



Numerical Study of Flow and Heat Transfer of Magnetic Nanofluid in a Tee Channel in the Presence of Variable Magnetic Field

Seyed Valiallah Mousavi^{1*}

¹Faculty Member, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article Type:

Original Research

Received: 09.19.2023

Revised: 12.21.2023

Accepted: 01.03.2024

Keyword:

Magnetic Nanofluid

Ferrofluid

Tee Channel

Variable Magnetic Field

*Corresponding Author:

Seyed Valiallah Mousavi

Email: vmousavi@tvu.ac.ir

The flow of magnetic nanofluid in a three-way duct under varying magnetic fields has been investigated numerically using the mixed single-phase model. This research aimed to increase heat transfer by applying a magnetic field in a tee duct. In this conduit, the outer surface of the diagonal part was insulated and did not conduct any heat transfer with the outside space. The smooth part was at a constant temperature and with a temperature lower than the temperature of the magnetic nanofluid, and the magnetic field was inserted perpendicular to the channel. Water was considered as the base fluid and 4% iron oxide nanoparticles (Fe_3O_4) were added to it. The change of parameters such as the dimensionless number of the magnetic field intensity and the dimensionless Reynolds number on heat transfer were investigated. Magnetic field effects were added to the governing equations of magnetic nanofluid flow in AnsysFluent software by writing codes in C++ language. According to the obtained results, the value of the Nusselt number increased by 72% with the increase of the Reynolds number, and with the application of a magnetic field, the value of the Nusselt number increased by 48.63% compared to the state without a magnetic field. The application of the magnetic field caused the formation of a pair of vortices in the magnetic nanofluid, which caused the penetration of the cool boundary layer in the central parts of the duct.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Increasing heat transfer and heat transfer fluids have been the subject of many researches in recent decades. With the progress of science, the production of nanoparticles from various materials has become possible. One of the properties of materials in nano dimensions is their high surface-to-volume ratio, which has given them special capabilities. Laminar flow and displacement heat transfer for a magnetic nanofluid containing water and 4% by volume of Fe_3O_4 in a tee channel subjected to a variable magnetic field was investigated. The channel wall was at a constant temperature and the magnetic nanofluid entered the channel from two points, the exit height of which was twice the height of the entrance of the channel. In the present work, magnetic nanofluid (water and 4% iron oxide) containing spherical particles flowed as a hot ferrofluid in a tee channel. The effect of the cross non-uniform magnetic field on the hydrodynamic and thermal behaviour of the ferrofluid flow were investigated.

Methodology

The geometry of the problem was generated and gridded in 3D, and the 3D nonlinear differential equations governing the problem were solved using Ansys Fluent software based on the finite volume method. Due to the lack of support of this software for ferrohydrodynamics (FHD) problems, relation (1) related to applying the magnetic field in the present work was added to this software by writing subroutines in C++ language. For the tee channel, the Kelvin force was added as two spring terms to the momentum equations in the x and y directions. In the finite volume method, first the physical field related to the problem was divided into the volume of discrete controls. Then, the governing equations were integrated on each control volume to obtain algebraic and discrete equations. In the next step, the obtained discrete equations were linearized. The system of discrete and linearized equations was solved simultaneously. It should be noted that the non-uniform transverse magnetic field, such as the non-uniform axial magnetic field, had very little effect on MHD. Therefore, the term related to MHD in the momentum equations was omitted.

$$F_{ferromag} = \mu_0 M \nabla H \quad (1)$$

The magnetic field was created by a thin wire carrying electric current placed parallel to the longitudinal axis of the channel (z-axis) in a position under the channel, with a certain distance and close to it, and the current inside the wire flowed in the positive direction of the z-axis. The wire carrying electric current created a non-uniform magnetic field across the entire length of the channel and perpendicular to the ferrofluid current flowing in it. Furthermore, it was investigated by applying different magnetic fields. The thermophysical properties of the used magnetic nanofluid included water and 4% volume of Fe_3O_4 , which flowed inside the tee channel which is shown in Table 1.

Table 1. Thermophysical properties of materials.

Materials	$k \left(\frac{W}{m \cdot K} \right)$	$cp \left(\frac{J}{kg \cdot K} \right)$	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	$\mu \left(\frac{kg}{m \cdot s} \right)$
(p) Fe_3O_4	6	670	5200	-
Water (f)	0.6	4182	998.2	0.001003

Results and discussion

The wire carrying the electric current produced a non-uniform cross magnetic field in the x and y directions. This field was perpendicular to the direction of the ferrofluid flow. With the increase in the intensity of the magnetic field, the force generated in the intersecting plane increased and caused the creation of secondary currents, which created two vortices. Considering that the magnetic force is always in the direction of increasing the magnetic gradient, the resulting axial velocity profile will change due to the presence of this force. Because of the application of non-uniform cross magnetic field, two vortices were formed. These vortices transferred the ferrofluid from both sides of the channel section (in the x-y plane) towards the walls. These two vortices were completely symmetrical with respect to the x-axis. Moreover, as can be seen, due to the introduction of the Kelvin force, the flow lines moved away from the bottom of the channel (near the current carrying wire).

Conclusion

In this research, the flow of magnetic nanofluid in a tee channel under variable magnetic field was investigated numerically and the following results were obtained:

- 1- Increasing the Reynolds number has a great effect on heat transfer. By increasing the Reynolds number, they increase the heat transfer (Figure 1).
- 2- Applying a non-uniform cross magnetic field creates Kelvin force in the direction perpendicular to the ferrofluid flow and leads to an increase in the Nusselt number of the ferrofluid. As the intensity of the magnetic field increases, the improvement of heat transfer increases (Figure 2).
- 3- Applying a non-uniform cross magnetic field causes a pair of vortices to form inside the channel, which directs the fluid to the walls from both sides and ultimately leads to improved heat transfer (Figure 3).
- 4- Applying a non-uniform cross magnetic field causes the penetration of the cool boundary layer into the hot ferrofluid, and with the increase in the intensity of the magnetic field, it causes the temperature of the ferrofluid to decrease.

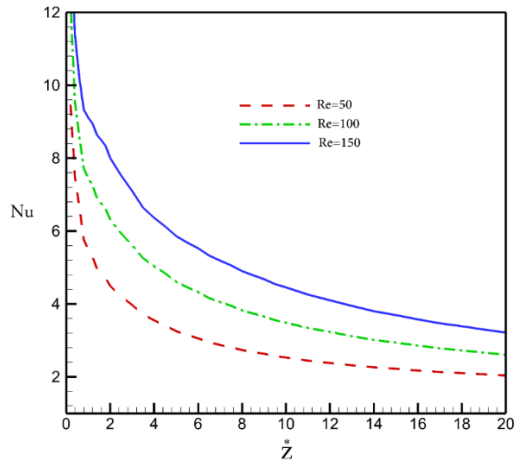


Figure 1. Nusselt number diagram for different Reynolds number.

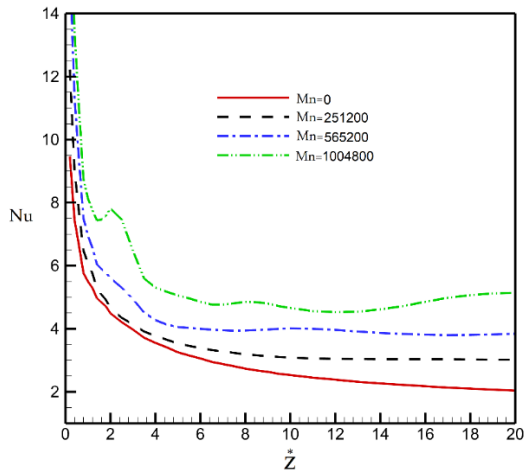


Figure 2. Nusselt number diagram for different magnetization number.

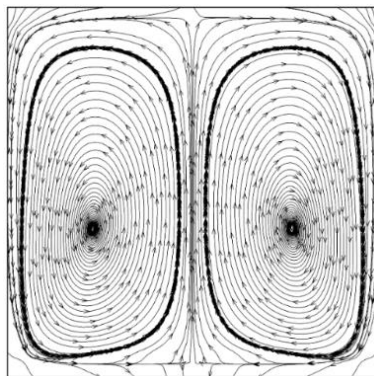


Figure 3. Streamline in the x-y plane.

مطالعه عددی جریان و انتقال حرارت نانوسیال مغناطیسی در یک مجرا سه راهی در حضور میدان مغناطیسی متغیر

سید ولی‌الله موسوی[✉]

۱- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۲۸

پانزنگری مقاله: ۱۴۰۲/۰۹/۳۰

پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۱۳

کلید واژگان:

نانو سیال مغناطیسی

فروسیال

مجرا سه راهی

میدان مغناطیسی متغیر

[✉] نویسنده مسئول: سید ولی‌الله موسوی

پست الکترونیکی:

vmousavi@tvu.ac.ir

جریان نانوسیال مغناطیسی در یک مجرا سه راهی که تحت میدان مغناطیسی متغیر است، به صورت عددی با استفاده از مدل تک فاز مخلوط، مورد بررسی قرار گرفته است. هدف از بررسی این تحقیق، افزایش انتقال حرارت به کمک اعمال میدان مغناطیسی در یک مجرا سه راهی می‌باشد. در این مجرا سطح بیرونی قسمت مورب به صورت عایق است و هیچ گونه انتقال حرارتی با فضای بیرون انجام نمی‌دهد. قسمت صاف به صورت دما ثابت و با دمای کمتر از دمای نانوسیال مغناطیسی می‌باشد و میدان مغناطیسی عمود بر مجرا وارد شده است. آب به عنوان سیال پایه در نظر گرفته شده است و ۴٪ نانو ذره اکسید آهن (Fe_3O_4) به آن افزوده می‌شود. تغییر پارامترهایی نظیر عدد بی بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی بعد رینولدز بر انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است. اثرات میدان مغناطیسی با نوشتن کدهایی به زبان ++C، به معادلات حاکم بر جریان نانوسیال مغناطیسی در نرم افزار انسیس فلونت اضافه شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، مقدار عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز، ۷۲ درصد افزایش می‌یابد و با اعمال میدان مغناطیسی نسبت به حالت بدون حضور میدان مغناطیسی، مقدار عدد ناسلت ۴۸/۶۳ درصد افزایش می‌یابد. زیرا در اثر اعمال میدان مغناطیسی باعث تشکیل یک جفت گردابه در نانوسیال مغناطیسی می‌شود که این گردابه باعث نفوذ لایه مرزی خنک در قسمت‌های مرکزی مجرا می‌شود.

