



# Design Optimal Adaptive Trajectory Tracking Control for Station Keeping and Attitude Control of Quadrotor Using Gray Wolf Optimization

Erfan Khosravian<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Faculty Member, Department of Mechanical Engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran.

## ARTICLE INFO

### Article Type:

Original Research

**Received:** 11.19.2022

**Revised:** 12.18.2022

**Accepted:** 12.24.2022

### Keyword:

Trajectory Tracking and Station

Keeping

Quadrotor

Adaptive Control

Gray Wolf Optimization Algorithm

### \*Corresponding Author:

Erfan Khosravian

**Email:** [erfankhosravian@pnu.ac.ir](mailto:erfankhosravian@pnu.ac.ir)

## ABSTRACT

Nowadays, various applications of quadrotors, in different fields such as monitoring, inspection, and rescue has attracted the attention of many researchers. Because of the extensive range of applications for quadrotors, maintaining their position control, condition control, and tracking is important. Thus, it is essential that these issues are considered and resolved. Therefore, based on Newton Euler's method, structure of a model for analyzing the behavior of the system and design of the controller is introduced in the present research. As the dynamics of quadrotors are nonlinear, the adaptive optimal control algorithm for resolving this issue was used in order for the control parameters to be updated. For updating these control parameters, methods such as optimizing, fuzzy, neural networks and hybrid methods can be used. The fuzzy or neural networks methods do not have the capability of applying constraints such as the operator's physical restrictions in the updating process. Their overall response speed is greater than the optimization methods. The optimization methods have more capabilities to find better and more acceptable responses than the above methods, but it is noteworthy that they require high-speed processors. Since the objective was to achieve better responses for station keeping and tracking maneuvers, the gray wolf optimization algorithm for updating the control parameters was utilized. In addition, to increase the resistance of the controllers and to optimize the control efforts, the authors proposed to combine the control inputs with other methods such as optimal nonlinear proportional-integral-derivative (pid). Finally, the results of simulations were presented. The results demonstrated that the proposed approach resolved all aspects of the main problem. additionally, the proposed approach can be used in maintaining position control, condition control and tracking.



---

## EXTENDED ABSTRACT

---

### Introduction

Today, due to the diverse and operational applications of quadrotors in various fields including monitoring, inspection, and rescue many researchers around the world are eager to undertake research studies on these birds [1]. In most practical cases, the process of maintaining the position of quadrotors by control operators, using remote control systems or systems connected to the bird (on board) is carried out automatically so that the bird remains in the desired position and condition. To date, a great deal of research has been undertaken with various algorithms depending on the type of operation, the structure of the bird, the power of the control processor and other issues [2-4]. One of the powerful and practical control algorithms for maintaining position and following direction is the adaptive algorithm [5-6]. Due to the fact that the dynamics of quadrotors is nonlinear and in reality simplifications are used for modelling, it is possible to use the optimal adaptive algorithm in such a way that the control parameters can be updated if necessary and depending on the conditions. For the process of updating the control parameters, methods such as optimization, fuzzy network, neural network or combined methods such as neural fuzzy can be used. On the other hand, it should be noted that methods such as fuzzy or neural networks do not have the capability to apply restrictions such as physical restrictions (motor speed, battery current, weight of the bird) in the updating process, but they have a higher response speed than optimization methods. However, optimization methods are more capable of finding better and more acceptable solutions than the mentioned methods. Considering that the aim of this article was to obtain better solutions for position and condition maintenance and path tracking manoeuvres, optimization methods were adopted to update the parameters.

Random optimization methods can be classified into two main categories. The first category is inspired by natural evolutionary phenomena and is implemented based on random operators. A group of these algorithms, inspired by the social behaviour of a society, work in a mutual cooperation to reach a final goal and are known as algorithms based on collective intelligence. Among these algorithms, the gray wolf algorithm (GWO), in which search parameters change their position in a multidimensional search space in order to achieve the optimization of the objective function, is worth mentioning [9].

The purpose of this article is to design a controller that can stabilize the bird in the presence of uncertainties and disturbances and direct it to the desired path. The inability of linear controllers in the case of non-linear systems has accelerated the progress in methods such as feedback linearization control method, feedback control method, sliding mode control, and adaptive control [10-12].

Some methods require dynamic linearization of the system, which greatly reduces the robustness of the controller and also the manoeuvrability of the bird. On the other hand, most of the mentioned solutions need very accurate data of the system dynamics and its path so that they can linearize the system or adjust the controller parameters for the best performance. As the system becomes more complex, the phenomena that affect it are rarely identifiable and the obtained mathematical model is an approximation of the real system,

which leads to uncertainties entering the system. This occurs while the controller obtained based on the uncertain model must be able to guarantee the stability and performance desired by the designer against the uncertainties of the model and disturbances in the surrounding environment. One of the proposed solutions to solve the mentioned challenge is to use the adaptive control method, which can change its behaviour in response to system dynamics and disturbances. The adaptive control system considered in this article consists of two loops (Figure 1):

- 1- Normal feedback loop including the process and controller
- 2- Parameter setting loop

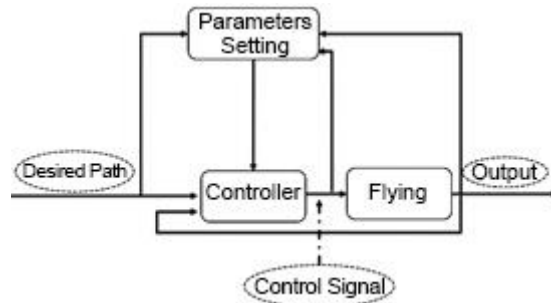


Figure 1. Schematic of closed loop system for adaptive control.

## Methodology

Bird dynamics modelling

For modelling, the following assumptions were made:

- 1- The structure of the bird is considered rigid and symmetrical.
- 2- The origin of the body coordinate system is assumed to be the centre of body mass.
- 3- The blades are considered rigid.
- 4- The drag force is proportional to the speed of the blades to the power of two.

