی داده‌ها انجام شده است. در مرحله اول به دلیل یکسان‌نبودن فواصل نمونه‌برداری داده‌ها از دید موقعیت نوک ترک، با استفاده از روش درونیابی فواصل نمونه‌برداری یکسان‌سازی شده است. در مرحله بعد به دلیل اهمیت کار ضروری شکست انجام‌شده در این مطالعات با استفاده از انتگرال‌گیری عددی داده‌ها به روش ذوزنقه‌ای نمودار کار شکست برحسب موقعیت استخراج شده است تا برای شناسایی مورد استفاده قرار گیرد. در شکل ۷ نمونه‌ای از نمودار حاصل از تست تجربی و نمودارهای حاصل از دو مرحله پیش‌پردازش نشان داده شده است.



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۷. داده نمونه و نمودارهای حاصل از دو مرحله پیش پردازش (الف) نمونه عملی (ب) پس از یکسان سازی فواصل (نمونه برداری ج) پس از انتگرال گیری به روش ذوزنقه ای.

شایان ذکر است که برای درون یابی از روش خطی و برای انتگرال گیری از روش ذوزنقه ای با رابطه (۱) استفاده شده است.

$$W(D) = \int_0^D f(D) \times dD = \sum_{k=1}^{N_D = \frac{D}{\Delta D}} \frac{1}{2} (f_{k-1} + f_k) \times \Delta D \quad (1)$$

در این رابطه W کار، D جابه جایی، f بار مکانیکی، k شماره نمونه و N_D تعداد نمونه ها تا فاصله D است.

انتخاب مدل و روش شناسایی

همان طور که در بخش مقدمه اشاره شد صرف نظر از انتخاب هریک از سه رویکرد جعبه سفید، خاکستری و سیاه، مدل های بسیار متنوعی به لحاظ خطی بودن، چند ورودی- چند خروجی بودن، معین یا تصادفی بودن، متغیر با زمان یا نامتغیر با زمان بودن و میزان پیچیدگی مدل برای انتخاب وجود دارد. در مهندسی اصل سادگی همواره باید رعایت گردد و پیچیدگی تا اقل دقت مورد نیاز قابل قبول است. در مدل سازی و شناسایی نیز روند مهندسی شروع از مدل های ساده تر و ارزیابی مداوم میزان دقت مدل و سپس پیچیده کردن مدل تا رسیدن به دقت مورد نیاز است. در این مقاله نیز سعی شده است که این روند رعایت گردد تا از پیچیده شدن غیرمنطقی مدل جلوگیری گردد. در زمینه شناسایی ابتدا از مدل

سیستم مرتبه اول خطی شروع می‌شود و سپس مراتب بالاتر شناسایی و ارزیابی می‌شوند. در این تحقیق نیز همین روند پیگیری شده است. مدل ریاضی سیستم‌های مرتبه اول، دوم و سوم در حوزه گسسته به ترتیب در روابط (۲) - (۴) نشان داده شده است. هدف، شناسایی ضرایب تابع تبدیل حوزه گسسته یعنی a_i ها و b_i ها است. در این روابط Z اپراتور حوزه گسسته، θ بردار پارامترهای مجهول و T نماد ترانهاده بردار است. در این روابط درجه صورت تابع تبدیل از مخرج یک مرتبه کوچک‌تر در نظر گرفته شده است که برای سیستم‌های واقعی که دارای ضربه نیستند، صحیح است.

$$\frac{W(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}}, \theta^T = [a_1, b_0] \quad (2)$$

$$\frac{W(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \theta^T = [a_1, a_2, b_0, b_1] \quad (3)$$

$$\frac{W(z^{-1})}{D(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}, \theta^T = [a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2] \quad (4)$$