مقدمه

در طی سال‌های اخیر به کمک کامپیوترهای سریع، مهندسان قادر به انجام محاسبات عددی قابل توجهی برای پیش‌بینی پدیده‌های مهندسی و بهبود فرآیند طراحی شده‌اند. استفاده از روش‌های عددی، یک توانایی به پیش‌نمایش راه حل یک مشکل است و دیگری برای بهبود نتایج تجربی موجود است. افزایش انتقال حرارت و نیز سیالات انتقال‌دهنده حرارت موضوع بسیاری از تحقیق‌ها در دهه‌های اخیر بوده است. با پیشرفت علم، تولید نانوذرات از مواد گوناگون میسر شده است. یکی از ویژگی‌های مواد در ابعاد نانو، نسبت سطح به حجم بالای آنهاست که توانایی‌های خاصی به آنها بخشیده است. پخش ذرات جامد در داخل سیال یکی از روش‌های بهبود انتقال حرارت در سیالات است. کارهای اولیه تئوری در این زمینه توسط ماکسول^۱ انجام شده است. این روش به دلیل مشکلاتی نظیر گرفتگی مجاری، ته‌نشینی، خوردگی مجاری انتقال سیال و ... نتوانست، به طور مؤثر در کاربردهای عملی انتقال حرارت مورد استفاده قرار گیرد. خانافر و همکاران [۲] جریان نانوسیال را به صورت عددی شبیه‌سازی کردند. آنها جریان جابه‌جایی طبیعی مخلوط آب و مس را در یک حفره مربعی با روش حجم محدود مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داده است که انتقال حرارت و سرعت جریان نانوسیال نسبت به سیال خالص به دلیل افزایش ضریب رسانش حرارتی و حرکت رندومی نانوذرات، افزایش می‌یابد.

تسای^۲ و همکاران [۳] به بررسی جریان نانوسیال آب مقطر-طلا در یک لوله حرارتی با قطر ۶ میلی‌متر و طول ۱۷۰ میلی‌متر پرداختند. نانوذرات طلا دارای قطر ۲ تا ۳۵ نانومتر و ۱۵ تا ۷۵ نانومتر بودند. نتایج آنها نشان داد که در شرایط یکسان، نانوسیالات موجب کاهش قابل ملاحظه‌ای در مقاومت گرمایی لوله‌های حرارتی نسبت به حالت استفاده از آب خالص می‌گردند. نتایج آنها نشان‌دهنده پتانسیل حرارتی نانوسیالات بود. بدین معنی که نانوسیالات قابلیت این را دارند که جایگزین سیالات حرارتی متداول مانند آب، روغن‌ها و ... در لوله‌هایی حرارتی عمودی شبیه بندی شده شوند و دینگ^۳ [۴] انتقال حرارت جابجایی آرام نانو سیال اکسید آلومینیوم-آب را در ناحیه ورودی لوله مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها افزایش ۴۹ درصد را برای عدد ناسلت نانو سیال با نسبت حجمی ۱/۶ درصد در مقدار سرعت جریان برابر را نشان می‌دهد. همچنین طول ناحیه توسعه یافته برای نانو سیال بیشتر از مقدار آن برای سیال خالص بوده، که با افزایش درصد حجمی نانو سیال افزایش می‌یابد. پدیده مهاجرت ذرات که باعث پخش غیریکنواخت رسانایی حرارتی و ویسکوزیته شده و سبب کاهش لایه مرزی حرارتی می‌گردد. برهانی بود که توسط آنها برای توجیه این بهبود پیشنهاد شد. لطفی و همکاران [۵] به صورت عددی به بررسی انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال با دو مدل تکفازی و دوفازی در جریان آرام و مغشوش پرداختند. نانوسیال آب/اکسید آلومینیوم را داخل یک لوله افقی عبور دادند. نتایج را با روابط موجود مقایسه و اعتبار سنجی کردند. نتایج هر دو مدل را نیز مقایسه کردند. با مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌ها مشخص شد که مدل مخلوط دقیق‌تر است. هر دو مدل عدد ناسلت را کم تخمین می‌زنند. نتایج آنها نشان داد نرخ بهبود حرارت با افزایش غلظت حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. هو^۴ و همکاران [۶] به بررسی تجربی جابه‌جایی آزاد با جریان آرام درون یک حفره با نانوسیال آب-آلومینا با اندازه متوسط ذرات ۱۳۰ نانومتر پرداختند. کسر حجمی نانوذرات از ۱ تا ۴ درصد تغییر می‌کرد. آنها مشاهده نمودند که برای کسر حجمی‌های بالاتر از ۱ درصد برخلاف جابه‌جایی اجباری با افزایش کسر حجمی،

¹ Maxwell

² Tsai

³ Wen & Ding

⁴ Ho

ضریب انتقال گرما کاهش می‌یابد و نیز برای این محدوده کسر حجمی، استفاده از نانوسیال باعث کاهش انتقال حرارت نسبت به استفاده از سیال پایه می‌شود. این در حالی است که برای کسر حجمی‌های زیر ۱ درصد نتایج آزمایشگاهی افزایش در ضریب انتقال حرارت را نسبت به سیال پایه نشان می‌داد. آنها این تغییرات در ضریب انتقال حرارت را به دو عامل یعنی تغییر در خواص ترموفیزیکی نانوسیال نسبت به سیال پایه و وجود ساز و کارهای برهمکنش بین نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه نسبت دادند. نتایج این تحقیقات نشان داد که افزایش غلظت نانوسیال سبب کاهش بیشتر انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی می‌گردد. حیدری و کرمانی [۷] به صورت عددی به بررسی جریان نانو سیال در یک مجرا سینوسی پرداختند. آنها با بررسی اعداد رینولدز بین ۵ تا ۱۵۰۰، درصد حجمی نانو ذرات تا ۲۰ درصد و ضریب شکل بین صفر تا ۰/۳، نتیجه گرفتند که به کمک ذرات نانو و موج‌دار کردن مجرا، می‌توان انتقال حرارت را تا حد زیادی افزایش داد. آنها نشان دادند با اضافه کردن ۱۰ درصد ذرات مس به سیال آب، می‌توان انتقال حرارت را در عدد رینولدز ۱۰۰۰ تا ۲۵ درصد افزایش داد. همچنین نشان دادند که با افزایش ضریب شکل از صفر تا ۰/۳، انتقال حرارت تا ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. نتایج آنها نشان داد با افزایش عدد رینولدز، خطوط همدمای بیشتر به سمت دیواره حرکت می‌کنند و عدد ناسلت افزایش می‌یابد. همچنین مقادیر نسبت به تغییرات درصد حجمی نانو ذرات حساس نیستند.

گونگ^۱ و همکاران [۸] به بررسی انتقال حرارت در ریزمجرا با صفحات موجی شکل پرداختند. آنها در این بررسی از نرم‌افزار تجاری فلونت استفاده کردند و جریان سه بعدی و آرام را برای یک مجرا در اندازه میکرو، به صورت پارامتری مورد مطالعه قرار دادند. آنها اعداد رینولدز بین ۵۰ تا ۱۵۰ را برای دو نوع مجرا موجی شکل و در شار حرارتی ثابت بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که حداکثر ۵۵ درصد افزایش انتقال حرارت کلی در این مجراها، نسبت به مجرا با صفحات مسطح اتفاق می‌افتد. نتایج آنها نشان داد افت فشار در مجراهای موجی شکل با اختلاف فاز ۱۸۰ درجه، نسبت به مجرا با اختلاف فاز صفر درجه، کمتر است. بنابراین مجراهای نوع اول برای انتقال حرارت مناسب‌تر هستند. همچنین آنها نشان دادند که هرچه عدد رینولدز بیشتر باشد این افزایش بیشتر است. آنها نتیجه گرفتند مجراهای موجی شکل گزینه مناسبی برای خنک کاری وسایل الکترونیکی هستند.

به رغم مطالعات گسترده در زمینه انتقال حرارت نانوسیال، تعداد کمتری تحقیق در زمینه انتقال حرارت نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی وجود دارد. میدان مغناطیسی بر روی بسیاری از جریان‌های آزاد و اجباری تأثیر گذارند. در بسیاری از صنایع حرارتی از میدان مغناطیسی استفاده می‌شود. آیه‌هارا^۲ و همکاران [۹] جریان دوبعدی سیال مغناطیسی با ۵۰٪ جرمی ذرات مغناطیسی Zn-Mn را در لوله افقی به صورت عددی بررسی کردند. آنها از مدل تک فازی برای شبیه‌سازی جریان استفاده کردند و قابلیت کنترل جریان را به وسیله میدان مغناطیسی غیریکنواخت نشان دادند. ژان^۳ و همکاران [۱۰] با استفاده از روش لیتس-بولتزمن به مطالعه عددی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال مغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی غیریکنواخت داخل یک ریزمجرا پرداختند. نتایج آنها نشانگر امکان کنترل میزان انتقال حرارت با تغییر جهت گرادیان میدان مغناطیسی است. بیشترین میزان افزایش انتقال حرارت هنگامی است که گرادیان میدان هم جهت با جریان سیال باشد و هنگامی که گرادیان میدان بر خلاف جهت جریان باشد، کاهش انتقال حرارت مشاهده شده است.