A rigid object in space has six degrees of freedom (DOF), three of which are used to describe the position of the object's centre of mass (COM) and the other three are used to describe the orientation of the bird in space. If the inertial (terrestrial) coordinate system is shown with E and the body system with B as shown in Figure 2, the following occurs:

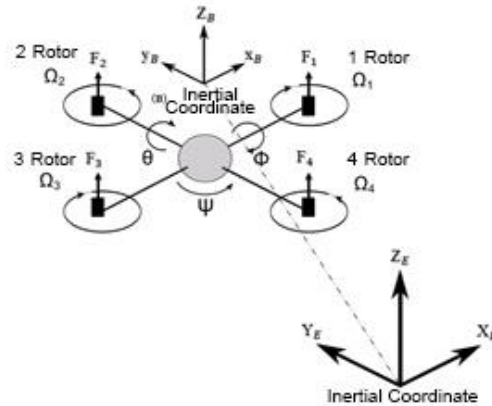


Figure 2. Schematic of devices, inertial and body coordinates for quadrotor.

The equations of motion in the state space can be written in the form  $\dot{X}=f(X,U)$ , where  $U$  is the vector of control inputs and  $X$  is the state vector, which is adopted as follows:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}, Z, \dot{Z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}] \\ U &= [u_1, u_2, u_3, u_4] \end{aligned} \tag{1}$$

In relation (1), the controllers are obtained according to the rotation speed of the blades as follows:

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\Omega_R = (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \tag{3}$$

In equation (2),  $u_1$  to  $u_4$  are respectively related to roll torque, pitch torque, yaw torque and thrust force. Finally, the equations in the form  $\dot{X}=f(X,U)$  are obtained as follows:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_4 x_6 a_1 - a_2 x_4 \Omega_R + b_1 u_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= x_2 x_6 a_3 + a_4 x_2 \Omega_R + b_2 u_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\dot{x}_6 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3$$

$$\dot{x}_7 = x_8$$

$$\dot{x}_8 = \sin(x_3) \cos(x_1) b_4 u_4$$

$$\dot{x}_9 = x_{10}$$

$$\dot{x}_{10} = -\sin(x_1) b_4 u_4$$

$$\dot{x}_{11} = x_{11}$$

$$\dot{x}_{12} = -g + \cos(x_3) \cos(x_1) b_4 u_4$$

The coupling schematic of the two mentioned systems is shown in Figure 3:

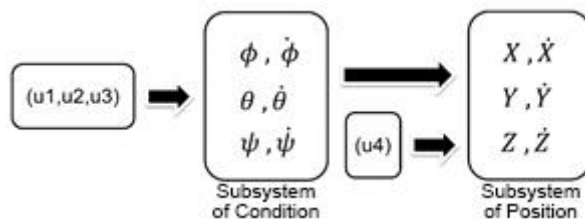


Figure 3. Coupling diagram of two subsystems of position and condition.

The purpose of this article was to track the path by maintaining the position and condition of the bird relative to the reference path (reference position and condition). Therefore, the main goal was to calculate the control torques related to each rotor (determining the rotation of each rotor) in order to achieve the desired position and orientation in space. The schematic of the proposed algorithm to achieve the main goal is shown in Figure 4.

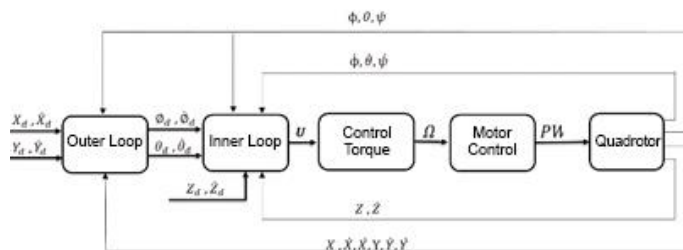


Figure 4. Schematic of the proposed control.

According to the diagram in Figure (4), the control process is carried out in two general steps. First, according to the difference between the position of the bird from the reference path and its rate, in the longitudinal and transverse directions, the required reference roll

and pitch angles (and the rate of the mentioned angles) is determined to eliminate the calculated errors. In addition, the height difference and its rate (and if needed, the yaw angle difference, for example, in filming modes where the bird needs to rotate around its centre of mass in a certain position) is also calculated from the reference value. Therefore, the first step of the upcoming control process is to determine the reference roll and screw angles  $(\phi_d, \theta_d)$  which are followed by the position (orientation) subsystem in the inner ring. In other words, to control the position of the quadrotor in the  $(x$  and  $y)$  plane, it is sufficient to change the roll and screw angles of the quadrotor in such a way that the desired values for  $X$  and  $Y$  are obtained.

The final relationship of the optimal adaptive controller is in the form of (5):

$$u_i = -\left(\Gamma_i(x)\hat{P}_i + G_{i\text{Gray Wolf Optimization}}Z_i\right), \quad i = 1,2,3$$

$$u_4 = -\left(\frac{\Gamma_4(x)\hat{P}_4 + G_{4\text{Gray Wolf Optimization}}Z_4}{\cos(x_3)\cos(x_1)}\right) \tag{5}$$

where the proportional gain  $G_{i(\text{Gray Wolf Optimization})}$  can be obtained using the gray wolf optimization method.

### Results and simulations

The position and condition of the bird at the initial moment are as follows:

$$\dot{X} = [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}, Z, \dot{Z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}] = \overline{[0]} \tag{6}$$

The results of the simulation are presented in Figures (5) to (16).

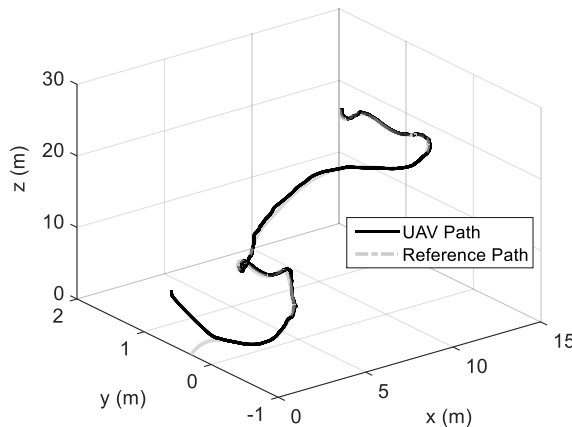
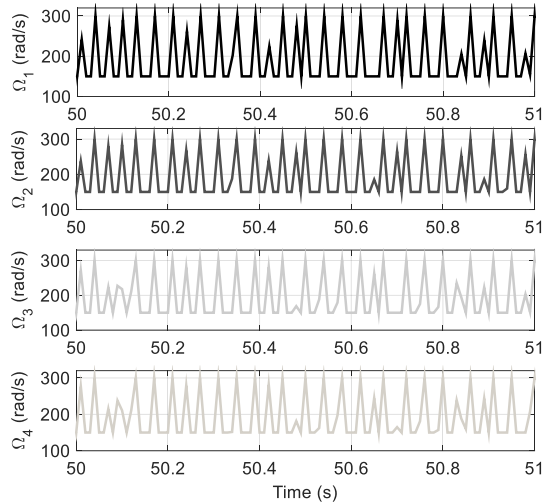


Figure 5. 3D view of the tracked path over time.

