



Numerical Simulation of Laminar Nanofluids Flow in a Curved Duct with a Square Cross-section

Behrouz Asadi Boroujeni¹, Ayob Khosravi Farsani^{2*}

^{1,2}Instructor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article Type:

Original Research

Received: 12.11.2023

Revised: 01.25.2024

Accepted: 03.02.2024

Keyword:

Laminar Flow
Nusselt Number
Curved Tube
Pressure Drop
Heat Transfer

*Corresponding Author:

Ayob Khosravi Farsani

Email: A-khosravi@tvu.ac.ir

In this article, the forced displacement heat transfer of nanofluid flow in horizontal curved tubes with a four-sided cross-section, under heat flux, was numerically simulated. A homogeneous nanofluid of aluminium oxide particles and water was used as the base fluid. Continuity, momentum and energy equations and the control volume method were used to numerically solve the flow. In this study, the effects of secondary flows, centrifugal force, and buoyancy on the flow field were considered, and the effect of the Reynolds number, volume fraction of nanoparticles and the effect of the curved surface in different geometries on the amount of heat transfer and pressure drop were investigated. The results are presented in the contour of flow and temperature parallel lines as well as Nusselt number and pressure graphs. Heat transfer and pressure drop in different concentrations of solid particles and different Reynolds numbers were compared. The results demonstrated that by increasing the volume fraction of solid particles from 0 to 5%, the heat transfer increased by up to 10% and the pressure drop increased by 100%. In addition, by increasing the Reynolds number from 100 to 900, the heat transfer and pressure drop inside the elbow increased by up to two times. According to the results, the concave surface from inside the tube has a greater effect on heat transfer than the convex surface.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

In this article, forced convection heat transfer of nanofluid flow in a horizontal curved tube with a square cross-section under heat flux was investigated in a numerical method. The homogeneous nanofluid of aluminum oxide and water (Al_2O_3) was used as the working fluid. For the numerical solution of continuity, momentum and energy equations, the finite volume method was used. In this study, the effects of Reynolds number and concentration of nanoparticles and the impact of the elbow on the flow field and the heat transfer rate and pressure drop were investigated. Heat transfer and pressure drop were compared in different nanoparticle concentrations and different Reynolds numbers. The results were presented in the form of flow and temperature contours and the Nusselt diagrams, which had a good correlation with the experimental results, and showed that by increasing the solid volume fraction and Reynolds number, the heat transfer and pressure drop in the elbow increases. In addition, the concave surface from inside the tubes had a greater impact on heat transfer than the convex surface.

Methodology

Figure 1 shows the computational area including the curved tube with axial angle θ between 0 and 180 degrees under constant wall heat flux. The radius of curvature of the tube is R_c and the cross-section of the tube is quadrilateral to side a , which in the nanofluid tube of water and aluminium oxide flows slowly and constantly at the speed of v_0 and constant temperature of $T_0=298k$ at the inlet. In this diagram, $L=300mm$, $a=80mm$ and $R_c=160mm$ are considered. The non-uniform structured grid shown in Figure 2 was created to discretize the computational domain. Near the wall, due to the high gradient of velocity and temperature, a finer grid is considered. The sensitivity of the network was investigated by changing the number of nodes in different directions.

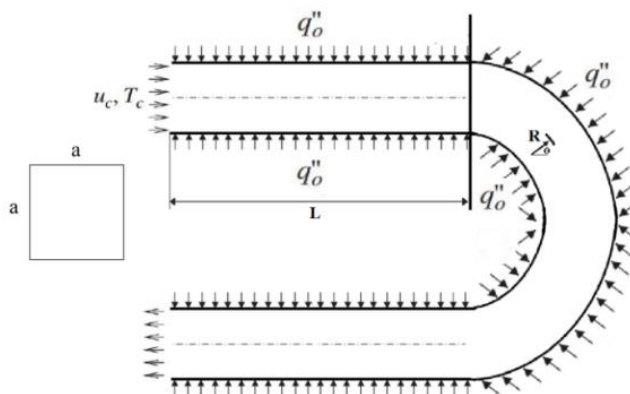


Figure 1. Computational area.

Results and discussion

After choosing the appropriate network and ensuring the correctness of the written code, the governing equations of the problem along with the relevant boundary conditions were solved. Velocity, temperature and pressure were obtained throughout the flow field and heat transfer; pressure drop and dimensionless velocity were investigated using the definition of Nusselt number at different elbow sections in different Reynolds numbers and volume ratios.

The curves of the local Nusselt number on the inner wall of the 180° elbow for a certain value of heat flux and constant Reynolds number are shown in Figure 2a. Due to the convexity of the inner wall, the thickness of the boundary layer starts to increase and the velocity decreases near this wall, thereby decreasing the Nusselt number until it reaches its minimum value at an angle of 60 degrees. After the angle of 60 degrees, secondary flows are formed, and for this reason, after a fluctuation in the Nusselt number, it continues its downward course until the end of the pipe.

Figure 2b shows the curves of the local Nusselt number on the external wall of the 180° elbow for a certain value of heat flux and constant Reynolds number. It can be seen that, unlike the inner wall, due to the simultaneous effect of buoyancy and centrifugal force, the Nusselt number increases. At an angle of 100 degrees, this upward course decreases with the formation of secondary currents. However, at 70 degrees, the changes increase again.

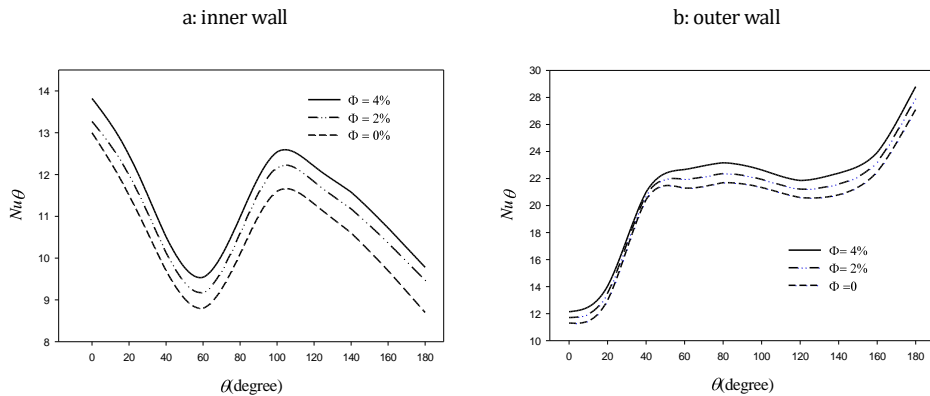


Figure 2. Local Nusselt number of the elbow at $Re = 500$ and $q'' = 1500$ (w/m^2).

The dimensionless temperature contours of the fluid at different sections of the duct are shown in Figure 3 (the upper side shows the outer wall and the lower side the inner wall). In this diagram, the dimensionless temperature is defined as follows:

$$T^* = \frac{T - T_i}{T_o - T_i}$$

In the above relationship, T is the temperature at each fluid point and T_1 is the temperature of the fluid entering the pipe.

By referring to the diagram, it can be seen that the temperature increase occurs in a narrow area near the outer wall, which is due to the external heat flux. When the flow moves from the section with angle $\theta=60^\circ$ to the section with angle $\theta=150^\circ$, the vortices are strengthened near the inner wall, so the high-temperature area is gradually transferred to the outer wall. In addition, the temperature contours change until the end of the pipe because the constant heat flux enters the wall until the end of the pipe.

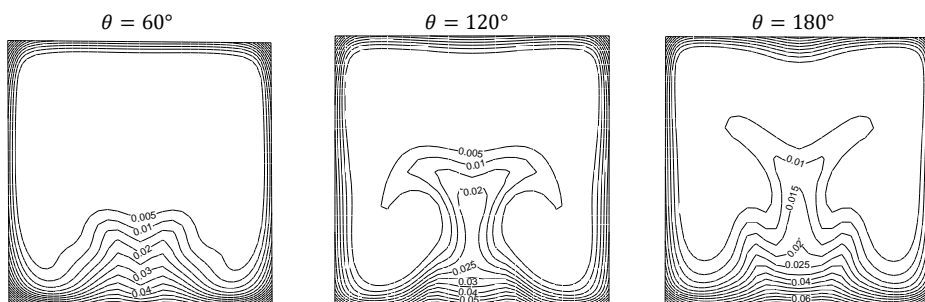


Figure 3. Dimensionless temperature contours at different angles from the elbow
 $q'' = 1500 \text{ (w/m}^2\text{)}$, $\phi=4\%$ and $Re = 500$.