¹ Gong

² Aihara

³ Xuan

انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال مغناطیسی در یک محفظه مربعی در حضور میدان مغناطیسی خارجی توسط شیخ‌الاسلامی و گرجی [۱۱] مورد مطالعه قرار گرفت. آنها دریافتند نانوذرات با ابعاد کوچکتر توانایی بیشتری در اتلاف حرارتی دارند. امین‌فر و همکاران [۱۲] در یک کار عددی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط و با استفاده از روش حجم محدود به بررسی رفتار حرارتی و هیدرودینامیکی نانوسیال مغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خطی در یک لوله افقی و خمیده پرداختند. میدان مغناطیسی خطی در شدت‌های مختلف و در جهت عمود بر جریان فروسیال وارد می‌شود. آنها به این نتیجه رسیدند که با اعمال میدان مغناطیسی خارجی، ضریب انتقال حرارت در لوله خمیده نسبت به لوله مستقیم بیشتر افزایش می‌یابد. آنها همچنین به این نتیجه رسیدند که دو عامل نیروی کلویین و نیروی گریز از مرکز می‌تواند به افزایش انتقال حرارت در لوله خمیده کمک کند. ملوندی و همکاران [۱۳] به مطالعه اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت دو بعدی در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای با مقطع صاف با استفاده از نانو سیال پرداختند. آنها ثابت کردند اعمال میدان مغناطیسی باعث افزایش انتقال حرارت در مبدل حرارتی می‌شود. نیسیادوی و رجاراسینام^۱ [۱۴] اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت در یک حفره متخلخل پرداختند و از روش حجم محدود برای حل معادلات حاکم استفاده کرده‌اند. شیخ‌الاسلامی و همکاران [۱۵] به انتقال حرارت اجباری در یک نیمه حلقه تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیری مورد مطالعه قرار گرفته است. برای حل معادلات حاکم با توجه به اثرات فروهیدرودینامیک^۲ (FHD) و مگنتوهیدرودینامیک (MHD)، از روش کنترل محدود بر پایه حجم کنترل (CVFEM) استفاده کرده‌اند آنها اثرات رینولدز، پارامتر کسر حجم نانو ذرات، عدد مغناطیسی ناشی از جریان FHD و عدد هارتمن ناشی از جریان MHD بررسی می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که اثرات نیروهای کلویین برای تعداد زیاد رینولدز برجسته‌تر است. افزایش انتقال حرارت رابطه مستقیم با عدد رینولدز و عدد مغناطیسی دارد. در حالی که رابطه معکوس با تعداد هارتمن دارد. وانگ^۳ و همکاران [۱۶] بررسی انتقال حرارت به وسیله فلزات مایع در یک محفظه مستطیلی با یک مقطع مربعی تحت تأثیر میدان مغناطیسی افقی یکنواخت انجام دادند. دو دیواره مخالف عمودی در دماهای مختلف نگهداری می‌شود و دیوارهای دیگر عایق حرارتی هستند. میدان مغناطیسی اعمال شده عمود بر گرادیان درجه حرارت است. نافون و همکاران [۱۷] به بررسی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرما و افت فشار در لوله‌های مارپیچی پرداختند. سه میدان مغناطیسی مختلف توسط آهن‌رباهای دائمی تولید می‌شود نتایج به دست آمده نشان داده که با افزایش میدان مغناطیسی، انتقال حرارت به ترتیب به میزان ۱۶.۹۷٪، ۲۵.۸۳٪، ۳۱.۱۵٪ افزایش یافته است.

نافون^۴ و همکاران [۱۸] به بررسی تجربی جریان و انتقال حرارت نانوسیال مغناطیسی در یک لوله عمودی در حضور میدان چهارگوش مغناطیسی پرداختند. نتایج تجربی به دست آمده حداکثر افزایش ۲۳/۴ درصد، ۳۷/۹ درصد و ۴۸/۹ درصد در ضریب انتقال حرارت محلی برای نانوسیال‌های مغناطیسی با ۲ درصد اکسید آهن در حضور آهن‌رباهای چهارگوشه‌ای واقع در سه موقعیت مختلف نشان می‌دهد. فدایی و همکاران [۱۹] انتقال حرارت در یک لوله در حضور یک یا دو آهن‌ربا دائمی یا سیم انتقال حرارتی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. در این راستا، جریان مایع آرام فرض شده است. از نتایج به دست آمده مشخص شد که با اعمال میدان مغناطیسی، اختلاط مایع می‌تواند شدت یابد، که منجر

¹ Nithyadevi & Rajarathinam

² Ferrohydrodynamics

³ Wang

⁴ Naphon

به افزایش مقدار عدد ناسلت در طول لوله می‌شود. علاوه بر این، نتایج شبیه‌سازی به دست آمده نشان می‌دهد که استفاده از میدان مغناطیسی القا شده توسط دو آهن‌ربای دائمی با مغناطیس کردن عدد ناسلت ۱۹۶٪ افزایش یابد.

موسوی و همکاران [۲۰] به بررسی میدان مغناطیسی متغییر در یک مجرا با سطح مقطع سینوسی پرداختند آنها به این نتیجه رسیدند که اعمال میدان مغناطیسی باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود. اسدی و همکاران [۲۱] به بررسی میدان مغناطیسی متغییر در یک مجرا با سطح مقطع سینوسی پرداختند آنها از سیال آب و اکسید آهن به عنوان نانوسیال استفاده کردند و افزایش انتقال حرارت را با اعمال میدان مغناطیسی بر مجرا موجی را ثابت کردند. سلطانی پور و پورفتاح [۲۲] با استفاده هم‌زمان از میدان مغناطیسی غیریکنواخت و محیط متخلخل برای تشدید انتقال حرارت همرفتی نانوسیال مغناطیسی در داخل لوله پرداختند آنها در این مقاله تأثیر میدان مغناطیسی را بر ویژگی‌های همرفت اجباری فروسیال در یک لوله نیمه متخلخل با استفاده از روش حجم محدود و مدل داریسی- برینکمن- فورشه‌ایمر بررسی کردند. آنها ثابت کردند اعمال میدان مغناطیسی در محیط متخلخل باعث افزایش انتقال حرارت می‌شود. موسوی و همکاران [۲۳] به بررسی میدان مغناطیسی متغییر در یک مبدل دو لوله‌ای که لوله داخلی به صورت موج دار بوده پرداختند آنها ثابت کردند که با موجدار کردن لوله داخلی مبدل حرارتی، انتقال حرارت افزایش می‌یابد و همچنین با اعمال میدان مغناطیسی عدد ناسلت افزایش می‌آید. برزگر و همکاران [۲۴] به بررسی یک مجرا T شکل که تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیر است، پرداختند میدان مغناطیسی در سه نقطه به هندسه اعمال شد آنها ثابت کردند با اعمال میدان مغناطیسی انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین شیخ الاسلامی و همکاران [۲۵] یک زانو ۹۰ درجه را که از سمت داخل تحت تأثیر میدان مغناطیسی است، مورد بررسی قرار دادند؛ آنها ثابت کردند زمانی که میدان مغناطیسی به سمت داخل زانو اعمال می‌شود نانوسیال به سمت داخل کشیده می‌شود و این امر باعث افزایش عدد ناسلت در سمت داخل زانو می‌شود. لی^۱ و همکاران [۲۶] به بررسی یک لوله منحنی u شکل که تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیر است، پرداختند آنها میدان مغناطیسی را در یک و سه نقطه قرار دادند و تفاوت نقاط مختلف را با هم مقایسه آنها ثابت کردن با اعمال میدان مغناطیسی انتقال حرارت در نزدیکی افزایش می‌یابد.

عسکری و طاهری [۲۷] رفتار گرمایی سیال در یک محفظه بسته مربعی که دو هیتر دماثابت نیمه مدور در دیواره پایینی آن قرار دارند، به صورت عددی بررسی شده است. معادله‌های حاکم با استفاده از نرم افزار فلکس پی دی ای که نوعی شبیه‌سازی جریان بر پایه روش عددی المان محدود است، شبیه‌سازی و حل شده است. نتایج نشان داد فاصله بین دو هیتر، پارامتر تأثیرگذاری بر انتقال حرارت خواهد بود. به طوری که با کاهش این فاصله، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد محدود به بخش مرکزی مجرا به شکل یک ستون عمودی متقارن خواهد بود.

احرار و همکاران [۲۸] جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی نانوسیال آب/Al₂O₃ در یک حفره بسته با حضور ۴ مانع دایروی با دو چیدمان مختلف در هندسه شبیه‌سازی شده است. تکنیک به کاررفته برای شبیه‌سازی جریان نانوسیال براساس روش مشهور نانوسیال تک فاز غیرهمگن می‌باشد پارامترهای فعال در این پژوهش عدد ریلی، لویس و درصد حجمی نانوذرات اکسید آلومینیم هستند که تأثیر آنها بر عدد ناسلت، عدد شروود و نرخ آنتروپی تولیدشده در هندسه حل، با دو چیدمان مختلف موانع بررسی گردید. براساس نتایج این مدل‌سازی تابع جریان و به تبع آن سرعت سیال در چیدمان لوزی به مراتب بیشتر از چیدمان

¹ Li

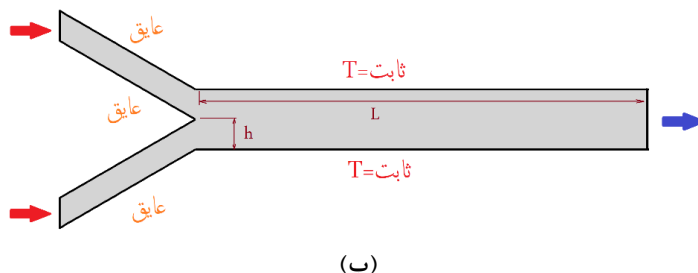
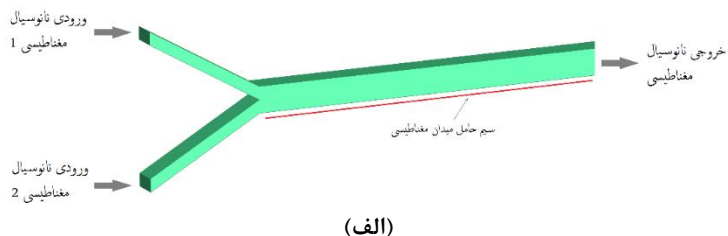
مربعی می‌باشد. همچنین مشخص شد که با افزایش نانوذرات نه تنها نرخ انتقال حرارت از دیواره افزایش نمی‌یابد بلکه در $\varphi = 9\%$ مقدار ناسلت نزدیک به ۱۵ درصد کاهش می‌یابد.

بابائی اسپوئی و ناصری [۲۹] رفتار و عملکرد جریان نانوسیال در یک کلکتور خورشیدی سهموی (پارابولیک) خطی، شبیه‌سازی کردند. جریان به صورت سه بعدی، آشفته و تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده است خواص ترموفیزیکی شامل دانسیته، گرمای ویژه، ضریب هدایت حرارتی و لزجت، تابعی از دما در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که در عدد رینولدز ۱۰۰۰ و در دو کسر حجمی ۲ و ۵ درصد میزان افزایش ضریب انتقال حرارت برای اکسیدآلومینیوم به ترتیب ۳ و ۱۱ درصد، برای پودر مس ۷ و ۱۵ درصد و پودر نقره ۷ و ۴۲ درصد است. در عدد رینولدز ۱۵۰۰۰ به ترتیب اکسیدآلومینیوم ۸ و ۳۳ درصد، پودر مس ۹ و ۲۹ درصد و پودر نقره ۸ و ۲۵ درصد افزایش را نشان می‌دهد. نتایج نشان داد که با ثابت ماندن عدد رینولدز، میزان ضریب انتقال حرارت با افزایش مقدار حجمی نانوسیال، افزایش می‌یابد.