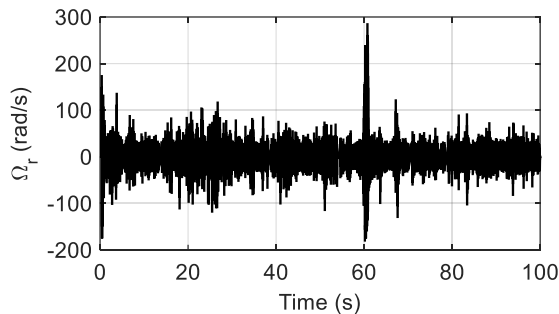
Figure (5) shows the three-dimensional view of the path followed by the bird. As it can be seen, the bird was able to follow the path well in three directions.

In Figure (6), the behaviour of the rotor inputs is within the allowable range, and by adopting appropriate and timely values, it tries to implement the manoeuvre as best as possible.



**Figure 6. Magnified angular velocity of each rotor.**

Figure (7) shows the behaviour of the total angular velocity of the rotors in terms of time.



**Figure 7. Total angular speed of the rotors.**

Below, the history of the time changes of the flying mode variables along with their desired reference values are drawn.

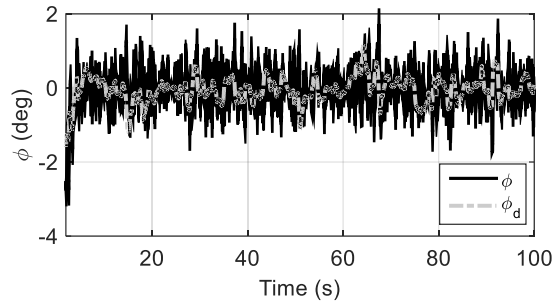


Figure 8. Roll angle ( $\phi$ ) and reference signal ( $\phi_d$ ).

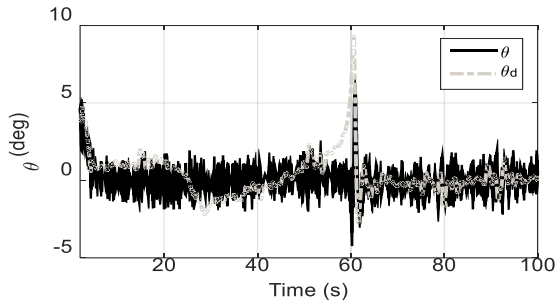


Figure 9. Turn angle ( $\theta$ ) and reference signal ( $\theta_d$ ).

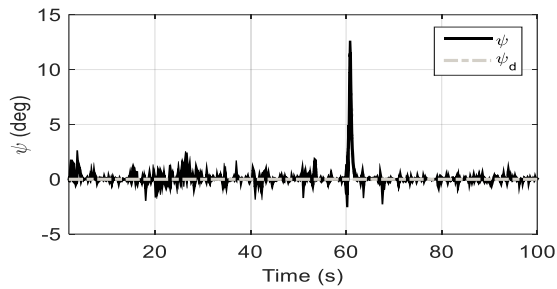


Figure 10. Auxiliary angle ( $\psi$ ) and reference signal ( $\psi_d$ ).

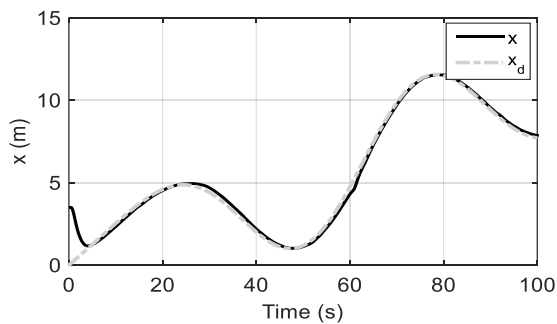


Figure 11. Quadrotor position along ( $X$ ) and reference signal ( $X_d$ ).

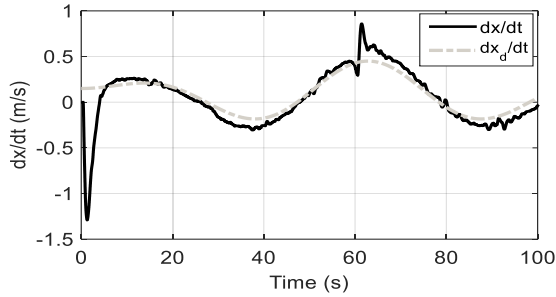


Figure 12. Quadrotor speed in X direction.

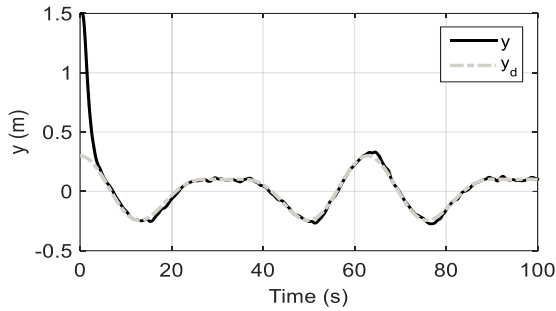


Figure 13. The behaviour of the bird in the transverse direction (Y) in terms of time along with the reference signal (Y<sub>d</sub>).

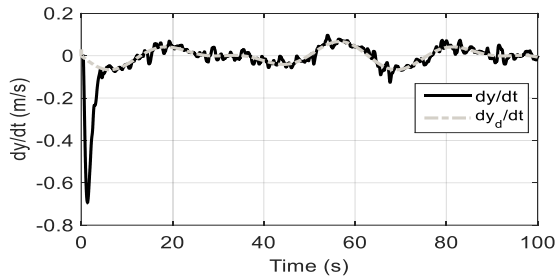


Figure 14. Quadrotor speed in Y direction.

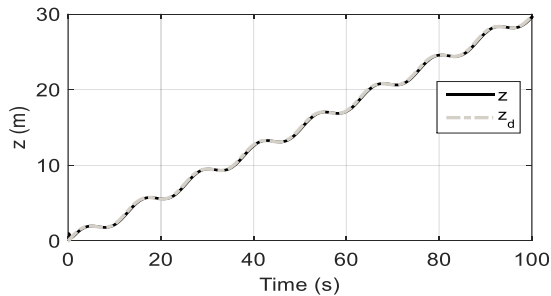


Figure 15. The height of the bird (Z) in terms of time along with the reference signal (Z<sub>d</sub>).