Conclusion

The smooth and continuous flow of nanofluid inside a curved tube with a four-sided cross-section, considering the effects of buoyancy and centrifugal forces, was studied in three-dimensional mode with numerical simulation by Fluent software. It was observed that with the increase of the buoyancy force, the symmetry in the speed and temperature contours is lost. In a certain and constant Reynolds number and heat flux, increasing the volume ratio of solid nanoparticles increases the Nusselt number and fluid temperature, and has no noticeable effect on the secondary flows. It was also observed that the inner wall plays a lesser role in heat transfer than the outer wall, which is due to the formation of secondary flows on the inner wall. It was also observed that the increase in the two parameters, the Reynolds number and the concentration of nanoparticles, was due to the increase in secondary flows. The density increases the pressure drop and the average Nusselt number increases with the increase of the curvature angle and decreases with the increase of the curvature radius.



دانشگاه ملی مهارت
تهران

کارافن

فصلنامه علمی دانشگاه فنی و حرفه‌ای

بهار ۱۴۰۳، دوره ۲۱، شماره ۱، ۴۵۹-۴۳۷

آدرس نشریه: <https://karafan.tvu.ac.ir/>

doi: [10.48301/KSSA.2024.427698.2775](https://doi.org/10.48301/KSSA.2024.427698.2775)



شبیه‌سازی عددی جریان آرام نانو سیال در لوله‌های خمیده با مقطع مربعی

بهرروز اسدی بروجنی^۱، ایوب خسروی فارسانی^{۲*}

۱ و ۲- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

در این مقاله انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان نانو سیال در لوله‌های خمیده افقی با مقطع چهار وجهی، تحت شار حرارتی به روش عددی بررسی شده است. از نانو سیال همگن ذرات اکسید آلومینیوم و آب به‌عنوان سیال پایه استفاده شده است. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی و روش حجم کنترل برای حل عددی جریان به کار گرفته شده‌اند. در این مطالعه اثرات جریان‌های ثانویه و نیروی گریز از مرکز و شناوری بر میدان جریان در نظر گرفته شده است و همچنین به بررسی تأثیر عدد رینولدز، کسر حجمی ذرات جامد، اثر سطح خمیده در هندسه‌های مختلف بر میزان انتقال حرارت و افت فشار پرداخته شده است. نتایج در قالب خطوط هم‌تراز جریان و دما و همچنین نمودارهای عدد ناسلت و فشار ارائه گردیده است. انتقال حرارت و افت فشار در غلظت‌های مختلف ذرات جامد و اعداد رینولدز مختلف با هم مقایسه شده است. نتایج بیانگر آن است که با افزایش کسر حجمی ذرات جامد از ۰ تا ۵ درصد انتقال حرارت تا ۱۰۰ درصد و افت فشار ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد همچنین با افزایش عدد رینولدز از ۱۰۰ تا ۹۰۰ انتقال حرارت و افت فشار درون زانویی تا دو برابر افزایش می‌یابند. با توجه به نتایج سطح مقعر از داخل لوله تأثیر بیشتری در انتقال حرارت نسبت به سطح محدب ایفا می‌کند.

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۹/۲۰

بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۰۵

پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۱۲

کلید واژگان:

جریان آرام

عدد ناسلت

لوله خمیده

افت فشار

انتقال حرارت

*نویسنده مسئول: ایوب خسروی فارسانی

پست الکترونیکی:

A-khosravi@tvu.ac.ir



©2024 the authors. Published by National University of Skills, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC License) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

شاپای الکترونیکی: ۲۵۳۸-۴۴۳۰

شاپای چاپی: ۹۱۷۶-۲۳۸۲

مقدمه

بدون شک علم انتقال حرارت یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین علوم مهندسی است که با توجه به مسأله بحران انرژی و لزوم صرفه‌جویی در مصرف سوخت اهمیت آن چند برابر می‌شود. هدایت حرارتی پایین سیالات متداول همچون آب، روغن‌ها و ... باعث کاهش راندمان تجهیزات حرارتی می‌شود، نانو فناوری در این زمان به یاری دانشمندان آمده تا سیستم‌های با ظرفیت بالای انتقال حرارتی به نام نانو سیال را معرفی کنند. بر اساس اصل بالاتر بودن ضریب هدایت حرارتی فلزات نسبت به سیالات، مخلوط نانو ذرات فلزی معلق در نانو سیال جهت افزایش قابلیت هدایت حرارتی سیالات و صرفه‌جویی در مصرف انرژی، کانون مطالعات نانو مکانیک قرار گرفته است. تحقیقات زیادی روی این جریان‌ها انجام شده است که از بین آنها به چند مورد اشاره می‌شود.

از نخستین بررسی‌های تئوری روی لوله خمیده می‌توان به تحقیقات دین [۱] اشاره کرد. وی نشان داد که دینامیک جریان در خم به پارامتر بی‌بعد دین بستگی دارد که در حقیقت نسبت نیروهای اینرسی و گریز از مرکز به نیروی ویسکوز است.

انیت^۱ و همکاران [۲] در یک زانویی ۹۰ درجه با مقطع مربعی و نسبت شعاع به عرض مجرای ۷ به وسیله لیزر داپلر سرعت را به دست آوردند. آنها خطوط هم‌تراز سرعت را در زوایای مختلف زانویی در مقطع لوله رسم کردند و متناظر با رینولدز، سرعت متوسط، شدت اغتشاشات و تنش برشی را برای پیش‌بینی جریان به‌صورت نمودار ارائه دادند و نتایج به دست آمده به‌عنوان پایه و اساس مدل‌های اغتشاش و نرم‌افزارهای کامپیوتری قرار گرفت.

بواتابا^۲ و همکاران [۳] به شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی جریان‌های ثانویه در جریان در حال توسعه و سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در یک مجرای منحنی با سطح مقطع مربعی پرداختند. شبیه‌سازی را برای سه عدد دین مختلف و با استفاده از یک حجم محدود گسسته و یک دستگاه مختصات متعامد انجام دادند و نشان دادند که در هر دو مورد سیال نیوتنی و غیر نیوتنی اندازه و تعداد گردابه‌ها به عدد دین بستگی دارد و طول توسعه‌یافتگی با افزایش عدد دین کاهش می‌یابد. ویسکوزیته نیز بر جریان‌های ثانویه اثر می‌گذارد و نرخ رشد گردابه‌ها در سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است.

ناسان^۳ و همکاران [۴] در یک آزمایشگاه تجربی با بررسی ویژگی‌های دو نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم^۴ و آب و اکسید مس^۵ در جریان آرام درون یک لوله مربعی شکل از جنس مس پرداختند و به این نتیجه رسیدند که افزایش انتقال حرارت قابل توجهی در هر دو نانو سیال نسبت به سیال پایه وجود دارد، با این حال نانو سیال اکسید مس انتقال حرارت بهتری نسبت به نانو سیال اکسید آلومینیوم نشان می‌دهد.

ساسمیتو^۶ و همکاران [۵] در مقاله خود به بررسی عددی انتقال حرارت با تغییر هندسه و ضریب هدایت حرارتی سیال پرداختند، هدف این مقاله افزایش انتقال حرارت با تغییر هم‌زمان هندسه و نانو سیال در لوله با مقطع چهاروجهی است و دو نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم و آب و اکسید مس مورد بررسی قرار گرفته‌اند و همچنین میزان انتقال حرارت از هندسه‌های مختلف مثل لوله مستقیم، لوله مارپیچ تخت، مارپیچ استوانه‌ای و مارپیچ مخروطی با هم مقایسه شده‌اند که نتیجه شد که انتقال حرارت از هندسه مارپیچ تخت بیشتر از بقیه است.

¹ Enayet

² Boutabaa

³ Nassan

⁴ Al₂O₃

⁵ CuO

⁶ Sasmito

یانگ^۱ و همکاران [۶] به صورت تجربی به مقایسه جریان آرام نانو سیال در لوله منحنی و لوله مستقیم پرداختند و نشان دادند که در لوله مستقیم، در اعداد رینولدز بالاتر غلظت ذرات بیشتر است در حالی که در لوله منحنی، در اعداد رینولدز بالاتر کاهش غلظت ذرات را داریم. به نظر می‌رسد که تأثیر خم در ثبات ذرات معلق با افزایش دادن عدد رینولدز افزایش می‌یابد و می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش غلظت ذرات و کاهش انحنا می‌توان سیال را در اعداد رینولدز بالاتر نگه داشت.