سیالات انتقال حرارت شرایط را برای تبادل انرژی در یک سیستم مهیا می‌کنند و اثرات آنها بستگی به ویژگی‌های فیزیکی از قبیل هدایت حرارتی، لزجت و چگالی دارد. هدایت حرارتی پایین، اغلب از محدودیت سیالات انتقال حرارت می‌باشد. در صنایع مختلف برای افزایش راندمان تجهیزات انتقال حرارتی می‌توان از کوچک‌سازی و افزایش شدت انتقال حرارت به ازای واحد سطح استفاده کرد. یکی از روش‌های انتقال حرارت بین سیالات، به روش اعمال میدان مغناطیسی متغیر است. هدف از انجام این تحقیق بررسی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت در یک مجرا سه راهی می‌باشد و تغییرات عدد رینولدز بر میدان مغناطیسی در هندسه مجرای سه راهی مورد بررسی قرار می‌گیرد و همچنین تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت با افزایش عدد رینولدز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

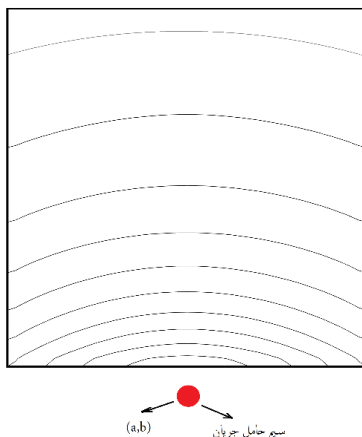
تعریف مسأله

جریان آرام و انتقال حرارت جابه‌جایی برای نانوسیال مغناطیسی شامل آب و ۴ درصد حجمی Fe_3O_4 در یک مجرا سه راهی که تحت میدان مغناطیسی متغیر قرار گرفته، مورد بررسی قرار گرفته شده است. همان‌طور که شماتیک مسأله شکل ۱ نمایش داده شده است جداره مجرا به صورت دمای ثابت بوده و نانوسیال مغناطیسی از دو نقطه وارد مجرا می‌شود که ارتفاع خروجی آن دو برابر ارتفاع ورودی کانل است و قطر ذرات نیز برابر ۱۰ نانومتر در نظر گرفته شده است. میدان مغناطیسی توسط یک سیم باریک حامل جریان الکتریکی، ایجاد می‌شود که به صورت موازی با محور طولی مجرا (محور Z)، در موقعیت (a,b) در زیر مجرا، با فاصله‌ای مشخص و نزدیک به آن قرار گرفته است و جریان داخل سیم در جهت مثبت محور Z ها شارش می‌یابد. در این پژوهش از تغییر پارامترهایی نظیر عدد بی‌بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی‌بعد رینولدز بر انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است. اثرات میدان مغناطیسی با نوشتن کدهایی به زبان ++C، به معادلات حاکم بر جریان نانوسیال مغناطیسی در نرم افزار انسیس فلونت اضافه شده است همچنین فرض می‌شود ذرات نانو و ذرات سیال در تعادل حرارتی هستند و از جملات اتلاف حرارتی نیز صرف نظر می‌شود.



شکل ۱. شماتیک مسأله الف) نمای سه بعدی ب) نمای دو بعدی.

همان طور که در شکل ۲ مشاهده می شود سیم حامل جریان الکتریکی، باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع در تمام طول مجرا و عمود بر جریان نانوسیال مغناطیسی جاری در آن، خواهد شد و با اعمال میدان های مغناطیسی مختلف مورد بررسی قرار می گیرد.



شکل ۲. تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر نانوسیال مغناطیسی داخل مجرا.

طول مجرا L ، ارتفاع ورودی مجرا برابر h در نظر گرفته شده است و همچنین تمام پارامترها موجود در هندسه به صورت بی بعد در نظر گرفته شده است. ابعاد هندسه مورد استفاده در پژوهش حاضر به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{H}{h} = 2, Z^* = \frac{L}{h}, Y^* = \frac{y}{h}, X^* = \frac{x}{h}, \theta = \frac{T}{T_0}$$

معادلات حاکم

زمینه مطالعه در مورد نانوسیال‌های مغناطیسی امروزه با عنوان فروهیدرودینامیک شناخته می‌شود. نانوسیال‌های مغناطیسی معمول، عمدتاً از نانوذرات مغناطیسی تک دامنه با قطر ۳ تا ۱۵ نانومتر تشکیل یافته‌اند. نتایج تحقیقات نشان می‌دهند که اگر قطر ذرات کوچکتر از ۲ نانومتر باشد خاصیت مغناطیسی آنها از بین خواهد رفت [۳۰]. نانوذرات همچنین باید از مغناطیس‌پذیری بالایی برخوردار باشند. مواد فرومغناطیسی از دامنه‌هایی تشکیل شده‌اند که در هر کدام از آنها گشتاور مغناطیسی همه اتم‌ها در یک جهت مشخص است. یک ماده فرومغناطیسی برای کاهش سطح انرژی خود به دامنه‌های زیادی تقسیم می‌شود. زیرا که اگر این اتفاق نمی‌افتاد. تمام گشتاورهای مغناطیسی در یک جهت قرار گرفته و در نتیجه سطح انرژی بسیار بالا می‌رفت.

قانون مغناطیس‌پذیری برای یک گاز پارامغناطیس به وسیله تابع لانژوئن^۱ $L(\xi)$ صورت زیر توصیف می‌شود [۳۱]:

$$M = M_s L(\xi) \quad (۱)$$

$$M_s = \alpha_p M_d = N_p m_p \quad (۲)$$

$$N_p = \frac{1}{V_p} = \frac{6}{\pi d_p^3} \quad (۳)$$

$$L(\xi) = \coth(\xi) - \frac{1}{\xi} \quad (۴)$$

$$\xi = \frac{\mu_0 m_p H}{k_B T} \quad (۵)$$

در روابط فوق M_s اشباع مغناطیسی نانوسیال مغناطیسی در واحد حجم، ξ پارامتر لانژوئن، M_d گشتاور مغناطیسی حجمی برای یک جسم جامد مغناطیسی، N_p تعداد نانوذرات مغناطیسی در واحد حجم و m_p گشتاور مغناطیسی هر یک از نانوذرات، V_p حجم ذره، μ_0 ثابت گذردهی مغناطیسی خلاء، H شدت میدان مغناطیسی خارجی در محل حضور ذره، k_B ثابت بولتزمن و T دما بر حسب کلوین است. با ترکیب روابط فوق، نهایتاً به رابطه زیر برای مغناطیس‌پذیری نانوسیال مغناطیسی می‌رسیم:

$$M = \frac{6m_p}{\pi d_p^3} L(\xi) \quad (۶)$$

نانوذرات مغناطیسی در داخل سیال پایه شبیه مولکول‌های یک گاز پارامغناطیس هستند و روابط فوق برای آنها نیز صادق است [۳۱]. در این تحقیق از همین روابط برای نانوسیال مغناطیسی استفاده می‌شود.

¹ Langevin Function

تعداد مغناطیسی یک پارامتر کلیدی در مباحث مربوط به فروهیدرودینامیک است. منظور از تعادل مغناطیسی این است که گشتاور مغناطیسی اولیه ذره در راستای میدان اعمالی قرار گیرد. اگر مقدار متوسط مغناطیس پذیری در مقایسه با مقیاس زمانی فرایندهای میکروسکوپی، بسیار سریع حاصل شود و یا به عبارت دیگر، بردار مغناطیس پذیری M به سرعت با بردار میدان مغناطیسی H همسو شود، می توان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد. با اعمال میدان مغناطیسی به یک نانوسیال در حالت حرکت، عبارت زیر به معادله مومنوم آن اضافه می شود [۳۲]:

$$\mu_0(\vec{M} \cdot \nabla)\vec{H} + \frac{1}{2}\nabla \times (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (7)$$

که در آن جمله اول معروف به نیروی کلوین بوده و از تنش یک میدان الکترومغناطیس مشتق شده و جمله دوم نیز با در نظر گرفتن یک مومنوم زاویه ای داخلی در تانسور تنش لزجت به دست آمده است. با توجه به این که در کار حاضر معادلات در حالت پایا حل می شوند، می توان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد. بنابراین $\vec{M} \times \vec{H}$ بوده و رابطه فوق به $\mu_0 M \nabla H$ کاهش می یابد. در نهایت رابطه زیر را به عنوان یک جمله چشمه به معادله مومنوم اضافه خواهد شد:

$$F_{ferromag} = \mu_0 M \nabla H \quad (8)$$

که در آن M از رابطه (۶) محاسبه می شود. در مطالعه حاضر برای نانوسیال مغناطیسی از ذرات اکسید آهن Fe_3O_4 استفاده شده است. گشتاور مغناطیسی هر مولکول از اکسید آهن از رابطه زیر محاسبه می شود [۳۲]:

$$\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} Am^{-2} \quad (9)$$

$$m_M = 4\mu_B \quad (10)$$

که در آن μ_B مگنتون بوهر^۱ است. حجم هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن نیز برابر با مقدار زیر می باشد.

$$V_{cell} = 730 \times 10^{-30} m^3 \quad (11)$$

با توجه به این که هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن شامل هشت مولکول است، حجم هر مولکول از آن برابر با مقدار زیر خواهد بود:

$$V_M = \frac{V_{cell}}{8} = 91.25 \times 10^{-30} m^3 \quad (12)$$

¹ Bohr Magneton

بنابراین تعداد مولکول اکسید آهن در هر ذره از آن، از نسبت حجم ذره به حجم مولکول محاسبه می‌شود:

$$N_M = \frac{V_p}{V_M} \quad (۱۳)$$

و در نهایت گشتاور مغناطیسی هر ذره از اکسید آهن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m_p = N_M \cdot m_M = \frac{4\mu_B \pi d_p^3}{6 \times 91.25 \times 10^{-30}} \quad (۱۴)$$

مؤلفه‌های میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان الکتریسیته با شدت جریان I ، H_x و H_y هستند که به صورت زیر می‌باشند [۳۳]:

$$H_x(x, y) = \frac{I}{2\pi} \frac{(x-a)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} \quad (۱۵)$$

$$H_y(x, y) = \frac{I}{2\pi} \frac{(y-b)}{(x-a)^2 + (y-b)^2} \quad (۱۶)$$

و اندازه شدت میدان مغناطیسی طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$H(x, y, z) = \frac{I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}} \quad (۱۷)$$

در کار حاضر از مدل تک‌فازی برای حل جریان نانوسپال استفاده شده است. معادلات حاکم شامل معادله بقای جرم، معادله ممنتوم و معادله انرژی است نیروی کلومین، نیروی ناشی از میدان مغناطیسی است که به معادله ممنتوم در راستای x و y اضافه می‌شود [۳۴]:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۱۸)$$

معادله مومنتوم در جهت x ، y ، z :

$$\rho_m \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_K(x) \quad (۱۹)$$

$$\rho_m \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu_m \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + F_K(y) \quad (20)$$

$$\rho_m \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu_m \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (21)$$

معادله انرژی:

$$(\rho_m c_p)_m \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (22)$$

در روابط فوق ρ_m ، μ_m ، k_m به ترتیب چگالی، لزجت، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال مغناطیسی هستند و $F_K(x)$ و $F_K(y)$ مربوط به نیروی کلومین است که در صورت نبودن گرادیان میدان مغناطیسی برابر صفر خواهد بود و در صورت وجود گرادیان مغناطیسی با استفاده از روابط (۲۳) و (۲۴) بیان می‌شود.

$$F_K(x) = \mu_0 M \frac{\partial H}{\partial x} \quad (23)$$

$$F_K(y) = \mu_0 M \frac{\partial H}{\partial y} \quad (24)$$

خواص ترموفیزیکی مخلوط

نانوسیال مغناطیسی استفاده شده شامل آب و ۴٪ حجمی Fe_3O_4 می‌باشد که در داخل مجرا سه راهی جریان دارد که خواص ترموفیزیکی آنها در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. خواص ترموفیزیکی مواد.