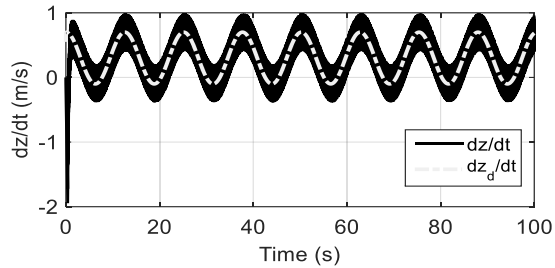


Figure 16. Quadrotor speed in Z direction.

## Conclusion

Taking into consideration the necessity and importance of control in order to maintain the position and track the path in the field of unmanned birds including quadrotors, in this research, the aforementioned problem was discussed and solved. Since it was assumed that the parameters of the modelled system might be associated with errors or only estimates of the system parameters are available, adaptive nonlinear control methods were used to solve the problem. After designing the controller, the parameters of the designed controller were extracted using the gray wolves optimization method. In addition, in order to increase the resistance of the controller and optimize the control effort, it is recommended to combine the control input with other methods such as optimal nonlinear PID. After stating the relationships, the results of the simulations were presented. It was observed that the proposed approach was able to meet all the needs and goals of the problem.



## طراحی کنترل تطبیقی بهینه برای یک کوادروتور به منظور حفظ موقعیت و وضعیت در شرایط عدم قطعیت با استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری

عرفان خسرویان<sup>\*1</sup>

۱- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

### اطلاعات مقاله

### چکیده

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۲۸

بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۲۷

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳

### کلید واژگان:

تعیین مسیر و حفظ موقعیت

کوادروتور

کنترل تطبیقی

الگوریتم بهینه سازی گرگ‌های خاکستری

<sup>\*</sup>نویسنده مسئول: عرفان خسرویان

پست الکترونیکی:

[erfankhosravian@pnu.ac.ir](mailto:erfankhosravian@pnu.ac.ir)

امروزه به دلیل کاربردهای متنوع و عملیاتی وسایل پرنده بدون سرنشین در زمینه‌های گوناگون، از جمله نظارت، بازرسی، امداد و نجات و سایر زمینه‌ها، محققان بسیاری در سرتاسر جهان مشتاق مطالعه و تحقیق پیرامون این پرنده‌ها شده‌اند. کنترل برای حفظ موقعیت، حفظ وضعیت و تعقیب مسیر این دسته از پرنده‌ها، با توجه به گستردگی دامنه کاربردی از اهمیت بالایی برخوردار است. لذا در این پژوهش به بحث و حل مسئله مذکور پرداخته شده است. بدین منظور در ابتدای امر بر مبنای روش نیوتن اولیور به معرفی ساختار و بیان مدلی جهت آنالیز رفتار سیستم و طراحی کنترل‌کننده پرداخته شده است. از آن جهت که دینامیک پرنده مورد بررسی غیرخطی بوده و در واقعیت برای مدل‌سازی از ساده‌سازی‌هایی استفاده می‌شود از الگوریتم کنترل بهینه تطبیقی برای حل مسئله موردنظر بهره گرفته شده به نحوی که پارامترهای کنترلی در صورت لزوم و بسته به شرایط قابلیت به‌روزرسانی داشته باشد که برای فرایند به‌روزرسانی پارامترهای کنترلی می‌توان از روش‌هایی نظیر بهینه‌سازی، فازی، شبکه عصبی و یا روش‌های ترکیبی نظیر فازی عصبی و غیره بهره برد. از سویی باید اشاره داشت که روش‌های نظیر فازی، یا شبکه عصبی قابلیت اعمال محدودیت نظیر محدودیت‌های فیزیکی عملگرها و غیره در فرایند به‌روزرسانی را نداشته ولی دارای سرعت جواب‌دهی بالاتری نسبت به روش‌های بهینه‌سازی می‌باشند. روش‌های بهینه‌سازی دارای توانایی بیشتر در یافتن پاسخ‌های بهتر و قابل‌قبول‌تر نسبت به روش‌های فوق‌الذکر هستند؛ اما باید اشاره داشت که به پردازنده‌های قوی با سرعت پردازش بالا نیاز دارند. با توجه به این که هدف این مقاله دست‌یابی به پاسخ‌های بهتر برای مانور حفظ موقعیت و تعقیب مسیر می‌باشد از الگوریتم بهینه‌سازی گرگ‌های خاکستری برای به‌روزرسانی پارامترهای کنترلی بهره گرفته شده است. همچنین به منظور افزایش مقاومت کنترل‌کننده و بهینه کردن تلاش کنترلی، پیشنهاد شده تا ورودی کنترلی با روش‌های دیگر نظیر pid غیرخطی بهینه ترکیب گردد. پس از بیان روابط، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته ارائه شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان می‌دهد رویکرد پیشنهادی به‌خوبی توانسته کلیه نیازها و اهداف مسئله را پاسخ دهد و می‌توان از آن در مسئله تعقیب مسیر و حفظ موقعیت بهره گرفت.