در مورد انتخاب روش شناسایی دو ویژگی مهم باید رعایت گردد: ویژگی اول بدون بایاس بودن روش شناسایی است. بایاس اصطلاحاً به میزان اختلاف مقدار حاصل از شناسایی با مقدار واقعی اطلاق می‌شود که معمولاً در زمینه ابزار دقیق با نام صحت یا درستی از آن یاد می‌شود. روش شناسایی LS انتخابی طبق قضیه BLUE¹ [۳۰] علاوه بر داشتن ویژگی اول در صورت سفید بودن نویز، ویژگی دوم یعنی واریانس یا پراکندگی خطا کم را که در شناسایی سیستم مهم است را نیز دارد. در [۳۱] همگرایی این روش مورد بحث قرار گرفته است. شایان ذکر است که این روش پایه و اساس اکثر قریب به اتفاق سایر روش‌های شناسایی خطی سیستم‌ها از جمله RLS, RELS, IGLS و ... است و در مراجع متعددی در کاربردهای مختلف از جمله در [۳۲] برای شناسایی تلفات و اندوکتانس لحظه‌ای یک سیم‌پیچ خاص، در [۳۳] برای شناسایی اندوکتانس در کنترل برداری ماشین سنکرون آهنربای دائم و در [۳۴] برای شناسایی پارامترهای مدل باتری لیتیوم-یون استفاده شده است. همچنین نگارندگان در [۳۵] از روش حداقل مربعات برای شناسایی ضرایب تابع چگالی انرژی کرنش برای مواد فوق الاستیک عرضی و در [۳۶] برای به‌دست‌آوردن پارامترهای سیستم بارگذاری ماهواره‌های سنجش از دور، برای دستیابی به همگرایی سریع‌تر و کاهش فضای جستجو استفاده کرده‌اند.

مراحل روش شناسایی حداقل مربعات

مراحل روش شناسایی LS به‌صورت زیر است:

- **مرحله ۱:** برای هر نمونه k ام از داده‌های ورودی (D) و خروجی (W) بردار مقادیر معلوم u_k . مطابق رابطه ۵ تشکیل می‌شود. در این رابطه n درجه مخرج تابع تبدیل و m درجه صورت تابع تبدیل است.

$$u_k^T = [-W_{k-1} \dots -W_{k-n} \ D_k \ \dots \ D_{k-m}] \quad (5)$$

¹ Best of Linear Unbiased Estimator

– **مرحله ۲:** ماتریس مقادیر معلوم با بردارهای تولیدشده در مرحله ۱ تشکیل می‌شود. هر بردار یک سطر این ماتریس را تشکیل می‌دهد و ابعاد این ماتریس برابر $N \times (n+m)$ است که N تعداد کل نمونه‌ها است.

$$U = \begin{bmatrix} u_1^T \\ u_2^T \\ \vdots \\ u_N^T \end{bmatrix} \quad (۶)$$

– **مرحله ۳:** بردار مقادیر خروجی از رابطه (۷) تشکیل می‌شود.

$$Y = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_N \end{bmatrix} \quad (۷)$$

– **مرحله ۴:** در نهایت بردار پارامترهای مجهول از رابطه (۸) محاسبه می‌شود [۳۰].

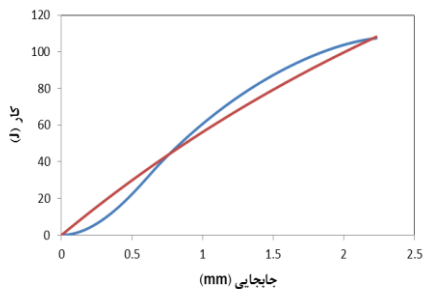
$$\theta = (U^T \times U)^{-1} \times U^T Y \quad (۸)$$

مقدار نرم دوم بردار خطای مقادیر تخمینی و واقعی که همان مجموع مربعات خطای تخمین است، به عنوان معیاری از صحت تخمین طبق رابطه (۹) محاسبه می‌شود.