ون^۲ و همکاران [۷] به صورت تجربی انتقال حرارت همرفتی جریان نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم داخل لوله مستقیم در جریان آرام را مورد بررسی قرار دادند و به نتایج زیر رسیدند:
در جریان آرام استفاده نانو ذرات اکسید آلومینیوم باعث افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود و همچنین با افزایش عدد رینولدز انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

این افزایش انتقال حرارت به‌ویژه در ناحیه ورودی قابل توجه است و با فاصله از محور کاهش می‌یابد و طول ناحیه توسعه یافته حرارتی در نانو سیال بیشتر از سیال پایه است و با افزایش غلظت ذرات افزایش می‌یابد.
جابجا شدن این ذرات باعث کاهش ویسکوزیته و کاهش ضخامت لایه مرزی حرارتی می‌شود که این عامل افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی را سبب می‌شود.

تامنه^۳ و همکاران [۸] در مقاله خود به تجزیه و تحلیل محاسباتی ویژگی‌های انتقال حرارت همرفتی، افت فشار، و ویژگی‌های تولید آنتروپی نانو سیال Al_2O_3 را در یک مجرای غیر دایره‌ای (مثلی) با استفاده از نرم‌افزار اندیس پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که افزایش افت فشار و در نتیجه افزایش اصطکاک تا ۲۰ درصد برای شرایط دیوار صاف وجود دارد. مجموع افت فشار بین ورودی و خروجی مجرا ۸۴.۲٪ برای عدد رینولدز بالاتر ($Re = 1000$) در مقایسه با سیال پایه افزایش یافته است.

وانگ و تیانگ^۴ [۹] به بررسی عددی نانو سیال در لوله‌های دایره‌ای و غیر دایره‌ای در جریان مغشوش پرداختند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش غلظت ذرات نانو انتقال حرارت افزایش می‌یابد ولی باعث افزایش افت فشار در جریان نیز می‌شود.

بدرام^۵ [۱۰] به بررسی جریان نانو سیال درون لوله با تغییر سطح مقطع همراه با دو مانع برای افزایش انتقال حرارت پرداخت و نتیجه گرفت که عدد ناسلت در هندسه جدید ۴ درصد بیشتر از لوله ساده است.

رحمتی‌نژاد و همکاران [۱۱; ۱۲] به بررسی آزمایشگاهی نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم برای خنک کاری اتومبیل پرداختند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش کسر حجمی نانو ذرات انتقال حرارت افزایش و افت فشار افزایش می‌یابد. در پژوهشی دیگر به بررسی خواص ترموفیزیکی و عملکرد حرارتی نانو ذرات Al_2O_3 به صورت تجربی در سیال پایه آب و اتیلن گلیکول پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در سیال پایه، هدایت حرارتی، چگالی، فشار بخار و شیب منحنی گرمایش افزایش و کشش سطحی کاهش می‌یابد.

یوسف و همکاران [۱۳] در تحقیق خود رفتار هیدرولیکی حرارتی جریان سیال در مبادله‌کن حرارتی پوسته لوله با بافل‌های جدید حفره‌دار قطاعی، حفره‌دار مارپیچ با ساختارهای پایه قطاعی و مارپیچ ساده به صورت عددی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که بافل مارپیچ پیوسته حفره‌دار نسبت به بافل مارپیچ ساده و بافل قطاعی حفره‌دار نسبت به بافل قطاعی ساده افت فشار را کاهش می‌دهند.

¹ Yang

² Wen

³ Taamneh

⁴ Wong & Tiong

⁵ Bedram

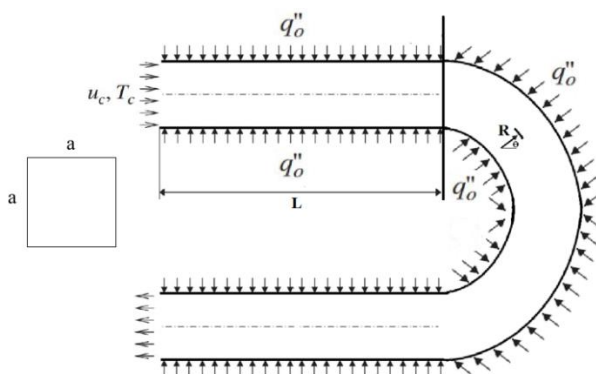
⁶ Youcef

مقیمی [۱۴] به بررسی توزیع دما در لایه مرزی حرارتی روی گوشه پرداخت و به این نتیجه رسید که با توجه به عدد ناسلت که رابطه مستقیم با شیب ضخامت لایه مرزی حرارتی دارد، با افزایش شیب گوشه عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد.

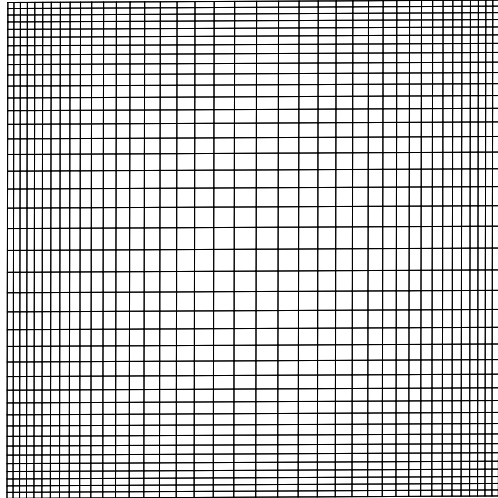
شبنانی و همکاران [۱۵] به بررسی انتقال حرارت در رادیاتور اتومبیل به صورت تجربی و عددی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش دبی انتقال حرارت رادیاتور افزایش می‌یابد. بابائی و ناصری [۱۶] به بررسی جریان نانو سیال و انتقال حرارت در یک کلکتور خورشیدی پرداختند و به این نتیجه رسیدند که در عدد رینولدز ۱۰۰۰ و در دو کسر حجمی ۲ و ۵ درصد میزان افزایش ضریب انتقال حرارت برای اکسید آلومینیوم به ترتیب ۳ و ۱۱ درصد، برای پودر مس ۷ و ۱۵ درصد و پودر نقره ۷ و ۴۲ درصد است. با توجه به پیشینه پژوهش، مجراهای منحنی شکل با مقطع چهاروجهی اغلب مورد استفاده در تأسیسات انرژی هستند که به طور گسترده‌ای در دستگاه‌های صنعتی از قبیل توربوماشین‌ها، سیستم‌های تبرید، تهویه مطبوع، مبدل‌های حرارتی و... استفاده می‌شوند. اما پژوهش‌های کمتری به صورت سه بعدی افت فشار و انتقال حرارت را در لوله منحنی چهاروجهی مورد بررسی قرار داده‌اند و از آنجایی که در این مقاطع افت فشار و انتقال حرارت اهمیت بسیار زیادی دارد بر آن شدیم تا در این پژوهش به بررسی جریان آرام در لوله منحنی با مقطع چهاروجهی بپردازیم.

بیان مسأله و حل عددی

شکل ۱ ناحیه محاسباتی شامل لوله منحنی با زاویه محوری θ بین ۰ تا ۱۸۰ درجه تحت شار حرارتی ثابت دیواره را نشان می‌دهد. شعاع انحنای لوله R_c و سطح مقطع لوله چهاروجهی به ضلع a است که در لوله نانو سیال آب و اکسید آلومینیوم به طور آرام و دائم با سرعت v_0 و دمای ثابت $T_0 = 298\text{K}$ در ورودی در جریان است. در این شکل $a=80\text{mm}$ ، $L=300\text{mm}$ و $R_c = 160\text{mm}$ در نظر گرفته شده است. شبکه ساختار یافته غیر یکنواخت نشان داده شده در شکل ۲ برای گسسته سازی ناحیه محاسباتی ایجاد شده است. در نزدیکی دیواره به دلیل تغییرات بالای سرعت و دما شبکه ریزتر در نظر گرفته شده است. حساسیت شبکه با تغییر تعداد گره در جهات مختلف بررسی شده است.