## مقدمه

امروزه به دلیل کاربردهای متنوع و عملیاتی کوادروتورها، در زمینه‌های گوناگون، از جمله نظارت، بازرسی، امداد و نجات و سایر زمینه‌ها، محققان بسیاری در سرتاسر جهان مشتاق مطالعه و تحقیق پیرامون این پرنده‌ها شده‌اند [۱]. با توجه به کاربردهای فوق‌الذکر، حفظ موقعیت و حفظ وضعیت این پرنده، از اهمیت بالایی برخوردار است. در بیشتر موارد کاربردی، فرایند حفظ موقعیت کوادروتورها توسط عملگرهای کنترلی، با استفاده از سیستم‌های کنترل از راه دور و یا سیستم‌های متصل به پرنده (on board) و به صورت خودکار صورت می‌پذیرد به نحوی که امکان باقی ماندن پرنده در موقعیت و وضعیت مطلوب فراهم گردد. در این راستا و به منظور نیل به اهداف فوق تا به امروز پژوهش‌های زیادی با الگوریتم‌های متعددی بسته به نوع عملیات، ساختار پرنده، قدرت پردازنده کنترلی و دیگر موارد صورت پذیرفته است [۲-۴]. یکی از الگوریتم‌های کنترلی قدرتمند و کاربردی جهت حفظ موقعیت و تعقیب مسیر، الگوریتم تطبیقی می‌باشد [۵؛ ۶]. از آن جهت که دینامیک کوادروتورها غیر خطی بوده و در واقعیت برای مدل‌سازی از ساده‌سازی‌های استفاده می‌شود می‌توان از الگوریتم تطبیقی بهینه بهره جست به نحوی که پارامترهای کنترلی در صورت لزوم و بسته شرایط قابلیت به روزرسانی داشته باشد که برای فرایند به روزرسانی پارامترهای کنترلی می‌توان از روش‌هایی نظیر بهینه‌سازی، فازی، شبکه عصبی و یا روش‌های ترکیبی نظیر فازی عصبی و غیره بهره برد. از سویی باید اشاره داشت که روش‌های نظیر فازی، یا شبکه عصبی قابلیت اعمال محدودیت‌هایی نظیر محدودیت‌های فیزیکی (دور موتور، جریان باتری، وزن پرنده) و غیره را، در فرایند به روزرسانی نداشته ولی دارای سرعت جواب دهی بالاتری نسبت به روش‌های بهینه‌سازی می‌باشند اما روش‌های بهینه‌سازی دارای توانایی بیشتر در یافتن پاسخ‌های بهتر و قابل قبول تر نسبت به روش‌های مذکور هستند. با توجه به این که هدف این مقاله دستیابی به پاسخ‌های بهتر برای مانور حفظ موقعیت، حفظ وضعیت و تعقیب مسیر است روش‌های بهینه‌سازی را برای به روزرسانی پارامترها اتخاذ نموده‌ایم.

روش‌های بهینه‌سازی را می‌توان در دو دسته کلی مبتنی بر گرادینان و روش‌های فرا ابتکاری دسته‌بندی نمود [۷]. بیشتر روش‌های فرا ابتکاری سازوکار آزاد از محاسبه مشتق برخی روابط دارند، به علاوه مسائل را به صورت تصادفی بهینه‌سازی می‌کنند [۸]. به عبارتی دیگر عملیات بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های تصادفی انجام شده و برای پیدا کردن مقادیر بهینه نیازی به محاسبه مشتق فضاهای جستجو نخواهد بود. این موضوع موجب شده تا راه‌حل‌های فرا ابتکاری برای موضوعات حقیقی با مشتقات سنگین و ناشناخته بسیار مفید و مناسب باشد. روش‌های بهینه‌سازی تصادفی را می‌توان به دو دسته عمده طبقه‌بندی نمود. دسته اول با الهام‌پذیری از پدیده‌های تکاملی طبیعی بوده و بر اساس عملگرهای تصادفی پیاده‌سازی می‌شوند. یکی از مشهورترین این روش‌ها، الگوریتم ژنتیک (GA) است که پاسخ‌های قابل قبولی ارائه می‌دهد اما سرعت حل آن ضعیف می‌باشد. دسته دیگر این الگوریتم‌ها با الهام از رفتار اجتماعی یک جامعه به صورت همکاری متقابل جهت رسیدن به یک هدف نهایی عمل می‌کند و به الگوریتم‌های مبتنی بر هوش جمعی مشهور است. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم گرگ‌های خاکستری (GWO) اشاره کرد [۹] که در آن پارامترهای جستجوگر، به منظور رسیدن به بهینه شدن تابع هدف، موقعیت خود را در یک فضای جستجوی چندبعدی تغییر می‌دهند. در این پژوهش فرایند به روزرسانی پارامترها با الگوریتم گرگ‌های خاکستری که از خانواده روش‌های فرا ابتکاری می‌باشد صورت پذیرفته خواهد پذیرفت.

با توجه به آنچه تا بدین جا بیان شد هدف این مقاله طراحی کنترل‌کننده‌ای است که قادر باشد پرنده را در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات پایدار نموده و آن را به سمت مسیر مطلوب هدایت کند. با نگاهی به طیف فعالیت‌ها د حوزه هدایت و کنترل پرنده‌های بدون سرنشین تا به امروز کنترل‌رهای گوناگون خطی و غیر خطی برای کنترل موقعیت و تعقیب مسیر کوادروتورها طراحی و پیاده‌سازی شده است. دسته اول از این کنترل‌رها بر مبنای روش‌های خطی صورت پذیرفته

است که از آن جمله می‌توان به روش رگولاتور خطی مرتبه دو<sup>۱</sup> LQR، گوسین خطی مرتبه دوم گوسین<sup>۲</sup> LQG، تعقیب مرتبه دو خطی<sup>۳</sup> LQT، تناسبی-انتگرالی-مشقی<sup>۴</sup> PID و غیره اشاره داشت که بیشتر در مورد سیستم‌هایی با مدل ساده شده به کار می‌روند. لذا این کنترلرها بر اساس مدل خطی شده از سیستم طراحی می‌گردند و زمانی که وضعیت سیستم فاصله زیادی از نقطه‌ای که سیستم حول آن خطی شده است، داشته باشد عملکرد سیستم بسیار نامطلوب می‌گردد، در نتیجه این گروه از کنترلرها در مقابله با عدم قطعیت‌های موجود در سامانه با مشکل مواجه می‌شوند. به عبارتی دیگر قادر به جبران و خنثی‌سازی پدیده‌های غیرخطی بر روی پرند نه‌بده و برای اهداف این پژوهش (حفظ موقعیت، حفظ وضعیت و تعقیب مسیر) مناسب نمی‌باشند. عدم توانایی کنترل‌کننده‌های خطی در مورد سیستم‌های غیرخطی، روند پیشرفت در زمینه روش‌هایی همچون روش کنترل خطی سازی با فیدبک<sup>۵</sup>، روش کنترل پس‌گرد<sup>۶</sup>، کنترل مد لغزشی<sup>۷</sup>، کنترل تطبیقی<sup>۸</sup> را سرعت بخشیده است [۱۰-۱۲].