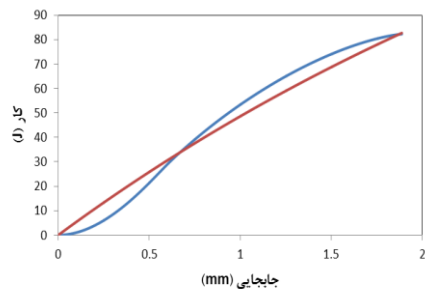
$$\|e\| = \|Y - \hat{Y}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N e_i^2} \quad (۹)$$

نتایج حاصل از شناسایی

در مرحله بعد با استفاده از نتایج عددی حاصل از آزمون تجربی پردازش شده و روش شناسایی حداقل مربعات، مدل ریاضی سیستم یعنی تابع تبدیل حوزه فرکانس گسسته فرایند توسعه گسترش ترک در مکانیک شکست ماده، به دست آمده است. در شناسایی انجام شده ابتدا فرایند توسعه گسترش ترک با بهره واحد و سپس بهره آن به صورت جداگانه شناسایی شده است. در شکل‌های (۸)–(۱۰) نتایج شناسایی رفتار کار شکست انجام شده با فرض مرتبه اول، دوم و سوم برای دو روش خان‌کشی و کله‌زنی نشان داده شده است. در این شکل‌ها، منحنی‌های آبی داده‌های واقعی و منحنی‌های قرمز نتیجه مدل شناسایی شده هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود در هر دو روش، مراتب دو و سه در قیاس با مرتبه اول شناسایی بسیار بهتری انجام داده‌اند و مرتبه دو با سه به لحاظ ظاهری تفاوت چندانی ندارند.

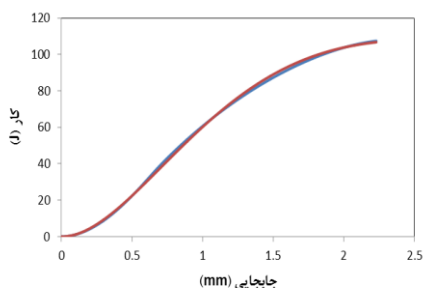


(ب)

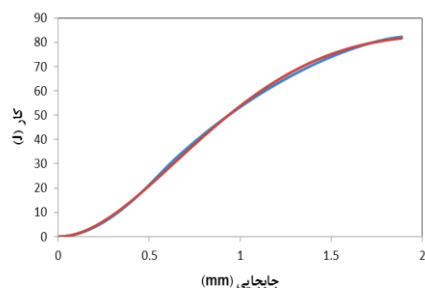


(الف)

شکل ۸. منحنی کار-جابجایی واقعی و شناسایی شده نمونه‌های DENT در طول لیگامنت ۷ میلی‌متر، به تفکیک روش ایجاد پیش ترک با فرض سیستم مرتبه اول (الف) خان کشی و (ب) کله‌زنی.

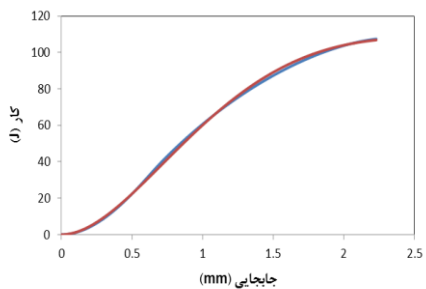


(ب)

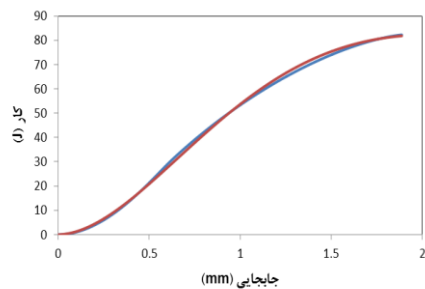


(الف)

شکل ۹. منحنی کار-جابجایی واقعی و شناسایی شده نمونه‌های DENT در طول لیگامنت ۷ میلی‌متر، به تفکیک روش ایجاد پیش ترک با فرض سیستم مرتبه دوم (الف) خان کشی و (ب) کله‌زنی.



(ب)



(الف)

شکل ۱۰. منحنی کار-جابجایی واقعی و شناسایی شده نمونه‌های DENT در طول لیگامنت ۷ میلی‌متر، به تفکیک روش ایجاد پیش ترک با فرض سیستم مرتبه سوم (الف) خان کشی و (ب) کله‌زنی.