شکل ۱. نمای کلی هندسه.



شکل ۲. شبکه محاسباتی در ناحیه ورودی.

معادلات حاکم بر مسأله

در این مطالعه فرض شده است که نانو سیال همانند سیال همگن رفتار می‌کند و جریان لایه مرزی آرام و پایدار است [۱۷] و نشان داده شده است که نانو سیالات مانند سیالات تک فازی عمل می‌کنند [۱۸]. تولید انرژی صفر در نظر گرفته می‌شود و از آنجایی که اندازه ذرات نانو بسیار کوچک است منطقی به نظر می‌رسد که مخلوط بتواند به آسانی در لوله به صورت همگن جریان پیدا کند. بنابراین می‌توان حرکت لغزشی بین فازها را نادیده گرفت و نانو سیال را به عنوان یک محیط پیوسته با تعادل گرمایی بین سیال پایه و ذرات جامد در نظر می‌گیریم. فرض شده است که سیال نانو تراکم‌ناپذیر با خواص فیزیکی ثابت است که همه خواص بر طبق دمای ورودی سیال به عنوان مرجع محاسبه می‌شوند. از کار انبساطی و تلفات ویسکوز در معادله انرژی صرف نظر شده است.

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

معادلات مومنوم:

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\left(U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f} \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (4)$$

معادله انرژی:

$$\left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{Re.Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

متغیرهای بی‌بعد استفاده شده در این معادلات به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$X = \frac{x}{a}, Y = \frac{y}{a}, Z = \frac{z}{a}, U = \frac{u}{u_i}, V = \frac{v}{u_i}, W = \frac{w}{w_i}, \quad (6)$$

$$\theta = \frac{T-T_c}{T_h-T_c}, P = \frac{\bar{p}}{\rho_{nf} u_i^2}, Re = \frac{\rho_f u_i a}{\mu_f}, Pr = \frac{v_f}{\alpha_f}$$

رابطه‌های زیر برای بررسی خواص فیزیکی و حرارتی نانو سیال استفاده شده‌اند:
چگالی مؤثر نانو سیال [۱۹]:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_{f,o} + \varphi \rho_{s,o} \quad (7)$$

ظرفیت گرمایی مؤثر نانو سیال:

$$(C_p)_{nf} = \left[\frac{(1 - \varphi) (\rho C_p)_f + \varphi (\rho C_p)_s}{(1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s} \right] \quad (8)$$

خواص آب و ذرات اکسید آلومینیوم در جدول ۱ آورده شده است و همچنین ضریب هدایت حرارتی مؤثر و ویسکوزیته دینامیکی مؤثر نانو سیال به وسیله‌ی واجها و داس^۱ [۲۰] به صورت معادلات (۹) و (۱۰) ارائه شده است:
ضریب هدایت حرارتی مؤثر نانو سیال:

$$k_{nf} = \frac{k_s + 2k_f - 2(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + (k_f - k_s)\varphi} k_f + 5 \times 10^4 \beta \varphi \rho_f (C_p)_f \sqrt{\frac{kT}{\rho_s d_s}} f(T, \varphi) \quad (9)$$

ویسکوزیته دینامیکی مؤثر نانو سیال:

$$\mu_{nf} = (123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1)\mu_f + 5 \times 10^4 \beta \varphi \rho_f \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_s d_s}} f(T, \varphi) \quad (10)$$

$$f(T, \varphi) = (2.8217 \times 10^{-2} \varphi + 3.917 \times 10^{-3}) \times \left(\frac{T}{T_0} \right) + (-3.0669 \times 10^{-2} \varphi - 3.91123 \times 10^{-3}) \quad (11)$$

$$\beta = 8.44 \cdot \gamma (100\varphi)^{-1.07304} \quad (12)$$

¹ Vajjha & Das

جدول ۱. خواص آب و ذرات اکسید آلومینیم [۲۱].

مواد	μ (pa.s)	C_p ($\frac{J}{kgk}$)	ρ ($\frac{kg}{m^3}$)	k ($\frac{W}{mk}$)
آب	۱۰۰۰۹۹۳	۴۱۸۲	۹۹۸۲	۰/۶۱۳
اکسید آلومینیم	۰	۷۶۵	۳۹۷۰	۴۰

شرایط اولیه و شرایط مرزی

برای به‌دست آوردن جواب یگانه یک معادله دیفرانسیل جزئی به مجموعه‌ای از شرایط مکمل نیاز است تا توابع اختیاری حاصل از انتگرال‌گیری معادله دیفرانسیل پاره‌ای را معین کرد. شرایط یاد شده به‌عنوان شرایط مرزی و شرایط اولیه تقسیم‌بندی می‌شوند. در مسائل پایا معادلات صرفاً نیاز به شرایط مرزی دارند. در این مسأله ما از شرط مرزی دیواره شار ثابت روی دیواره‌های لوله استفاده کرده‌ایم زیرا در تأسیسات انرژی کاربرد زیادی دارد و همچنین در ورودی به دلیل تراکم ناپذیر بودن جریان از شرط مرزی ورودی سرعت معلوم^۱ و در خروجی از شرط مرزی خروجی فشار معلوم^۲ استفاده کرده‌ایم که از برگشت جریان جلوگیری شود. فهرست شرایط مرزی اعمال شده در جدول ۲، مشخص شده است.

جدول ۲. شرایط مرزی.

نام	نوع شرط مرزی	شرط مرزی
ورودی	Velocity inlet	$w=v=0, u=1$
خروجی	Pressure outlet	$P=0$
دیواره لوله	wall	$u=v=w=0,$ $q = -k(\frac{\partial T}{\partial r})$

روش حل مسأله

معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی همراه با شرایط مرزی گفته شده به روش اختلاف محدود مبتنی بر حجم کنترل جبری شدند. این معادلات به‌وسیله نرم‌افزار فلونت حل شده‌اند و ضریب انتقال حرارتی و ویسکوزیته دینامیکی مؤثر به‌وسیله کد باز^۳ نوشته شده برای نرم‌افزار تعریف شده‌اند. طرح بالا دست مرتبه^۴ دوم برای گسسته‌سازی جمله جابه‌جایی و معادلات حاکم به کار گرفته شده است. معادلات مومنتوم روی شبکه جابه‌جا شده حل می‌شوند. در روی شبکه جابه‌جا شده علاوه بر راحتی محاسبه دبی‌ها روی حجم کنترل به علت معلوم بودن سرعت روی سطوح، مقادیر فشار در نقاط اصلی شبکه مشخص می‌شود. برای حل هم‌زمان معادلات جبری شده از الگوریتم سیمپل که جزئیات کامل آن در مرجع [۲۲] آمده است استفاده شده است. معیار همگرایی، باقیمانده سرعت‌ها در نظر گرفته شده است که در هر مرحله کوچک‌تر از 10^{-6} است. هندسه سه‌بعدی با شبکه چهاروجهی که به‌وسیله نرم‌افزار آنسیس مدل شده برای شبهه‌سازی مورد استفاده است.

¹ Velocity inlet

² Pressure outlet

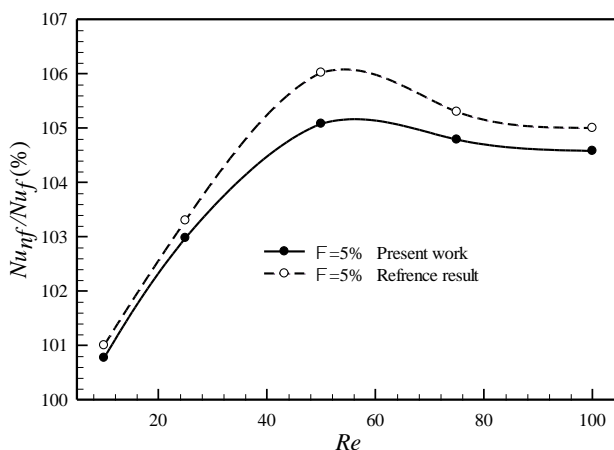
³ UDF

⁴ Second order upwind

بررسی استقلال از شبکه

برای اثبات کارایی روش و برنامه نوشته شده، مقایسه‌ای بین نتایج عددی حاصل با کارهای مشابه انجام گرفته توسط دیگران انجام شده است. برای بررسی عملکرد برنامه کامپیوتری تهیه شده در مسائل انتقال حرارت جابه‌جایی نانو سیال در لوله‌های خمیده مقایسه‌ای در مورد جریان نانو سیال در یک زانویی مطابق با مرجع [۲۳] انجام گرفت. در این بررسی یک زانویی ۱۸۰ درجه با مقطع دایره‌ای که درون آن نانو سیال جریان دارد تحت شار حرارتی قرار می‌گیرد. در این اعتبار سنجی به بررسی تغییرات نسبت عدد ناسلت متوسط نانو سیال به سیال پایه با افزایش غلظت نانو ذرات در اعداد رینولدز متفاوت پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است، اختلاف ناچیزی بین نتایج مرجع [۲۳] و نتایج حاصل از برنامه حاضر وجود دارد.