همان‌طور که اشاره شد، برخی روش‌ها نیاز به خطی‌سازی دینامیک سیستم دارند که این امر مقاوم بودن کنترلر و همچنین مانورپذیری پرند را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. از طرفی اکثر راه‌حل‌های مذکور نیاز به داده‌های بسیار دقیقی از دینامیک سیستم و مسیر آن دارند تا بتوانند سیستم را خطی کرده و یا پارامترهای کنترلر را برای بهترین کارایی تنظیم کنند. از سویی دیگر با پیچیده‌تر شدن سیستم، پدیده‌هایی که بر آن اثر می‌گذارند به‌ندرت قابل‌شناسایی بوده و مدل ریاضی به‌دست‌آمده، تقریبی از سیستم واقعی است که این امر سبب وارد شدن نامعینی‌هایی به سیستم می‌شود. این در حالی است که کنترلر به‌دست‌آمده بر مبنای مدل نامعین، باید بتواند پایداری و عملکرد مورد نظر طراح را در مقابل عدم قطعیت‌های مدل و هم‌اغتشاشات موجود در محیط اطراف تضمین نماید. یکی از راهکارهای پیشنهادی برای حل چالش مذکور بهره‌گیری از روش کنترل تطبیقی است. همان‌طور که از نام این روش بر می‌آید کنترل‌کننده مذکور، کنترل‌کننده‌ای است که می‌تواند رفتارش را در پاسخ به دینامیک سیستم و اغتشاش‌ها تغییر دهد. سیستم کنترل تطبیقی مورد نظر این مقاله از دو حلقه تشکیل شده است (شکل ۱):

۱- حلقه فیدبک معمولی شامل فرآیند و کنترل‌کننده

۲- حلقه تنظیم پارامتر

<sup>1</sup> Linear Quadratic Regulator

<sup>2</sup> Linear quadratic Gaussian

<sup>3</sup> Linear Quadratic Tracking

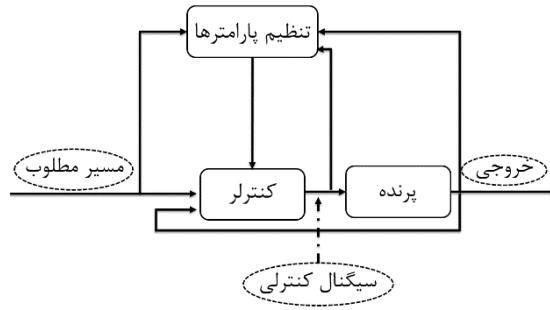
<sup>4</sup> Proportional Integral Derivative

<sup>5</sup> Feedback Linearization

<sup>6</sup> Backstepping Controller

<sup>7</sup> Sliding Mode Control

<sup>8</sup> Adaptive Control



شکل ۱. شماتیک سیستم حلقه بسته برای کنترل تطبیقی.

در ادامه در بخش دوم به معرفی ساختار و بیان مدلی (بر مبنای روش نیوتن اویلر) به منظور بررسی رفتار سیستم و طراحی کنترل کننده پرداخته خواهد شد که در آن از برخی اثرات فیزیکی برای ساده تر شدن طراحی کنترلر صرف نظر شده است. همچنین به جهت تسهیل درک روابط، برای طراحی کنترلر مدل فضای حالت سیستم احصا می شود. در بخش سوم و چهارم ساختار کنترلی و الگوریتم به روزرسانی پارامترهای کنترلی برای کنترل موقعیت و تعقیب مسیر پرنده ارائه می گردد. در بخش پنجم، کنترلر طراحی شده در حضور برخی نامعینی ها و اغتشاشات خارجی بر روی سیستم اعمال می گردد و کارایی آن مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد. در نهایت، نتایج به دست آمده جمع بندی خواهد شد.

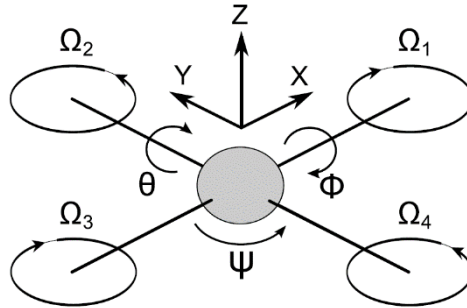
## معادلات حرکت

### مقدمه

بدنه کوادروتور به شکل عملگر جمع (+) است که نیروی مؤثر (پردازشگر مرکزی و کنترلر، دوربین و دیگر تجهیزات، سنسورها) در مرکز آن قرار دارد. در انتهای هر محور یک موتور الکتریکی (BLDC)<sup>۱</sup> قرار دارد که دارای یک پره سبک است (در بیشتر مراجع به مجموعه موتور و پره ها، روتور گفته می شود). در بیشتر مراجع کنترلی و در این مقاله، ورودی موجود برای سیستم کنترل، صرفاً دور موتورها اتخاذ شده است.

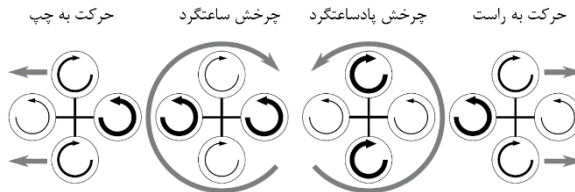
مطابق شکل (۲) دو روتوری که روی یک محور در دو طرف آن قرار دارند در یک جهت و دو روتور دیگر بر روی محور دیگر، در خلاف جهت دو روتور قبلی می چرخند. حرکت پیچ با افزایش (کاهش) سرعت موتور عقبی و کاهش (افزایش) سرعت موتور جلویی به طور هم زمان حاصل می شود. حرکت رول به طور مشابه با استفاده از موتورهای طرفین ایجاد می شود. حرکت یاو نیز با افزایش (کاهش) سرعت موتورهای جلو و عقب و کاهش (افزایش) سرعت موتورهای کناری حاصل می شود. معمولاً حرکات مذکور با ثابت نگه داشتن نیروی تراست کل روتورها انجام می شود [۱].

<sup>1</sup> Brush-Less DC



شکل ۲. شماتیک ساده شده دیگرام کوادروتور [۱۳].

در هنگام مانورپذیری، کوادروتور به سمت روتوری با سرعت چرخش کمتر متمایل می‌شود و باعث می‌شود تا نیروی تراست، یک مؤلفه در آن جهت پیدا کند و کوادروتور به دلیل ساختار کوپلینگ حرکت انتقالی نیز داشته باشد. در واقع وجود کوپلینگ بین متغیرهاست که باعث می‌شود با چهار ورودی کنترلی، شش درجه آزادی پرنده را کنترل نمود. برای داشتن حرکت عمودی نیز سرعت زاویه‌ای پره‌ها تغییر داده می‌شود. نحوه انجام این مانورها در شکل (۳) نشان داده شده است:



شکل ۳. اجرای حرکات پایه برای یک کوادروتور، (ضخامت فلش متناسب با سرعت زاویه‌ای روتور است) [۱۱].