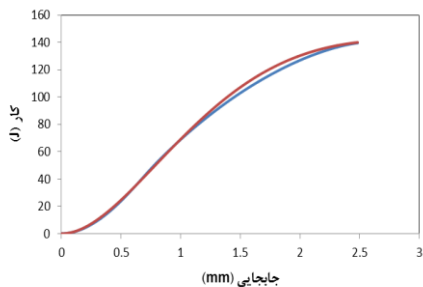
در جدول ۱ نتایج مجموع مربعات خطای خروجی واقعی و خروجی حاصل از مدل شناسایی شده، برای هریک از شناسایی‌های انجام شده آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مرتبه دوم فرض صحیح‌تری برای رفتار دینامیکی کار در فرایند رشد ترک است و با افزایش مرتبه میزان خطا مقداری افزایش می‌یابد.

جدول ۱. مقادیر مجموع حداقل مربعات خطا و پارامترهای شناسایی شده برای مراتب مختلف فرضی تابع تبدیل هدف.

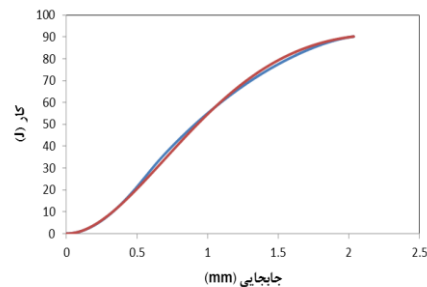
مرتبه فرضی تابع تبدیل			۳	۲	۱
SSE			۶۸/۱۷۹۵	۶۰/۰۸۸۸	۳۳۵/۱۱۹۳
روش خان‌کشی	مقادیر پارامترهای شناسایی شده	a1	-۲/۶۱۰۹	-۱/۹۹۹۲	-۰/۹۹۹۹
		a2	۲/۲۲۲۰	۰/۹۹۹۲	-
		a3	-۰/۶۱۱۱	-	-
		b0	-۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۳۰
		b1	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰	-
		b2	-۰/۰۰۰۱	-	-
SSE			۷۵/۵۴۱۵	۷۰/۸۴۵۰	۴۳۷۰۰۱۹
روش کله‌زنی	مقادیر پارامترهای شناسایی شده	a1	-۲/۲۰۵۳	-۱/۹۹۹۱	-۰/۹۹۹۹
		a2	۱/۴۱۱۳	۰/۹۹۹۱	-
		a3	-۰/۲۰۶۰	-	-
		b0	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۴۱
		b1	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰	-
		b2	-۰/۰۰۰۱	-	-

ارزیابی مدل شناسایی شده و بحث روی نتایج

در مرحله نهایی با استفاده از پارامترهای شناسایی شده در مرحله قبل، با یک ورودی متفاوت میزان دقت مدل ارزیابی خواهد شد. همان‌طور که از نتایج ارائه شده در بخش قبل مشخص است، سیستم مرتبه دوم فرض صحیح‌تری برای رفتار دینامیکی کار در فرایند رشد ترک است. به همین دلیل برای ارزیابی مدل از مدل شناسایی شده مرتبه دوم استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در روش خان‌کشی با وجودی که سیستم شناسایی شده در ابتدا نمودار واقعی را دنبال می‌کند ولی در نیمه دوم یک مقدار از نمودار واقعی فاصله می‌گیرد و باعث افزایش خطای تخمین می‌شود (شکل ۱۱).



(ب)



(الف)

شکل ۱۱. ارزیابی مدل شناسایی شده با نمونه‌های DENT در طول لیگامنت ۸ میلی‌متر با فرض سیستم مرتبه دو (الف) خان‌کشی و (ب) کله‌زنی.