ماده (اندیس)	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	$cp \left(\frac{j}{kg \cdot k} \right)$	$k \left(\frac{w}{m \cdot k} \right)$	$\mu \left(\frac{kg}{m \cdot s} \right)$
$Fe_3O_4 (p)$	۵۲۰۰	۶۷۰	۶	-
آب (f)	۹۹۸/۲	۴۱۸۲	۰/۶	۰/۰۰۱۰۰۳

برای محاسبه خواص ترموفیزیکی نانو سیال آزمایش‌های گوناگون بر روی نانو سیالات مختلف نشان داده است [۳۵] و [۳۶].

$$\rho_m = \varphi \cdot \rho_p + (1 - \varphi) \cdot \rho_f \quad (25)$$

$$\mu_m = \frac{1}{(1 - \varphi)^{2.5}} \mu_f \quad (26)$$

$$k_m = \left[\frac{k_p + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_f - k_p)} \right] k_f \quad (27)$$

$$cp_m = \varphi \cdot cp_p + (1 - \varphi) \cdot cp_f \quad (28)$$

روش حل

هندسه مورد بررسی به صورت سه بعدی تولید و شبکه بندی شده و معادلات دیفرانسیل غیرخطی سه بعدی حاکم بر پژوهش نیز با استفاده از نرم‌افزار Ansys Fluent بر اساس روش حجم محدود حل شده‌اند. با توجه به عدم پشتیبانی این نرم‌افزار از مسائل فروهیدرودینامیک (FHD)، روابط مربوط به اعمال میدان مغناطیسی در کار حاضر با نوشتن سابروتین‌هایی به زبان ++C به این نرم‌افزار اضافه شده است. برای مجرا سه راهی، نیروی کلویین به صورت دو جمله^۱ به معادله‌های مومنتوم در راستاهای x و y اضافه شده است. در روش حجم محدود، ابتدا میدان فیزیکی^۲ مربوط به پژوهش به حجم کنترل‌های^۳ گسسته‌ای تقسیم می‌شود. سپس معادلات حاکم، بر روی هر حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شود تا معادلات جبری و گسسته^۴ به دست آیند. در گام بعدی معادلات گسسته^۵ به دست آمده، خطی‌سازی^۵ می‌شوند. سیستم معادلات گسسته و خطی‌سازی شده به صورت هم‌زمان حل می‌شوند. جهت حل، از حل‌کننده فشار مبنای^۶ و برای ارتباط فشار و سرعت از سیمپل‌سی^۷ استفاده شده است. برای گسسته‌سازی معادلات مومنتوم و انرژی از طرح بالادست مرتبه دوم^۸ استفاده شده است. در شبیه‌سازی هندسه مورد بررسی، از تأثیر متغیرهای بی‌بعد اعداد رینولدز و مغناطیس بر عدد ناسلت مورد بررسی قرار گرفته شده است. اعداد بی‌بعد در پژوهش حاضر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Re_m = \frac{\rho_m v_m d_i}{\mu_m} \quad (29)$$

$$Nu_{hot} = \frac{q'' D_{hi}}{k_m (T_w - T_b)} \quad (30)$$

$$Mn = \frac{\mu_0 \chi H_r^2 h^2}{\rho_m \alpha_m^2} \quad (31)$$

¹ Source Term

² Physical Domain

³ Control Volumes

⁴ Discretized

⁵ Linearization

⁶ Pressure-based

⁷ SIMPLC

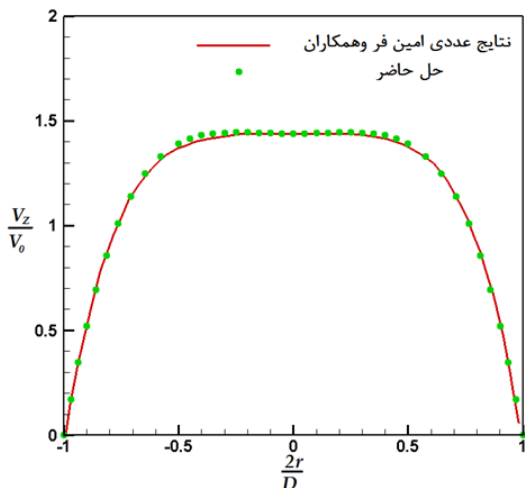
⁸ Second-Order Upwind

در معادله ۳۱، μ_0 ثابت گذردهی مغناطیسی خلاء، h طول مقطع عرضی می‌باشند. α_m نیز ضریب پخش گرمایی بوده و مقدار آن برابر $1.5994815 \times 10^{-7} \frac{m^2}{s}$ است. همچنین χ ضریب مغناطیس‌پذیری فروسیال می‌باشد که برای فروسیال آب و ۴٪ اکسید آهن با قطر متوسط ۱۰ نانومتر برابر 0.348586 است [۳۷]. H_r نیز شدت میدان مغناطیسی مشخصه است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_r = H(a, 0) = \frac{I}{2\pi b} \quad (32)$$

اعتبارسنجی و استقلال از شبکه

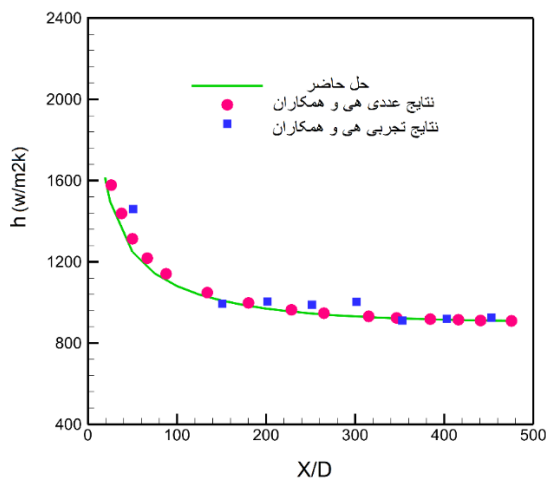
برای نشان دادن صحت و دقت مدل حاضر، ابتدا به بررسی رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی در یک لوله عمودی به صورت عددی که تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیر می‌باشد، پرداخته شده است. مقدار $Re=40$ برای نانوسیال مغناطیسی در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده از حل عددی در این پژوهش همان طور که در شکل ۳ نشان داده شده، با کار عددی امین‌فر وهمکاران [۳۸] مقایسه شده است.



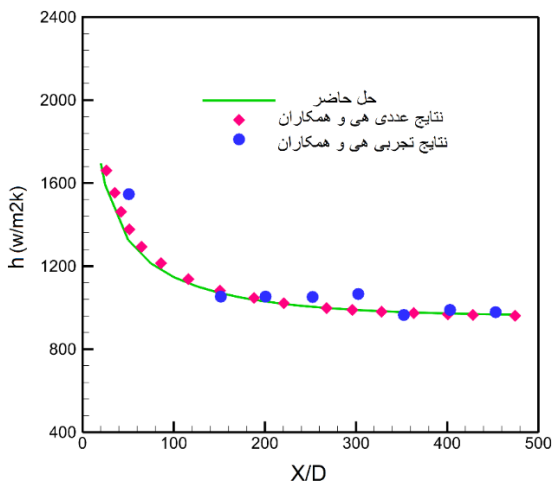
شکل ۳. تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر نانوسیال مغناطیسی داخل مجرا.

در شکل ۳ پارامتر V_0 سرعت ورودی به مجرا است و V_z سرعت محوری است که برای نمایش سرعت محوری باید در جهت عمود بر مجرا نمایش داده شود. علاوه بر آن با استفاده از نانوسیال آب- TiO_2 به حل جریان و انتقال حرارت سیال درون یک لوله افقی بلند در $Re=900$ و درصد حجمی های مختلف پرداخته شده است همان طور که در شکل ۴ نشان داده شده، نتایج به دست آمده از حل عددی در این پژوهش با کار آزمایشگاهی و عددی هی^۱ وهمکاران [۳۹] مقایسه شده است که در کار حاضر با هر دو درصد حجمی های ۰/۲۴ و ۱/۱۸ مورد بررسی قرار گرفته است و پارامتر h ضریب انتقال حرارت جابجایی نانوسیال است. از نمودارهای به دست آمده ملاحظه می‌شود تطابق بسیار خوبی بین نتایج وجود دارد.

¹ He



(الف)



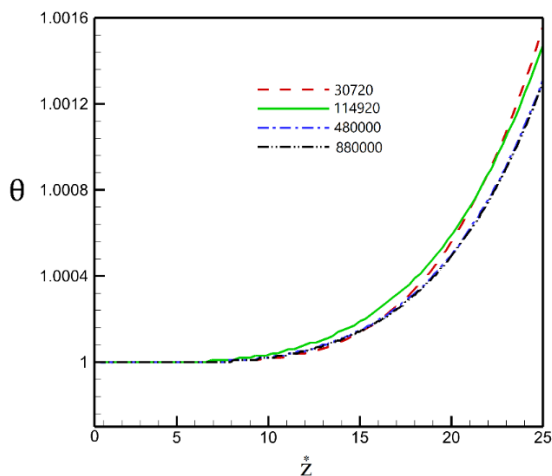
(ب)

شکل ۴. مقایسه نتایج به دست آمده برای نانوسیال در درصد حجمی الف) ۰/۲۴ (ب) ۰/۱۸.