برای بررسی عملکرد برنامه در جریان‌های داخل لوله با مقطع چهاروجهی نتایج آن با کار انجام شده در مرجع [۲۴] مقایسه و تحلیل شده است. در مسئله فوق هوا با دمای $T_c = 298$ و وارد یک زانویی ۹۰ درجه با مقطع مربعی می‌شود و دیواره در دمای $T_h = 313$ قرار دارد. در جدول ۳ مقدار عدد ناسلت متوسط حاصل از این بررسی با نتایج تجربی [۲۴] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج منطقی و قابل قبول هستند. (عدد دین $(Re(a/2R_c))^{1/2}$)

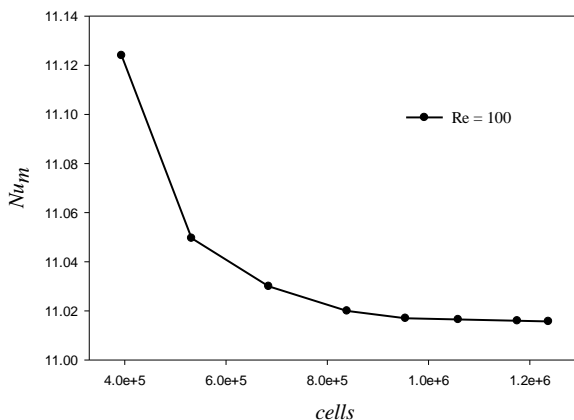


شکل ۳. عدد ناسلت متوسط در کار حاضر و مرجع [۲۳].

جدول ۳. عدد ناسلت متوسط در کار حاضر و مرجع [۲۴].

درصد خطا	عدد ناسلت متوسط		عدد دین
	کارهای قبلی	کار حاضر	
۶/۱۲	۸/۱۷	۸/۷۰۳	۲۰۰
۱/۹۴	۱۱/۵۵	۱۱/۷۷۹	۴۰۰
۱/۱۱	۱۴/۲۸۹	۱۴/۱۳	۶۰۰
۱/۷۷	۱۶/۵۸۴	۱۶/۱۲۳	۸۰۰
۳/۶۲	۱۸/۵۵۱	۱۷/۸۷۸	۱۰۰۰

برای انتخاب شبکه حل مناسب برای هندسه حاضر، بررسی روی تعداد نقاط شبکه انجام گرفت. به این منظور اثر تعداد نقاط شبکه بر عدد ناسلت متوسط که بیانگر نرخ انتقال حرارت از دیواره‌های گرم کانال هست، بررسی شد. نمونه‌ای از بررسی‌های انجام شده در شکل ۴ آورده شده است. در این شکل تغییرات عدد ناسلت متوسط جریان سیال در زاویهی ۹۰ درجه با مقطع مربعی در رینولدز ۱۰۰، بر حسب تعداد نقاط شبکه دیده می‌شود. باید توجه داشت عدد ناسلت متوسط به‌عنوان پارامتر تأثیر پذیر از تعداد نقاط شبکه برای این بررسی مناسب است. با توجه به شکل ۴ مشخص است که تقریباً برای شبکه‌هایی که تعداد گره‌ها از ۹۵۰۰۰۰، بیشتر است، جواب‌ها یکسان مانده است و تغییرات قابل توجهی در مقادیر دیده نمی‌شود. بدین ترتیب با توجه به بررسی‌های انجام شده و زمان اجرای برنامه شبکه‌بندی یکتواخت با تعداد گره ۹۵۰۰۰۰، برای اجرای برنامه انتخاب شد.



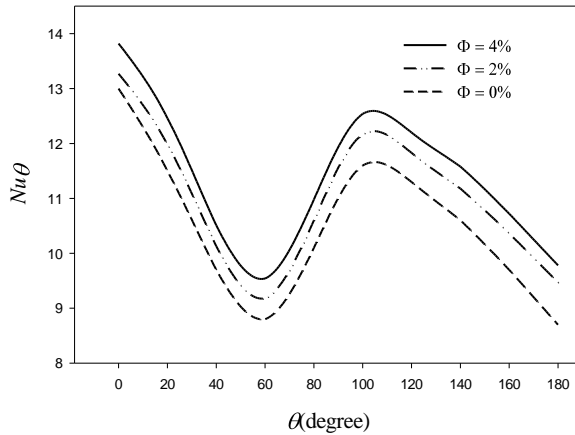
شکل ۴. نمودار میزان وابستگی عدد ناسلت متوسط نسبت به شبکه.

بحث و نتایج

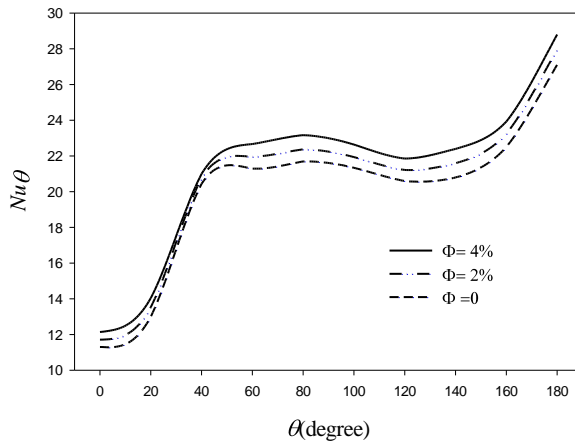
پس از انتخاب شبکه مناسب و اطمینان از درستی کد نوشته شده، معادلات حاکم بر مسأله به همراه شرایط مرزی مربوطه حل شده‌اند. سرعت، دما و فشار در سرتاسر میدان جریان به دست آمده و با استفاده از تعریف عدد ناسلت به بررسی انتقال حرارت، افت فشار و سرعت بی‌بعد در مقاطع مختلف زاوییی در اعداد رینولدز و نسبت حجمی‌های مختلف پرداخته شده است.

منحنی‌های عدد ناسلت محلی روی دیواره داخلی زاوییی ۱۸۰ درجه به ازای یک مقدار معین شار حرارتی و عدد رینولدز ثابت در شکل ۵ نشان داده شده است. به دلیل محدب بودن دیواره داخلی ضخامت لایه مرزی شروع به افزایش می‌کند. سرعت در نزدیکی این دیواره کاهش می‌یابد. به همین دلیل عدد ناسلت شروع به کاهش می‌کند تا به مقدار مینیمم خود در زاوییه ۶۰ درجه می‌رسد. بعد از زاوییه ۶۰ درجه جریان‌های ثانویه تشکیل می‌شوند. به همین دلیل پس از یک نوسان در عدد ناسلت سیر نزولی خود را تا انتهای لوله ادامه می‌دهد.

در شکل ۶ منحنی‌های عدد ناسلت محلی روی دیواره خارجی زاوییی ۱۸۰ درجه به ازای یک مقدار معین شار حرارتی و عدد رینولدز ثابت نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که برخلاف دیواره داخلی به دلیل تأثیر هم‌زمان نیروی شناوری و گریز از مرکز، عدد ناسلت افزایش پیدا می‌کند. در زاوییه ۱۰۰ درجه با تشکیل شدن جریان‌های ثانویه این سیر صعودی کاهش می‌یابد. اما در ۷۰ درجه شیب تغییرات دوباره زیاد می‌شود.