مجموع مربعات خطای ارزیابی برای مدل مرتبه دوم شناسایی شده برای طول لیگامنت ۸ میلی‌متر، در روش خان‌کشی برابر ۱۹۲٫۷ و در روش کله‌زنی برابر ۷۰۳٫۹ حاصل شده است. همان‌طور که مشاهده شد روش حداقل مربعات توانایی شناسایی فرایند گسترش ترک را به‌خصوص در نیمه ابتدایی آن را دارد ولی در نیمه دوم، فاصله خروجی مدل شناسایی شده با داده‌های واقعی تا حدودی بیشتر می‌شود که به دلیل افزایش ماهیت غیرخطی این فرایند است و نیازمند مدل‌های پیچیده‌تر به‌خصوص مدل‌های غیرخطی یا متغیر با زمان است.

نتیجه‌گیری

مهم‌ترین دستاورد این تحقیق، شناسایی و مدل‌سازی فرایند گسترش ترک در مکانیک شکست پلیمر PVC است. به دلیل وابستگی زیاد فرایند گسترش ترک به شعاع نوک ترک، در این تحقیق از پلیمر PVC استفاده شده است. در این مقاله برای شناسایی و مدل‌سازی فرایند گسترش ترک، نمونه‌های DENT با پیش‌ترک‌هایی به روش‌های خان‌کشی و کله‌زنی در طول لیگامنت‌های ۷ و ۸ میلی‌متر مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به طبیعت ماده و نمونه مورد استفاده، از تئوری EWF برای تحلیل نتایج استفاده گردید. از نتایج مهم این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- دو دستگاه خان‌کشی و کله‌زنی ساخته شده توانایی ایجاد پیش‌ترک در پلیمر پلی‌وینیل کلراید با حداقل شعاع نوک ترک و حداقل آسیب در نوک ترک را دارد.
- ۲- امکان استفاده از رویکرد شناسایی سیستم برای شناسایی فرایند گسترش ترک به‌جای رویکرد آزمون‌های صرفاً تجربی یا رویکرد صرفاً مدل‌سازی وجود دارد. در واقع رویکرد معرفی شده، ترکیبی از دو رویکرد مذکور است.
- ۳- با استفاده از این رویکرد، با نتایج تجربی حاصل از نمونه‌های محدود می‌توان از تعداد آزمایش‌های عملی که مستلزم صرف زمان و هزینه زیادی است، جلوگیری کرد.
- ۴- در این تحقیق روش حداقل مربعات دوم‌مرحله‌ای مرتبه دوم استفاده شد و توانایی آن در شناسایی فرایند گسترش ترک با دقت قابل قبول و تنها با مدل ریاضی شامل ۵ پارامتر مجهول اثبات گردید. روشن است که استفاده از روش‌های شناسایی دیگر نیز در این زمینه می‌تواند کارگشا باشد.
- ۵- این روش به‌صورت امیدوارکننده‌ای قادر به تخمین دینامیک رشد ترک با دقت قابل قبول به‌خصوص در نیمه اول فرایند رشد که ماهیتی خطی‌تر دارد، است.