برای آزمون استقلال از شبکه، چهار شبکه با تعداد شبکه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. شبکه‌های تولید شده در نواحی نزدیک لایه‌های مرزی از شبکه‌بندی ریزتری برخوردارند. نتایج حاصل از بررسی استقلال از شبکه، در شکل ۵ و جدول ۲ آورده شده است. در شکل ۵ دمای بی‌بعد در طول مجرا رسم شده است و در جدول ۲ میانگین دمای بی‌بعد در یک مقطع از مجرا مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تغییرات شبکه از دومین مدل ارائه شده به بعد، بسیار ناچیز می‌شود. اما برای اطمینان بیشتر در صحت حل، از سومین مدل شبکه برای حل مدل حاضر استفاده شده است.

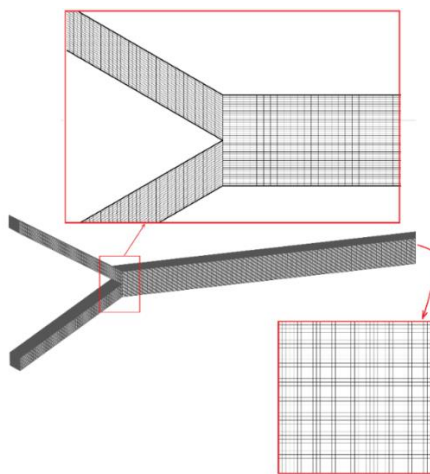
جدول ۱. نتایج حاصل از بررسی استقلال از شبکه.

ردیف	شبکه	θ_{avg}	خطا
۱	۳۰۷۲۰	۱.۱۱۶۹۲۷۶	-
۲	۱۱۴۹۲۰	۱.۱۱۸۶۳۸۶	%۰.۱۵۳۰
۳	۴۸۰۰۰۰	۱.۱۱۹۷۵۷۵	%۰.۰۹۹۹
۴	۸۸۰۰۰۰	۱.۱۱۹۷۰۵۳	%۰.۰۰۴۷



شکل ۵. بررسی استقلال از شبکه در طول مجرا برای دمای بی بعد.

شکل ۶ نمونه‌ای از شبکه تولیدشده را نشان می‌دهد. شبکه مورد استفاده به صورت سه بعدی و یک شبکه سازمان یافته شده است.

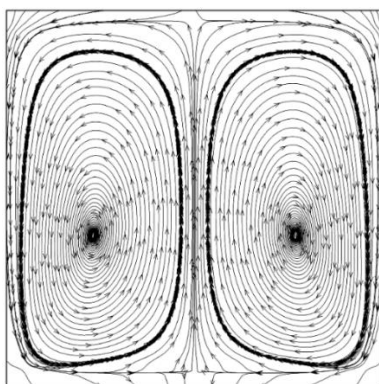


شکل ۶. شبکه بندی هندسه.

نتایج

در کار حاضر، نانوسیال مغناطیسی (آب و ۴٪ اکسید آهن) حاوی ذرات کروی شکل به عنوان فروسیال گرم در مجرا سه راهی جریان دارد تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع بر رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی جریان فروسیال مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه‌سازی را با تأثیر پارامترهایی نظیر عدد رینولدز، عدد مغناطیس (Mn) بر انتقال حرارت فروسیال نمایش داده شد.

سیم حامل جریان الکتریسیته، در جهت x و y میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت تولید می‌کند. این میدان عمود بر جهت جریان فروسیال است. با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نیروی به وجود آمده در صفحه متقاطع افزایش پیدا کرده و سبب ایجاد جریان‌های ثانویه شده که به واسطه آن دو گردابه به وجود خواهد آمد. با توجه به این که نیروی مغناطیسی همواره در جهت افزایش گرادیان مغناطیسی است. در نتیجه به واسطه وجود این نیرو پروفیل سرعت محوری حاصله تغییر خواهد کرد. شکل ۷ خطوط جریان را در در داخل مجرا سه راهی در حضور میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به سبب اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت، دو گردابه تشکیل می‌شود که این گردابه‌ها فروسیال را از دو طرف مقطع مجرا (در صفحه $x-y$) به سمت دیواره‌ها انتقال می‌دهند. این دو گردابه دقیقاً نسبت به محور x ها، نسبت به هم متقارن می‌باشند. همچنین همان‌طور که ملاحظه می‌شود به سبب وارد شدن نیروی کلوین خطوط جریان از پایین مجرا (نزدیک سیم حامل جریان) دور می‌شوند.

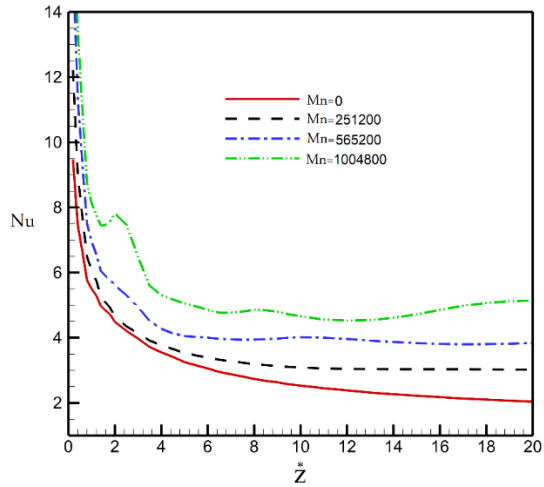


شکل ۷. خطوط جریان در صفحه $x-y$ برای $Re_m = 50$

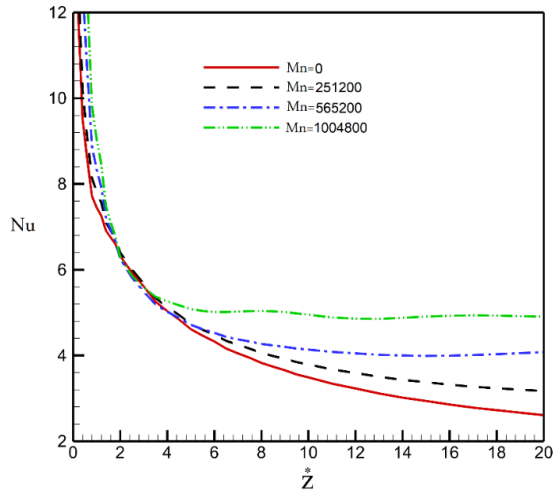
لازم به ذکر است که میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت همانند میدان مغناطیسی محوری غیریکنواخت تأثیر خیلی کمی در MHD^۱ دارد. لذا از جمله مربوط به MHD در معادلات مومنوم صرف نظر شده است [۴۰].

شکل ۸ مقادیر عدد ناسلت را برای عددهای مغناطیس مختلف نشان داده شده است. با توجه به اعمال میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع سبب افزایش گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره‌ها شده و در نهایت منجر به بهبود عدد ناسلت خواهد شد.

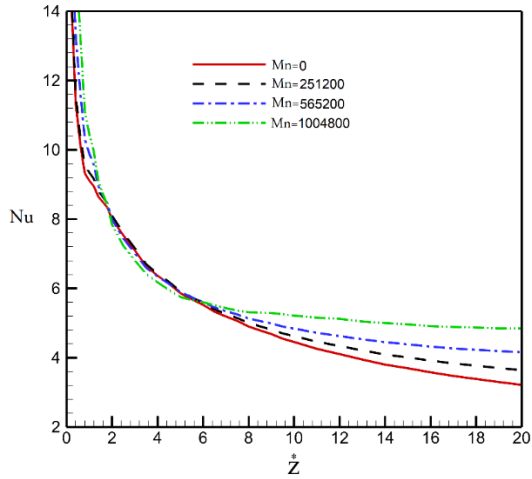
¹ Magnetohydrodynamics



(الف)



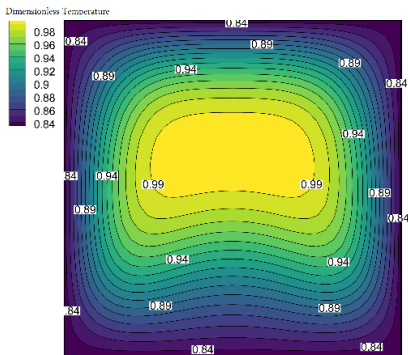
(ب)



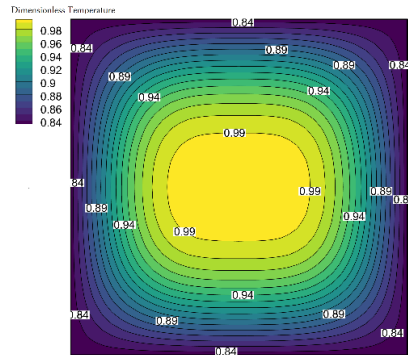
(ج)

شکل ۸. نمودار عدد ناسلت برای مقادیر مختلف عدد مغناطیس برای عدد الف) $Re_m = 50$ (ب) $Re_m = 100$ (ج) $Re_m = 150$.

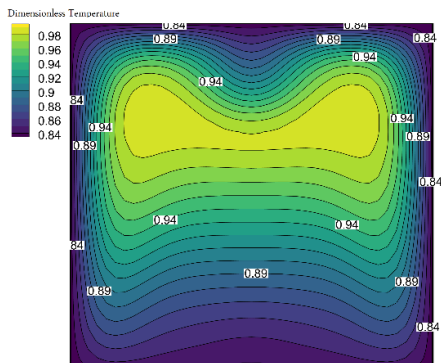
شکل ۹ تغییرات دمای بی بعد در اثر اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت، در موقعیت $z^* = 20$ را برای $Re_m = 50$ نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، اعمال میدان مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمت‌های مرکزی مجرا سه راهی شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نفوذ این لایه نیز افزایش خواهد یافت.