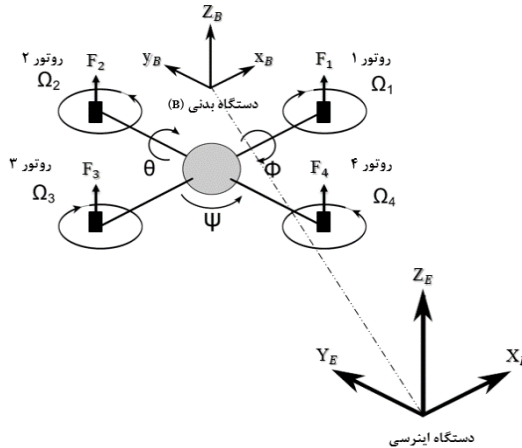
### مدل‌سازی دینامیک پرنده

برای مدل‌سازی فرضیاتی صورت گرفته که به شرح زیر می‌باشند:

- ۱- ساختار پرنده به صورت صلب و متقارن در نظر گرفته شده است.
  - ۲- مبدأ دستگاه مختصات بدنی منطبق بر مرکز جرم بدنه فرض شده است.
  - ۳- پره‌ها به صورت صلب در نظر گرفته شده است.
  - ۴- نیروی پسا و برا متناسب با سرعت پره‌ها به توان دو، در نظر گرفته شده است.
- برای به دست آوردن مدلی برای تحلیل رفتار سیستم باید معادلات مربوط به سینماتیک و دینامیک سیستم را به دست آورد. معادلات سینماتیک، بیانگر جسم صلب بدون در نظر گرفتن نیروها و گشتاورهای تولیدکننده حرکت بوده به عبارتی توصیف سینماتیکی یک توصیف هندسی می‌باشد. درحالی‌که معادلات دینامیکی بیانگر یک نگاشت مناسب بین نیروهای خارجی اعمال شده به جسم، موقعیت، سرعت و شتاب جسم می‌باشد. در مراجع کنترلی، دو روش برای مدل‌سازی دینامیکی کوادروتورها ارائه شده است. روش‌های مذکور، روش لاگرانژ و روش نیوتن اولبر می‌باشند. از آنجایی‌که

هدف این پژوهش طراحی کنترلر بوده روابط مربوط به مدل سازی از مراجع [۱۳؛ ۱۴] اتخاذ شده که در آن، مدل مذکور از روش نیوتن اوپلر استخراج شده است.

یک جسم صلب در فضا دارای شش درجه آزادی (DOF<sup>۱</sup>) است که سه درجه آن برای توصیف موقعیت مرکز جرم جسم (COM<sup>۲</sup>) و سه درجه دیگر برای توصیف جهت گیری پرنده در فضا به کار می رود. از آنجایی که هر درجه آزادی، دو متغیر حالت را در بر می گیرد (موقعیت و سرعت)، به دوازده معادله دیفرانسیل برای توصیف کامل حرکت جسم نیازمندیم. معادلات باید در دستگاه مشخصی بیان شوند. اگر دستگاه مختصات اینرسی (زمینی) را با E و دستگاه بدنی را با B به صورت شکل ۴ نشان دهیم داریم:



شکل ۴. شماتیک دستگاهها مختصات اینرسی و بدنی برای کوادروتور.

با استفاده از روابط نیروها و گشتاورها معادلات حرکت در دستگاه اینرسی به دست می آید [۱۳؛ ۱۴]. معادلات شتابهای زاویه‌ای به شرح زیر می باشند:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{I_Y - I_Z}{I_X} - \frac{I_R}{I_X} \dot{\theta}\Omega_R + \frac{lb}{I_X} u_1 \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{I_Z - I_X}{I_Y} + \frac{I_R}{I_Y} \dot{\phi}\Omega_R + \frac{lb}{I_Y} u_2 \\ \ddot{\psi} &= \dot{\theta}\dot{\phi} \frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z} u_3 \end{aligned} \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $(\phi, \theta, \psi)$  زوایای اوپلر (رول  $(\phi)$ ، پیچ  $(\theta)$  و یاء  $(\psi)$ ) نسبت به دستگاه مختصات اینرسی می باشند. به ترتیب ممان اینرسی حول محور  $X, Y, Z$  می باشند البته باید اشاره داشت که در اینجا فرض شده ساختار کوادروتور متقارن است یعنی  $(I_{XY} = I_{YZ} = I_{ZX} = 0)$ . در روابط مذکور  $\Omega_R$  مجموع سرعت زاویه‌ای

<sup>1</sup> Degrees Of Freedom

<sup>2</sup> Center of Mass

رتورها می‌باشد.  $u_i, i = 1, \dots, 4$  ورودی‌های کنترلی می‌باشند. معادلات شتاب‌های انتقالی پرنده در دستگاه کارترین به شرح زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\begin{aligned}\ddot{X} &= \sin(\theta) \cos(\phi) \frac{b}{m} u_4 \\ \ddot{Y} &= -\sin(\phi) \frac{b}{m} u_4 \\ \ddot{Z} &= -g + \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{b}{m} u_4\end{aligned}\quad (2)$$

در رابطه (۲)  $(X, Y, Z)$  بیانگر بردار موقعیت پرنده در دستگاه اینرسی،  $m$  جرم پرنده (به همراه تجهیزات)،  $g$  شتاب جاذبه گرانشی زمین،  $b$  ضریب تراست و  $l$  فاصله از مرکز دوران روتور (پره) تا مرکز بدنه می‌باشند. به منظور ساده‌سازی روابط (۱) و (۲)، و بیان به فرم معادلات حالت از تغییر متغیر و ساده‌سازی‌های زیر استفاده نموده‌ایم:

$$\begin{aligned}x_1 &= \phi & x_2 &= \dot{\phi} & x_3 &= \theta & x_4 &= \dot{\theta} \\ x_5 &= \psi & x_6 &= \dot{\psi} & x_7 &= X & x_8 &= \dot{X} \\ x_9 &= Y & x_{10} &= \dot{Y} & x_{11} &= Z & x_{12} &= \dot{Z} \\ x_{13} &= \psi & x_{14} &= \dot{\psi} & x_{15} &= X & x_{16} &= \dot{X}\end{aligned}\quad (3)$$

برای ضرایب داریم:

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{l_Y - l_Z}{l_X} & a_2 &= \frac{l_R}{l_X} & b_1 &= \frac{lb}{l_X} \\ a_3 &= \frac{l_Z - l_X}{l_Y} & a_4 &= \frac{l_R}{l_Y} & b_2 &= \frac{lb}{l_Y} \\ a_5 &= \frac{l_X - l_Y}{l_Z} & b_3 &= \frac{d}{l_Z} \\ b_4 &= \frac{b}{m}\end{aligned}\quad (4)$$