References

- [1] Haddadi, E., Es'haghi Oskui, A., Adibeig, M. R., Cao, J., & Sadeghzade, S. (2023). Effect of broaching pre-cracking process on fracture behavior of polymeric materials. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 45(6), 344. <https://doi.org/10.1007/s40430-023-04262-2>
- [2] Hassanifard, S., Adibeig, M. R., & Hashemi, S. M. (2022). Determining strain-based fatigue parameters of additively manufactured Ti-6Al-4V: effects of process parameters and loading conditions. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 121(11), 8051-8063. <https://doi.org/10.1007/s00170-022-09907-5>
- [3] Glushko, O., Gammer, C., Weniger, L-M., Sheng, H., Mitterer, C., & Eckert, J. (2021). Morphology of cracks and shear bands in polymer-supported thin film metallic glasses. *Materials Today Communications*, 28, 102547. <https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2021.102547>
- [4] Yuan, W. J., & Xie, Y. J. (2022). Geometrical effect of a notch tip on fracture toughness test. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 118(4), 103232. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2021.103232>
- [5] Dadrasi, A., Albooyeh, A., Fooladpanjeh, S., Salmankhani, A., Hamed Mashhadzadeh, A., & Saeb, M. R. (2022). Theoretical examination of the fracture behavior of BC₃ polycrystalline nanosheets: Effect of crack size and temperature. *Mechanics of Materials*, 165, 104158. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2021.104158>
- [6] Ding, M., & Zhang, Y. (2021). All-crack remanufacturability evaluation for blade with surface crack. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 43(9), 434. <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03149-4>
- [7] Zhang, Y., Lu, Z., Yang, Z., & Zhang, D. (2020). Fracture behavior of fibrous network materials: Crack insensitivity and toughening mechanism. *International Journal of Mechanical Sciences*, 188(2), 105910. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105910>
- [8] Haddadi, E., Choupani, N., & Abbasi, F. (2016). Investigation on the effect of different pre-cracking methods on fracture toughness of RT-PMMA. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13(11), 2012-2026. <https://doi.org/10.1590/1679-78252804>
- [9] Es'haghi Oskui, A., Haddadi, E., & Ebrahimi, M. (2022). A technical approach toward pre-crack generation and its effect on the fracture behavior of polymeric materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 274(11), 108780. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.108780>
- [10] Wu, D., Li, H., Shao, Z., Chen, S., Zhou, C., & Liu, L. (2021). Effects of infilling materials on mechanical behaviors and cracking process of pre-cracked rock: Insights from a hybrid continuum-discontinuum method. *Engineering Fracture Mechanics*, 253, 107843. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2021.107843>
- [11] Vincent, P. I. (1971). *Impact tests and service performance of thermoplastics*. Plastics Institute.
- [12] Anderson, T. L., & Anderson, T. L. (2005). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications (3 ed)*. Taylor & Francis. <https://doi.org/10.1201/9781420058215>
- [13] Park, J., & Lakes, R. S. (2007). *Biomaterials: An Introduction (3 ed.)*. Springer New York. https://books.google.com/books?id=bb68wb0R_EAC
- [14] Shokrieh, M. M., Salamat-Talab, M., & Heidari-Rarani, M. (2013). Numerical analysis of mode I delamination growth in laminated DCB specimens using cohesive zone models. *Modares Mechanical Engineering*, 13(1), 38-48. <http://mme.modares.ac.ir/article-15-7413-en.html>

- [15] Soltanpour Khamneh, M., & Choupani, N. (2015). Investigation on mixed mode elastic-plastic fracture behavior of ABS polymeric material. *Modares Mechanical Engineering*, 15(4), 272-280. <http://mme.modares.ac.ir/article-15-10612-en.html>
- [16] Westergaard, H. M. (2021). Bearing Pressures and Cracks: Bearing Pressures Through a Slightly Waved Surface or Through a Nearly Flat Part of a Cylinder, and Related Problems of Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 6(2), A49-A53. <https://doi.org/10.1115/1.4008919>
- [17] Zhu, X-K., & Joyce, J. A. (2012). Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization. *Engineering Fracture Mechanics*, 85(1), 1-46. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.02.001>
- [18] Kaveh, z., & Ayatollahi, M. (2013). Computation of mode I notch stress intensity factors in a V-notched TPB specimen. *Modares Mechanical Engineering*, 13(5), 74-82. <http://mme.modares.ac.ir/article-15-5722-en.html>
- [19] Fernando, P. L., & Williams, J. G. (1980). Plane stress and plane strain fractures in polypropylene. *Polymer Engineering & Science*, 20(3), 215-220. <https://doi.org/10.1002/pen.760200309>
- [20] Hellen, T. K., Landes, J. D., Latzko, D. G. H., McCabe, D. E., & Turner, C. E. (1979). *Post-yield fracture mechanics*. Elsevier Applied Science. https://www.abebooks.co.uk/searchurl=ds%3D30%26rollup%3Don%26sortby%3D20%26tn%3Dpost%26Byield%2Bfracture%2Bmechanics&cm_sp=sni_ppet-_-srp0-_-title1
- [21] Barenblatt, G. I. (1962). The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. In H. L. Dryden, T. von Kármán, G. Kuerti, F. H. van den Dungen, & L. Howarth (Eds.), *Advances in Applied Mechanics* (pp. 55-129). Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70121-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70121-2)
- [22] Hernández, M., Santana, O. O., Ichazo, M. N., González, J., & Albano, C. (2008). Fracture behavior at low strain rate of dynamically and statically vulcanized polypropylene/styrene-butadiene-styrene block copolymer blends. *Polymer Testing*, 27(7), 881-885. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2008.07.005>
- [23] Khodabandelou, M., Razavi Aghjeh, M. K., & Rezaei, M. (2009). Fracture behavior and environmental stress cracking resistance (ESCR) of HIPS/PE blends and the effect of compatibilization on their properties. *Engineering Fracture Mechanics*, 76(18), 2856-2867. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.07.024>
- [24] Hill, R. (1952). On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(1), 19-30. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(52\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90003-3)
- [25] Hashemi, S., & Williams, J. G. (2000). Temperature dependence of essential and non-essential work of fracture parameters for polycarbonate film. *Plastics, Rubber and Composites*, 29(6), 294-302. <https://doi.org/10.1179/146580100101541102>
- [26] Kwon, H. J., & Jar, P. Y. B. (2005). Fracture toughness of polymers in shear mode. *Polymer*, 46(26), 12480-12492. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2005.10.074>
- [27] Cuesta, I. I., Alegre, J. M., & Ortega-López, V. (2015). Polymer pre-notched small punch specimens to evaluate the essential work of fracture (EWF) parameters. *Materials & Design*, 83, 363-367. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.06.080>
- [28] Karger-Kocsis, J., & Czigány, T. (1996). On the essential and non-essential work of fracture of biaxial-oriented filled PET film. *Polymer*, 37(12), 2433-2438. [https://doi.org/10.1016/0032-3861\(96\)85355-9](https://doi.org/10.1016/0032-3861(96)85355-9)