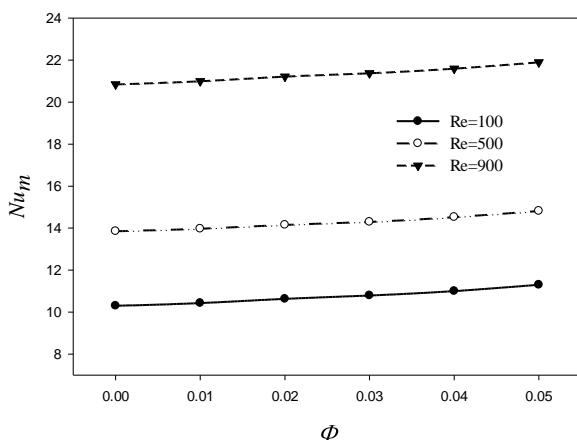


شکل ۵. عدد ناسلت محلی روی دیواره داخلی زانویی در $Re = 500$ و $q'' = 1500$ (w/m²)



شکل ۶. عدد ناسلت محلی روی دیواره خارجی زانویی در $Re = 500$ و $q'' = 1500$ (w/m²)

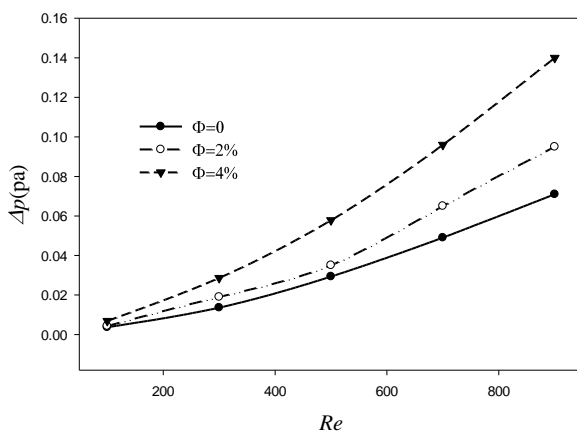
در شکل ۷ تغییرات عدد ناسلت متوسط در نسبت حجمی‌ها و اعداد رینولدز مختلف نشان داده شده است. افزایش نسبت حجمی جامد- مایع در یک رینولدز ثابت، سبب افزایش عدد ناسلت متوسط شده است. زیرا با افزایش نسبت حجمی، چگالی طبق رابطه ۶ افزایش می‌یابد لذا برای ثابت نگه داشتن رینولدز باید سرعت زیاد شود. بنابراین افزایش نسبت حجمی جامد- مایع به همراه افزایش سرعت باعث افزایش انتقال حرارت و عدد ناسلت می‌شود. با افزایش کسر حجمی ذرات جامد از ۰ تا ۵ درصد انتقال حرارت تا ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.



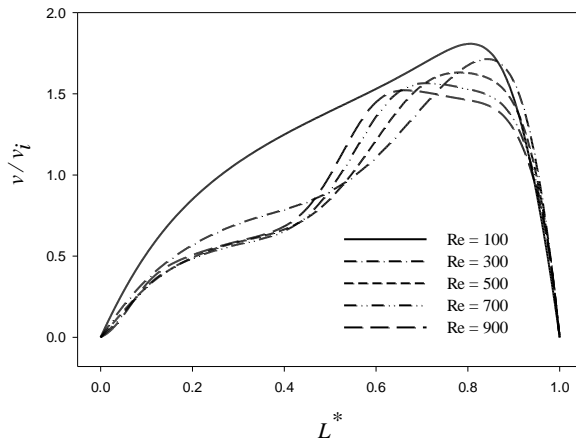
شکل ۷. تغییرات عدد ناسلت متوسط در نسبت حجمی نانو ذرات مختلف.

نمودار افت فشار بین ورودی و خروجی زانویی در اعداد رینولدز و نسبت حجم‌های مختلف در شکل ۸ رسم شده است و مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز به دلیل بیشتر شدن جریان‌های ثانویه افت فشار بیشتر می‌شود و همچنین با افزایش نسبت حجمی ذرات جامد با توجه به معادله ۶ با زیاد شدن چگالی افت فشار هم زیاد می‌شود. با افزایش کسر حجمی ذرات جامد از ۰ تا ۴ درصد افت فشار ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد همچنین با افزایش عدد رینولدز از ۱۰۰ تا ۹۰۰ انتقال حرارت و افت فشار درون زانویی تا دو برابر زیاد می‌شوند.

شکل ۹ پروفیل سرعت محوری بدون بعد در مقطع عمود بر لوله و در زاویه ۹۰ درجه از زانویی را نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد روی دو دیواره به دلیل وجود لایه مرزی سرعت صفر است و به دلیل نیروی گریز از مرکز نمودارها دارای ماکزیمم در نزدیکی دیواره خارجی هستند که با افزایش عدد رینولدز و به وجود آمدن جریان‌های ثانویه، این مقدار ماکزیمم به سمت مرکز لوله متمایل می‌شود.



شکل ۸. افت فشار زانویی نسبت به افزایش عدد رینولدز جریان.

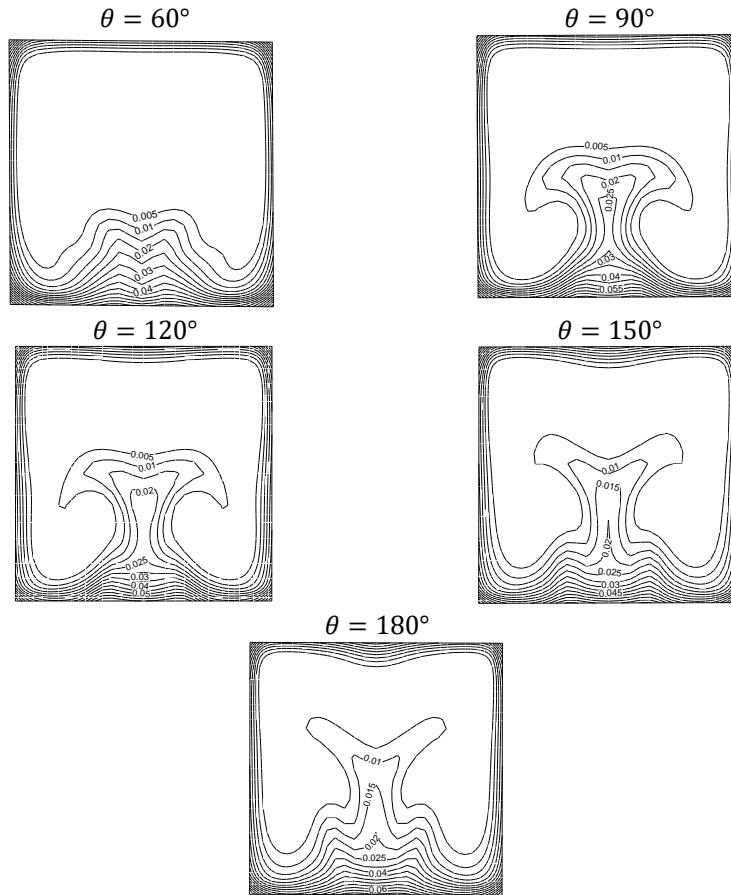


شکل ۹. پروفیل سرعت محوری بدون بعد در مقطع عمود بر لوله در زاویه ۹۰ درجه.

خطوط هم‌تراز دمای بی‌بعد سیال در مقاطع مختلف مجرا در شکل ۱۱ نشان داده شده است (ضلع بالا دیواره خارجی و ضلع پایین دیواره داخلی را نشان می‌دهد) در این شکل دمای بی‌بعد به صورت زیر تعریف شده است:

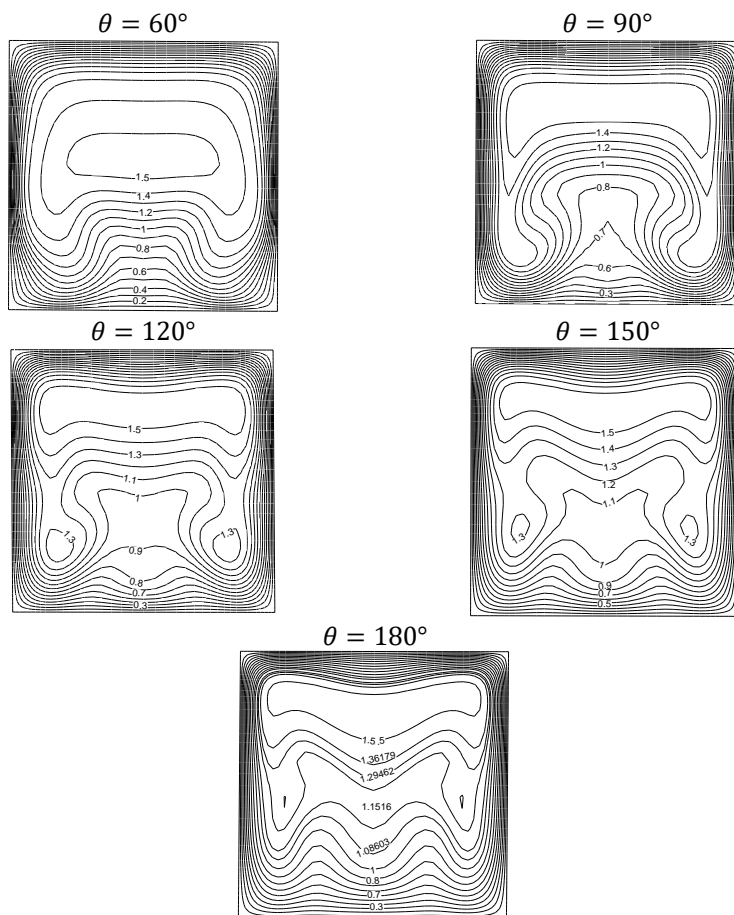
$$T^* = \frac{T - T_i}{T_i} \quad (12)$$

در رابطه فوق T دما در هر نقطه سیال و T_i دمای سیال ورودی به لوله است. با مراجعه به شکل مشاهده می‌شود که افزایش دما در ناحیه‌ای باریک مجاورت دیواره بیرونی اتفاق می‌افتد که در اثر شار گرمایی خارجی است. هنگامی که جریان از مقطع با زاویه $\theta = 60^\circ$ به طرف مقطع با زاویه $\theta = 150^\circ$ پیش می‌رود گردابه‌ها در مجاورت دیواره داخلی تقویت یافته بنابراین ناحیه با دمای بالا به تدریج به طرف دیواره خارجی انتقال می‌یابد و همچنین خطوط هم‌تراز دما تا انتهای لوله تغییر می‌کنند چون شار حرارتی ثابت تا انتهای لوله به دیواره وارد می‌شود.



شکل ۱۱. خطوط هم‌تراز دمای بی‌بعد در زوایای مختلف از زانویی
 $Re = 500$ و $\phi = 4\%$ ، $q'' = 1500$ (w/m²)

شکل ۱۲ خطوط هم‌تراز سرعت بی‌بعد (نسبت سرعت در هر مقطع به سرعت ورودی) در مقاطع با زوایای مختلف زانویی را نشان می‌دهند. (ضلع بالا دیواره خارجی و ضلع پایین دیواره داخلی را نشان می‌دهد) با توجه به این شکل‌ها از زاویه ۶۰ درجه به بعد دو گردابه در نزدیکی دیواره داخلی شروع به شکل‌گیری می‌کنند که با حرکت جریان به سمت انتهای زانویی این گردابه‌ها از دیواره داخلی فاصله می‌گیرند و به سمت مرکز لوله متمایل می‌شوند. همچنین ناحیه با سرعت بالا به سمت دیواره خارجی متمایل شده است. ناحیه سرعت پایین به سمت قسمت مرکزی سطح مقطع منتقل می‌گردد که این تغییرات در اثر نیروی گریز از مرکز است.



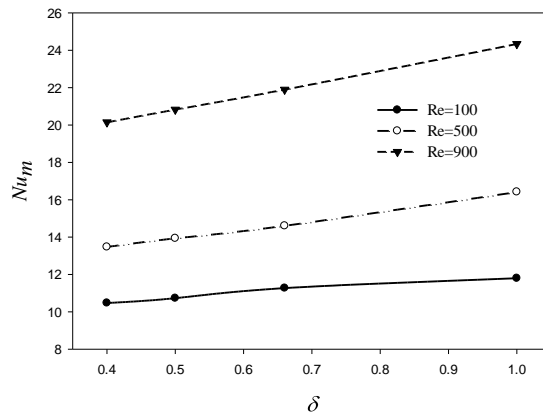
شکل ۱۲. خطوط هم‌تراز سرعت بی‌بعد در زوایای مختلف از زاویهی

$$Re = 500 \text{ و } \phi = 4\% \text{ و } q'' = 1500 \text{ (w/m}^2\text{)}$$

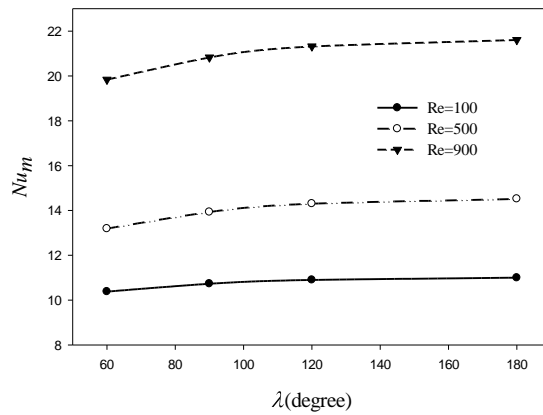
در شکل ۱۳ نمودار عدد ناسلت متوسط در شعاع انحنای متفاوت و اعداد رینولدز مختلف رسم شده است. مشاهده می‌شود که کاهش شعاع انحنا و افزایش عدد رینولدز موجب افزایش نیروی گریز از مرکز و بی‌نظمی جریان می‌شود و در نهایت عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

در شکل ۱۴ نمودار عدد ناسلت متوسط در زاویه انحنای مختلف رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه انحنا ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و این افزایش انتقال حرارت به این دلیل است که در زاویه انحنا کمتر، هم‌تأثیر نیروی گریز از مرکز و شناوری و هم‌تأثیر جریان‌های ثانویه بر جریان کم می‌شود.

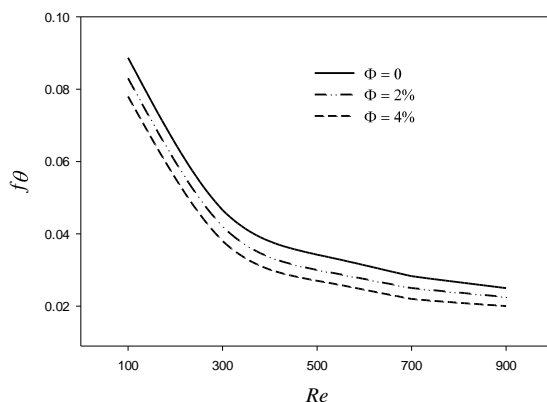
شکل ۱۵ منحنی ضریب اصطکاک دیواره را نمایش می‌دهد. افزایش نسبت حجمی جامد-مایع در یک دبی ثابت و شار حرارتی معین سبب کاهش ضریب اصطکاک دیواره شده است. با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک دیواره کم می‌شود، زیرا ضریب اصطکاک با مجذور سرعت نسبت عکس دارد و همچنین اثر منفی تقابل دو نیروی گریز از مرکز و شناوری بر روی جریان‌های ثانویه، با افزایش سرعتی که ایجاد می‌کند، سبب کاهش ضریب اصطکاک دیواره شده است.



شکل ۱۳. نمودار ناسلت متوسط در شعاع انحنای مختلف در زانویی ۹۰ درجه و $\varphi = 4\%$ ، $q'' = 1500 \text{ (w/m}^2\text{)}$.



شکل ۱۴. نمودار ناسلت متوسط در زاویه انحنای مختلف در $\varphi = 4\%$ و $q'' = 1500 \text{ (w/m}^2\text{)}$.



شکل ۱۵. نمودار ضریب اصطکاک دیواره زانویی ۹۰ درجه در $q'' = 1500 \text{ (w/m}^2\text{)}$

نتیجه گیری

جریان آرام و دائم سیال نانو درون لوله با خمیده با مقطع چهاروجهی با در نظر گرفتن اثرات دو نیروی شناوری و گریز از مرکز در حالت سه بعدی با شبیه سازی عددی توسط نرم افزار فلونت مورد مطالعه قرار گرفت. دیده شد که با افزایش نیروی شناوری تقارن موجود در خطوط هم تراز سرعت و دما از بین می رود. در یک عدد رینولدز و شار حرارتی معین و ثابت، افزایش نسبت حجمی نانو ذرات جامد، باعث افزایش عدد ناسلت و دمای سیال می شود و اثر محسوسی بر روی جریان های ثانویه ندارد. همچنین مشاهده شد که دیواره داخلی نقش کمتری در انتقال حرارت نسبت به دیواره خارجی ایفا می کند که این به دلیل به وجود آمدن جریان های ثانویه روی دیواره داخلی است. نتایج بیانگر آن است که با افزایش کسر حجمی ذرات جامد از ۰ تا ۵ درصد انتقال حرارت تا ۱۰ درصد و افت فشار ۱۰۰ درصد افزایش می یابد همچنین با افزایش عدد رینولدز از ۱۰۰ تا ۹۰۰ انتقال حرارت و افت فشار درون زانویی تا دو برابر افزایش می یابند.