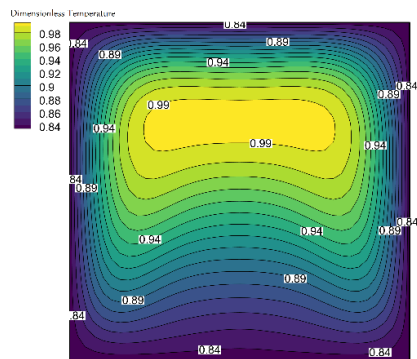
(ب)



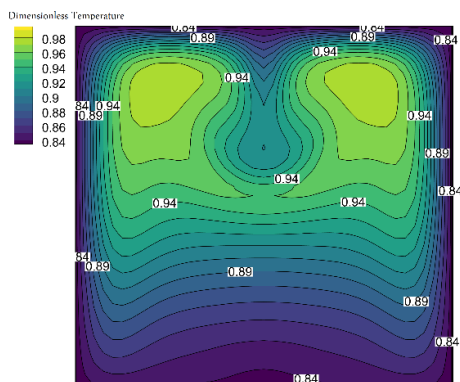
(الف)



(د)



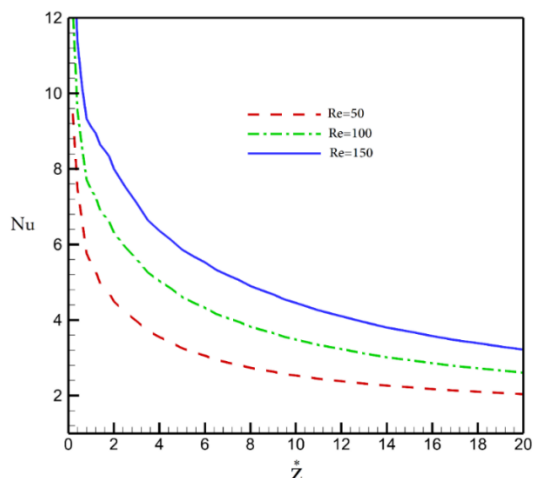
(ج)



(ه)

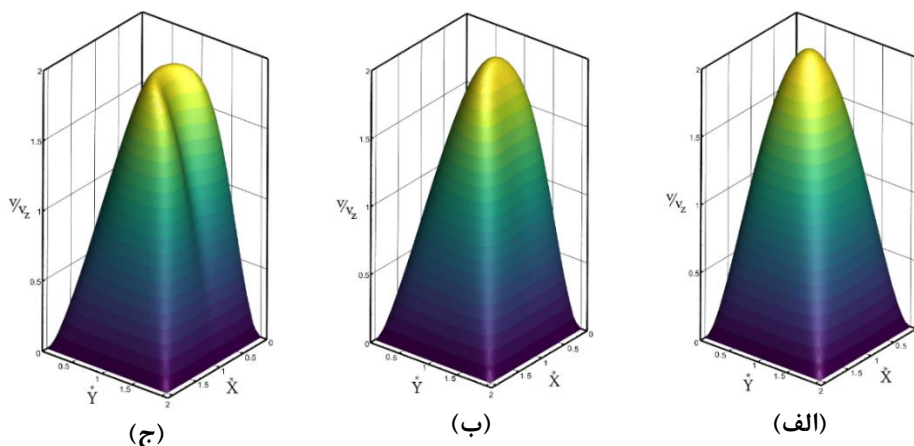
شکل ۹. پروفیل دمایی بی بعد برای $Re_m = 50$ (الف) $Mn = 0$ (ب) $Mn = 62800$ (ج) $Mn = 251200$ (د) $Mn = 1004800$ (ه) $Mn = 565200$ (و)

مقایسه‌ای بین مقادیر عدد ناسلت در عدد رینولدز مختلف را در $Mn=0$ در شکل ۱۰ نشان داده شده است همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت به طور کلی افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رینولدز، لایه مرزی کمتر رشد می‌کند. سرعت متوسط در نزدیکی دیواره‌ها افزایش می‌یابد و در نتیجه مقدار عدد ناسلت افزایش می‌یابد.



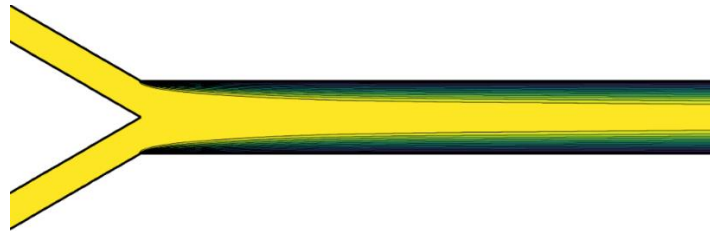
شکل ۱۰. نمودار عدد ناسلت برای عدد رینولدز مختلف.

شکل ۱۱ توزیع سرعت محوری بی‌بعد فروسیال به صورت سه بعدی در $z^* = 20$ را برای شدت‌های مختلف میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فروسیال به سمت دیواره مجرا هدایت می‌شود و با دیواره مجرا تبادل حرارت انجام می‌دهد.

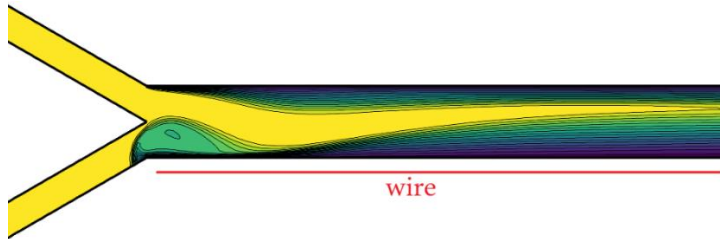


شکل ۱۱. تأثیر میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت بر توزیع سرعت محوری برای $Re_m = 50$ (الف) $Mn = 0$ (ب) $Mn = 565200$ (ج) $Mn = 1004800$.

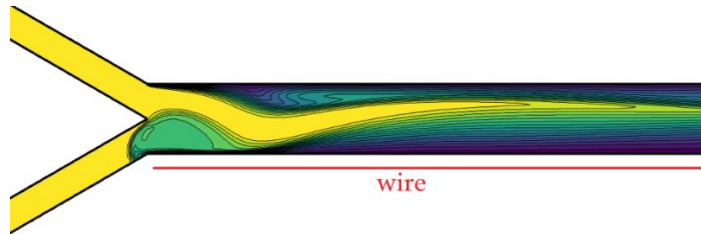
شکل ۱۲ تغییرات دمای بی‌بعد در اثر اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت را در طول مجرا برای $Re_m = 50$ نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با اعمال میدان مغناطیسی، جریان به سمت کف مجرا کشیده شده و باعث ایجاد اغتشاش در قسمت پایین مجرا می‌شود و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، تبادل حرارت فروسیال با قسمت پایین مجرا افزایش خواهد یافت.



(الف)



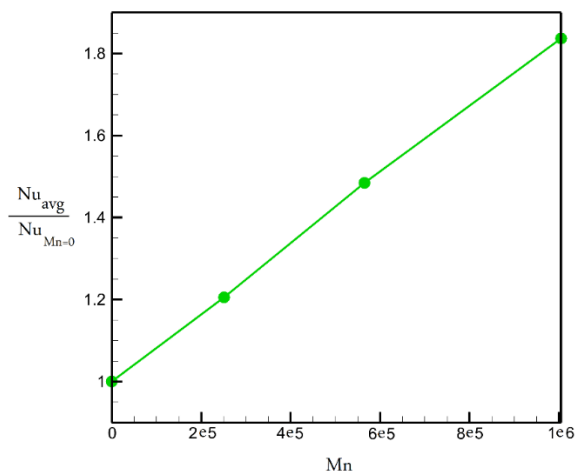
(ب)



(ج)

شکل ۱۲. پروفیل دمایی بی‌بعد در طول مجرا در $Re_m = 50$ و (الف) $Mn = 0$ ، (ب) $Mn = 565200$ ، (ج) $Mn = 1004800$.

اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی بر نسبت عدد ناسلت متوسط در شکل ۱۳ نشان داده شده است. این نسبت به صورت حاصل تقسیم عدد ناسلت متوسط تحت میدان مغناطیسی به عدد ناسلت متوسط بدون حضور میدان مغناطیسی تعریف می‌شود. مشاهده می‌شود که با ثابت در نظر گرفتن عدد رینولدز و افزایش شدت میدان مغناطیسی، نسبت عدد ناسلت ذکر شده برای فروسیال افزایش می‌یابد.



شکل ۱۳. نمودار عدد ناسلت برای عدد رینولدز مختلف.

نتیجه گیری

در این پژوهش، جریان نانوسیال مغناطیسی در یک مجرا سه راهی که تحت میدان مغناطیسی متغیر است، به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر به دست آمدند:

- ۱- افزایش عدد رینولدز تأثیر زیادی بر انتقال حرارت دارد. با افزایش عدد رینولدز باعث افزایش انتقال حرارت می‌شوند و همچنین تأثیر شدت میدان مغناطیسی متغیر بر انتقال حرارت در اعداد رینولدز بالا، کمتر می‌شود.
- ۲- اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت باعث ایجاد نیروی کلویین در جهت عمود بر جریان فروسیال می‌شود و منجر به افزایش عدد ناسلت فروسیال می‌شود. با افزایش شدت میدان مغناطیسی، بهبود انتقال حرارت بیشتر می‌شود.
- ۳- اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت باعث به وجود آمدن یک جفت گردابه در داخل مجرا می‌شود که سیال را از هر دو طرف به دیواره‌های هدایت کرده و در نهایت منجر به بهبود انتقال حرارت می‌شود.
- ۴- اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت سبب نفوذ لایه مرزی خنک به درون فروسیال داغ شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، باعث کاهش دمای فروسیال می‌شود.