- [29] Kinloch, A. J., & Young, R. J. (1995). *Fracture Behaviour of Polymers*. Springer Dordrecht. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-1594-2>
- [30] Norton, J. P. (2009). *An Introduction to Identification*. Dover Publications. <https://www.amazon.com/Introduction-Identification-Dover-Electrical-Engineering/dp/0486469352>
- [31] Zhu, X., Gan, D., & Liu, Z. (2022). Performance Analysis of Least Squares of Continuous-Time Model Based on Sampling Data. *Institute of Electrical and Electronics Engineers Control Systems Letters*, 6, 3086-3091. <https://doi.org/10.1109/LCSYS.2022.3182040>
- [32] Long, F., Xu, Y., Li, X., Ren, L., Shi, J., Tang, Y., Song, M., & Li, L. (2024). Instantaneous AC Loss and Inductance Measurement of HTS Coil With Finite-Data-Window Least Squares. *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Applied Superconductivity*, 34(5), 1-5. <https://doi.org/10.1109/TASC.2023.3347175>
- [33] Hu, Y., Liu, K., Hua, W., & Hu, M. (2023). First-Order Model Based Inductance Identification With Least Square Method for High-Speed Sensorless Control of Permanent Magnet Synchronous Machines. *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Power Electronics*, 38(7), 8719-8729. <https://doi.org/10.1109/TPEL.2023.3263518>
- [34] Huang, C. S. (2023). Online Parameter Identification for Lithium-Ion Batteries: An Adaptive Moving Window Size Design Methodology for Least Square Fitting. *Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Vehicular Technology*, 72(5), 5824-5832. <https://doi.org/10.1109/TVT.2022.3229376>
- [35] Abrishamdari, M., Darijani, H., & Darijani, F. (2023). Constitutive Modeling of Transversely Isotropic Materials to Investigate the Mechanical Behavior of Thick-walled Cylindrical Tubes. *Quarterly Scientific Journal of National University of Skills*, 20(1), 217-242. <https://doi.org/10.48301/kssa.2023.367691.2326>
- [36] Ramezani, M. (2022). Modeling and Simulation of Payload System Design in Remote Sensing Satellites based on Adaptive Neuro-fuzzy Inference System. *Quarterly Scientific Journal of National University of Skills*, 19(3), 13-30. <https://doi.org/10.48301/kssa.2022.319531.1897>