فهرست علائم

ضلع لوله (m)	a
قطر ذرات جامد (m)	d
عدد دین $(Re(a/2R_c)^{1/2})$	De
گرمای ویژه (j/kgk)	c_p
شتاب جاذبه زمین (m/s^2)	g
ضریب هدایت حرارتی (w/mk)	k
عدد ناسلت $(Nu = ql/k(T_w - T_c))$	Nu
فشار سیال (pa)	P
عدد پرانتل $(Pr = \nu_f/\alpha_f)$	Pr
شار حرارتی (w/m^2)	"q
شعاع انحنا زانویی (m)	R_c
قطر بی بعد لوله	*L
عدد رینولدز $(Re = \rho u a/\mu)$	Re

دما (k)	T
مختصات کارتزین	x, y, z
مختصات بدون بعد	X, Y, Z
$(X = x/a, Y = y/a, Z = z/a)$	
مؤلفه‌های سرعت در راستای x و y و z (m/s)	u, v, w
مؤلفه بی‌بعد سرعت	U, V, W
$(U = u/u_i, V = v/u_i, W = w/u_i)$	

علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی سیال (m^2/s)	α
نسبت حجمی ذرات جامد (.)	φ
نسبت انحنا ($\delta = a/R_c$)	δ
زاویه انحنا (degree)	θ
زاویه انحنای زاویه‌ی (degree)	λ
چگالی	ρ
لزجت دینامیکی (kg/ms)	μ
لزجت سینماتیکی (m^2/s)	ν

زیرنویس‌ها

سطح سرد (cold)	c
سیال (fluid)	f
سطح گرم (hot)	h
متوسط (mean)	m
نانو سیال (nanofluid)	nf
شرایط ورودی (inlet)	i
جامد (solid)	s
دیواره (wall)	w

References

- [1] Dean, W. R. (1927). XVI. Note on the motion of fluid in a curved pipe. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 4(20), 208-223. <https://doi.org/10.1080/14786440708564324>
- [2] Enayet, M. M., Gibson, M. M., & Yianneskis, M. (1982). Measurements of turbulent developing flow in a moderately curved square duct. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 3(4), 221-224. [https://doi.org/10.1016/0142-727X\(82\)90027-3](https://doi.org/10.1016/0142-727X(82)90027-3)
- [3] Boutabaa, M., Helin, L., Mompean, G., & Thais, L. (2009). Numerical study of Dean vortices in developing Newtonian and viscoelastic flows through a curved duct of square cross-section. *Comptes Rendus Mécanique*, 337(1), 40-47. <https://doi.org/10.1016/j.crme.2008.11.001>
- [4] Nassan, T. H., Heris, S. Z., & Noie, S. H. (2010). A comparison of experimental heat transfer characteristics for Al₂O₃/water and CuO/water nanofluids in square cross-section duct. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(7), 924-928. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.04.009>

- [5] Sasmito, A. P., Kurnia, J. C., & Mujumdar, A. S. (2011). Numerical evaluation of laminar heat transfer enhancement in nanofluid flow in coiled square tubes. *Nanoscale Research Letters*, 6(1), 376. <https://doi.org/10.1186/1556-276X-6-376>
- [6] Yang, J., Cheng, D., Di, Q., Zhu, J., & Zhang, J. (2011, July 12–14). *Effect of Elbows on Stability of Water-Based TiO₂ Nanofluids Under Laminar Flow Conditions [Conference session]*. Power Conference collocated with JSME ICOPE 2011, Denver, Colorado, USA. <https://doi.org/10.1115/POWER2011-55348>
- [7] Wen, D., & Ding, Y. (2004). Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(24), 5181-5188. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.07.012>
- [8] Taamneh, Y., Kabeel, A. E., Prakash, N., Sathyamurthy, R., & Chamkha, A. J. (2019). Thermal and hydraulic characteristics of a triangular duct using an Al₂O₃ nanofluid in a turbulent flow regime. *Heat Transfer—Asian Research*, 48(6), 2639-2654. <https://doi.org/10.1002/htj.21521>
- [9] Wong, I. J. K., & Tiong, N. T. A. (2021). Simulation approach on turbulent thermal performance factor of Al₂O₃-Cu/water hybrid nanofluid in circular and non-circular ducts. *Springer Nature Applied Sciences*, 3(3), 329. <https://doi.org/10.1007/s42452-021-04317-w>
- [10] Bedram, A. (2023). A novel method (a tube with successive increase and reduction in diameter) to increase nanofluid heat transfer in a tube. *Scientia Iranica*, -. <https://doi.org/10.24200/sci.2023.60676.6935>
- [11] Rahmatinejad, B., Rahimi Asiabaraki, H., & Azimpour Shishevan, F. (2023). Investigation of the effect of Al₂O₃ nanofluid in M13NI engine cooling system. *The Journal of Engine Research*, 70(1), 47-65. <https://doi.org/10.22034/er.2023.1975318.0>
- [12] Rahmatinejad, B. (2022). Investigating Thermophysical Properties and Thermal Performance of Al₂O₃ Nanoparticles in Water and Ethylene Glycol Based Fluids. *Journal of Nanostructures*, 12(3), 642-659. <https://doi.org/10.22052/jns.2022.03.018>
- [13] Youcef, A., Saim, R., & Öztop, H. F. (2023). Numerical study on shell and tube heat exchangers with different baffles configurations. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 33(9), 3255-3271. <https://doi.org/10.1108/HFF-01-2023-0006>
- [14] Moghimi, S. M. (2022). Investigation of Thermal Boundary Layer over a Wedge with Variable Temperature Surface. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 19(3), 31-51. <https://doi.org/10.48301/kssa.2022.321896.1921>
- [15] Shabani, F., Khosravi Farsani, A., & Asadi Borojeni, B. (2022). Experimental Solution and Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer in Car Radiators in Forced and Natural Flows. *Karafan Journal*, 19(3), 71-95. <https://doi.org/10.48301/kssa.2022.336734.2061>
- [16] Babaei Spouei, R., & Naseri, R. (2022). Numerical Study of Nanofluid Flow and Heat Transfer Characteristics in Linear Parabolic Trough Solar Collector. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 19(1), 311-332. <https://doi.org/10.48301/kssa.2021.299497.1670>
- [17] Putra, N., Roetzel, W., & Das, S. K. (2003). Natural convection of nano-fluids. *Heat and Mass Transfer*, 39(8), 775-784. <https://doi.org/10.1007/s00231-002-0382-z>
- [18] Pak, B. C., & Cho, Y. I. (1998). Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151-170. <https://doi.org/10.1080/08916159808946559>

- [19] Haddad, Z., Oztop, H. F., Abu-Nada, E., & Mataoui, A. (2012). A review on natural convective heat transfer of nanofluids. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(7), 5363-5378. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2012.04.003>
- [20] Vajjha, R. S., & Das, D. K. (2009). Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(21), 4675-4682. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.06.027>
- [21] Abu-Nada, E., Masoud, Z., & Hijazi, A. (2008). Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35(5), 657-665. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2007.11.004>
- [22] Patankar, S. V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Chemical Rubber Company Press. <https://doi.org/10.1201/9781482234213>
- [23] Choi, J., & Zhang, Y. (2012). Numerical simulation of laminar forced convection heat transfer of Al₂O₃-water nanofluid in a pipe with return bend. *International Journal of Thermal Sciences*, 55(3), 90-102. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.12.017>
- [24] Ojha, R. K., & Joshi, P. (2014). Numerical analysis of forced convection and heat transfer in curved duct. *International Journal of Recent Trends in Mechanical Engineering*, 2(4), 1-7. https://www.researchgate.net/publication/264673237_Numerical_Analysis_of_Forced_Convection_and_Heat_Transfer_in_Curved_Duct