فهرست علائم

k	هدایت حرارتی (W/mK)	a	فاصله سیم حامل میدان تا جداره مجرا در راستای x (m)
k_B	ثابت بولتزمن ($1.3806503 \times 10^{-23}$ j/K)	b	فاصله سیم حامل میدان تا جداره مجرا در راستای y (m)
I	شدت جریان الکتریکی (A)	C_f	ضریب اصطکاک فروسیال
L	طول مجرا (m)	C_p	گرمای ویژه (j/kgK)
$L(\zeta)$	تابع لانژوئن	d_p	قطر ذرات مغناطیسی (m)
M	مغناطیس پذیری (A/m)	\vec{H}	بردار شدت میدان مغناطیسی (A/m)
Mn	عدد مغناطیسی	H_x	بردار شدت میدان مغناطیسی در جهت x (A/m)
m_p	ممان مغناطیسی ذره (Am^2)	H_y	بردار شدت میدان مغناطیسی در جهت y (A/m)
M_s	اشباع مغناطیسی (A/m)	h	ارتفاع ورودی مجرا (m)
Nu	عدد ناسلت	T	دما (K)
Re	عدد رینولدز	x, y, z	محورهای دستگاه مختصات دکارتی

علائم یونانی

μ	لزجت دینامیکی (kg/ms)	ρ	چگالی (kg/m^3)
θ	دمای بی بعد	μ_B	مگنتون بوهر ($9.27 \times 10^{-24} Am^2$)
α_p	کسر حجمی نانوذرات	μ_0	نفوذ پذیری مغناطیسی خلاء ($4\pi \times 10^{-7} T.m/A$)
ξ	پارامتر لانژوئن	α_m	ضریب پخش حرارتی (m^2/s)
\emptyset	درصد حجمی نانوسیال	χ	ضریب مغناطیس پذیری

زیرنویس‌ها

0	شرایط مرجع	w	دیواره
m	مخلوط	p	ذرات مغناطیسی
avg	میانگین	f	سیال پایه در نانوسیال

References

- [1] Maxwell, J. C. (1873). *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Clarendon Press. <https://archive.org/details/electricandmagne01maxwrinch/page/n37/mode/2up>
- [2] Khanafer, K., Vafai, K., & Lightstone, M. (2003). Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(19), 3639-3653. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(03\)00156-X](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(03)00156-X)
- [3] Tsai, C. Y., Chien, H. T., Ding, P. P., Chan, B., Luh, T. Y., & Chen, P. H. (2004). Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance. *Materials Letters*, 58(9), 1461-1465. <https://doi.org/10.1016/j.matlet.2003.10.009>
- [4] Wen, D., & Ding, Y. (2004). Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(24), 5181-5188. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.07.012>

- [5] Lotfi, R., Saboohi, Y., & Rashidi, A. M. (2010). Numerical study of forced convective heat transfer of Nanofluids: Comparison of different approaches. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(1), 74-78. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.07.013>
- [6] Ho, C. J., Liu, W. K., Chang, Y. S., & Lin, C. C. (2010). Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study. *International Journal of Thermal Sciences*, 49(8), 1345-1353. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2010.02.013>
- [7] Heidary, H., & Kermani, M. J. (2010). Effect of nano-particles on forced convection in sinusoidal-wall channel. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(10), 1520-1527. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.08.018>
- [8] Gong, L., Kota, K., Tao, W., & Joshi, Y. (2011). Parametric Numerical Study of Flow and Heat Transfer in Microchannels With Wavy Walls. *Journal of Heat Transfer*, 133(5), 051702. <https://doi.org/10.1115/1.4003284>
- [9] Aihara, T., Kim, J-K., Okuyama, K., & Lasek, A. (1993). Controllability of convective heat transfer of magnetic fluid in a circular tube. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 122(1-3), 297-300. [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(93\)91095-O](https://doi.org/10.1016/0304-8853(93)91095-O)
- [10] Xuan, Y., Li, Q., & Ye, M. (2007). Investigations of convective heat transfer in ferrofluid microflows using lattice-Boltzmann approach. *International Journal of Thermal Sciences*, 46(2), 105-111. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.04.002>
- [11] Sheikholeslami, M., & Gorji-Bandpy, M. (2014). Free convection of ferrofluid in a cavity heated from below in the presence of an external magnetic field. *Powder Technology*, 256, 490-498. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.01.079>
- [12] Aminfar, H., Mohammadpourfard, M., & Kahnamouei, Y. N. (2014). Numerical study of magnetic field effects on the mixed convection of a magnetic nanofluid in a curved tube. *International Journal of Mechanical Sciences*, 78, 81-90. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.10.014>
- [13] Malvandi, A., Moshizi, S. A., & Ganji, D. D. (2014). Effect of magnetic fields on heat convection inside a concentric annulus filled with Al₂O₃-water nanofluid. *Advanced Powder Technology*, 25(6), 1817-1824. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2014.07.013>
- [14] Nithyadevi, N., & Rajarathinam, M. (2016). Effect of Inclination Angle and Magnetic Field on Convection Heat Transfer for Nanofluid in a Porous Cavity. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 9(5), 2347-2358. <https://doi.org/10.18869/acadpub.jafm.68.236.2.5212>
- [15] Sheikholeslami, M., Vajravelu, K., & Rashidi, M. M. (2016). Forced convection heat transfer in a semi annulus under the influence of a variable magnetic field. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 92, 339-348. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.066>
- [16] Wang, Z. H., Meng, X., & Ni, M. J. (2017). Liquid metal buoyancy driven convection heat transfer in a rectangular enclosure in the presence of a transverse magnetic field. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 113, 514-523. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.05.121>
- [17] Naphon, P., Wiriyaart, S., Arisariyawong, T., & Nualboonrueng, T. (2017). Magnetic field effect on the nanofluids convective heat transfer and pressure drop in the spirally coiled tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 110, 739-745. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.03.077>
- [18] Ahangar Zonouzi, S., Khodabandeh, R., Safarzadeh, H., Aminfar, H., Trushkina, Y., Mohammadpourfard, M., Ghanbarpour, M., & Salazar Alvarez, G. (2018). Experimental

- investigation of the flow and heat transfer of magnetic nanofluid in a vertical tube in the presence of magnetic quadrupole field. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 91, 155-165. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2017.10.013>
- [19] Fadaei, F., Shahrokhi, M., Molaei Dehkordi, A., & Abbasi, Z. (2017). Heat transfer enhancement of Fe₃O₄ ferrofluids in the presence of magnetic field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 429, 314-323. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2017.01.046>
- [20] Mousavi, S. V., Barzegar Gerdroodbary, M., Sheikholeslami, M., & Ganji, D. D. (2016). The influence of a magnetic field on the heat transfer of a magnetic nanofluid in a sinusoidal channel. *The European Physical Journal Plus*, 131(9), 347. <https://doi.org/10.1140/epjp/i2016-16347-4>
- [21] Asadi, A., Hossein Nezhad, A., Sarhaddi, F., & Keykha, T. (2019). Laminar ferrofluid heat transfer in presence of non-uniform magnetic field in a channel with sinusoidal wall: A numerical study. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 471, 56-63. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2018.09.045>
- [22] Soltanipour, H., & Pourfatah, F. (2021). Simultaneous use of non-uniform magnetic field and porous medium for the intensification of convection heat transfer of a magnetic nanofluid inside a tube. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 43(10), 459. <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03174-3>
- [23] Mousavi, S. V., Sheikholeslami, M., Gorji Bandy, M., & Barzegar Gerdroodbary, M. (2016). The Influence of magnetic field on heat transfer of magnetic nanofluid in a sinusoidal double pipe heat exchanger. *Chemical Engineering Research and Design*, 113, 112-124. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2016.07.009>
- [24] Barzegar Gerdroodbary, M., Sheikholeslami, M., Mousavi, S. V., Anazadehsayed, A., & Moradi, R. (2018). The influence of non-uniform magnetic field on heat transfer intensification of ferrofluid inside a T-junction. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*, 123, 58-66. <https://doi.org/10.1016/j.ccep.2017.10.021>
- [25] Sheikholeslami, M., Barzegar Gerdroodbary, M., Mousavi, S. V., Ganji, D. D., & Moradi, R. (2018). Heat transfer enhancement of ferrofluid inside an 90° elbow channel by non-uniform magnetic field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 460, 302-311. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2018.03.070>
- [26] Li, S., Mao, L., Alizadeh, A. A., Zhang, X., & Mousavi, S. V. (2023). The application of non-uniform magnetic field for thermal enhancement of the nanofluid flow inside the U-turn pipe at solar collectors. *Scientific Reports*, 13(1), 8471. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-35659-7>
- [27] Askari, N., & Taheri, M. H. (2020). Numerical Investigation of a MHD Natural Convection Heat Transfer Flow in a Square Enclosure with Two Heaters on the Bottom Wall. *Quarterly Scientific Journal of Technical and Vocational University*, 17(1), 97-114. <https://doi.org/10.48301/kssa.2020.112759>
- [28] Ahrar, A. J., Omidpanah, M., & Mirjalily, S. A. A. (2022). The Numerical Investigation of Heat Transfer Rate and Entropy Generation of Al₂O₃/Water Nanofluid Flow in a Closed Cavity Containing 4 Circular Cylinders with Two Different Arrangements Using a Hybrid FD-LBM Technique. *Quarterly Scientific Journal of Technical and Vocational University*, 19(1), 429-457. <https://doi.org/10.48301/kssa.2022.296680.1640>
- [29] Babaei Spouei, R., & Naseri, R. (2022). Numerical Study of Nanofluid Flow and Heat Transfer Characteristics in Linear Parabolic Trough Solar Collector. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 19(1), 311-332. <https://doi.org/10.48301/kssa.2021.299497.1670>

- [30] Ganguly, R., Sen, S., & Puri, I. K. (2004). Heat transfer augmentation using a magnetic fluid under the influence of a line dipole. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 271(1), 63-73. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2003.09.015>
- [31] Rosensweig, R. E. (2013). *Ferrohydrodynamics*. Dover Publications. https://books.google.com/books?id=ng_DAgAAQBAJ
- [32] Kittel, C. (2004). *Introduction to Solid State Physics* (8 ed.). Wiley. <https://books.google.com/books?id=kym4QgAACAAJ>
- [33] Tzirtzilakis, E. E., & Kafoussias, N. G. (2009). Three-Dimensional Magnetic Fluid Boundary Layer Flow Over a Linearly Stretching Sheet. *Journal of Heat Transfer*, 132(1), 011702. <https://doi.org/10.1115/1.3194765>
- [34] Goharkhah, M., & Ashjaee, M. (2014). Effect of an alternating nonuniform magnetic field on ferrofluid flow and heat transfer in a channel. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 362, 80-89. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2014.03.025>
- [35] Pak, B. C., & Cho, Y. I. (1998). Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151-170. <https://doi.org/10.1080/08916159808946559>
- [36] Hamilton, R. L., & Crosser, O. K. (1962). Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 1(3), 187-191. <https://doi.org/10.1021/i160003a005>
- [37] Buschow, K. H. J. (2003). *Handbook of Magnetic Materials*. Elsevier Science. <https://books.google.com/books?id=oC04EZ47Ex8C>
- [38] Aminfar, H., Mohammadpourfard, M., & Narmani Kahnamouei, Y. (2011). A 3D numerical simulation of mixed convection of a magnetic nanofluid in the presence of non-uniform magnetic field in a vertical tube using two phase mixture model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 323(15), 1963-1972. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2011.02.039>
- [39] He, Y., Men, Y., Zhao, Y., Lu, H., & Ding, Y. (2009). Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions. *Applied Thermal Engineering*, 29(10), 1965-1972. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2008.09.020>
- [40] Aminfar, H., Mohammadpourfard, M., & Mohseni, F. (2012). Two-phase mixture model simulation of the hydro-thermal behavior of an electrical conductive ferrofluid in the presence of magnetic fields. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 324(5), 830-842. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2011.09.028>