در نهایت با استفاده از تغییر متغیرهای (۴)، معادلات حرکت در فضای حالت را می‌توان به فرم  $\dot{X} = f(X, U)$  نوشت که در آن  $U$  بردار ورودی‌های کنترلی و  $X$  بردار حالت است که به صورت زیر اتخاذ شده است:

$$\dot{X} = [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}, Z, \dot{Z}, \phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}] \quad (5)$$

$$U = [u_1, u_2, u_3, u_4]$$

در رابطه (۵) کنترلر ها برحسب سرعت چرخش پره‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$\Omega_R = (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \quad (۷)$$

در معادله (۶)،  $u_1$  تا  $u_4$  به ترتیب مربوط به گشتاور رول، گشتاور پیچ، گشتاور یاو و نیروی تراست هستند. در نهایت معادلات به فرم  $\dot{X} = f(X, U)$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_4 x_6 a_1 - a_2 x_4 \Omega_R + b_1 u_1$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = x_2 x_6 a_3 + a_4 x_2 \Omega_R + b_2 u_2$$

$$\dot{x}_5 = x_6$$

$$\dot{x}_6 = x_2 x_4 a_5 + b_3 u_3$$

(۸)

$$\dot{x}_7 = x_8$$

$$\dot{x}_8 = \sin(x_3) \cos(x_1) b_4 u_4$$

$$\dot{x}_9 = x_{10}$$

$$\dot{x}_{10} = -\sin(x_1) b_4 u_4$$

$$\dot{x}_{11} = x_{11}$$

$$\dot{x}_{12} = -g + \cos(x_3) \cos(x_1) b_4 u_4$$

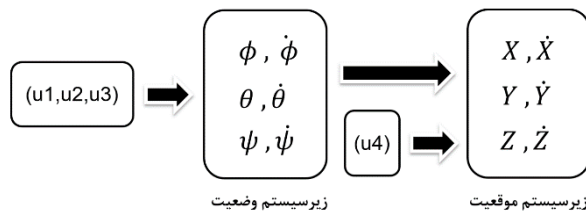
همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد مسئله کنترلی که در این تحقیق بررسی می‌شود مسئله تعقیب مسیر مرجع و حفظ موقعیت پرنده است. تا بدین جا معادلات سیستم مشخص شد اکنون قصد داریم برای سیستم مشخص شده یک کنترل مناسب و قابل پیاده‌سازی طراحی نماییم که در بخش بعدی به این امر پرداخته‌ایم.

## طراحی کنترل کننده غیر خطی تطبیقی

با توجه به روابط (۱) می توان دریافت که در این سیستم زوایا و مشتقات آنها به مؤلفه های انتقالی وابسته نیستند بنابراین می توان کل سیستم (۸) را به دو زیر سیستم تقسیم نمود.

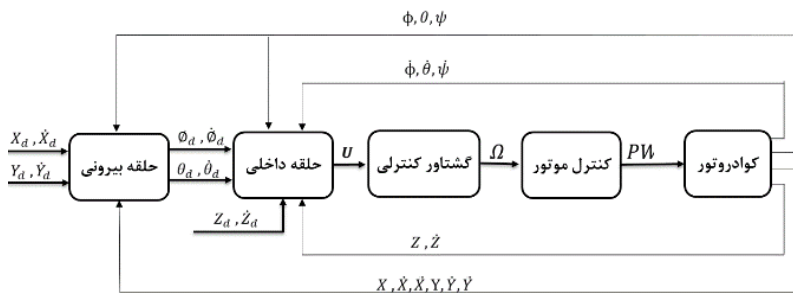
- الف) زیرسیستم حفظ وضعیت پرنده
- ب) زیرسیستم حفظ موقعیت پرنده

در اینجا می توان ابتدا زیرسیستم وضعیت را کنترل و پایدار نمود، سپس به کنترل و پایداری زیرسیستم موقعیت پرداخت. که این دو را می توان به صورت دو حلقه کنترلی در نظر گرفت. بدین ترتیب کنترل زیرسیستم حفظ وضعیت در حلقه داخلی و کنترل زیرسیستم حفظ موقعیت در حلقه بیرونی قرار خواهد گرفت. شماتیک کوپلینگ دو سیستم مذکور در شکل ۵ نشان داده شده است:



شکل ۵. دیاگرام کوپلینگ دو زیرسیستم موقعیت و وضعیت.

با توجه به آن که هدف این مقاله تعقیب مسیر با حفظ موقعیت و وضعیت پرنده نسبت به مسیر مرجع (موقعیت و وضعیت مرجع) می باشد. لذا، هدف پیشرو، محاسبه گشتاورهای کنترلی مربوط به هر روتور (تعیین دور هر روتور) است تا به موقعیت و جهت گیری مورد نظر در فضا دست یابیم. شماتیک الگوریتم پیشنهادی جهت دستیابی به هدف پیشرو را در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶. شماتیک کنترل پیشنهادی.

مطابق دیاگرام شکل (۶)، پروسه کنترل در دو گام کلی انجام خواهد شد ابتدا با توجه به اختلاف بین موقعیت پرنده از مسیر مرجع و نرخ آن، در راستای طولی و عرضی، زوایای رول و پیچ مرجع مورد نیاز (و نرخ زوایای مذکور) برای از بین بردن خطاهای محاسبه شده تعیین می گردد. همچنین اختلاف ارتفاع و نرخ آن (و در صورت نیاز اختلاف زاویه یاو مثلاً در حالت های فیلم برداری که در یک موقعیت مشخص پرنده لازم است حول مرکز جرمش دوران داشته باشد.) از مقدار مرجع نیز محاسبه می شود. در گام بعدی با توجه به خطاهای محاسبه شده میزان گشتاور مورد نیاز و به طبع آن

میزان دور هر روتور تعیین شده تا سیگنال کنترلی مورد محاسبه گردیده و به سیستم اعمال گردد. که در ادامه شرح داده می‌شود.

از آن جهت که پارامترهای سیستم مدل شده ممکن است با خطا همراه باشد و یا فقط تخمینی از پارامترهای سیستم در دسترس می‌باشد. یک راه حل ممکن برای مقاوم کردن سیستم دینامیکی در مقابل خطای پارامترها، استفاده از روش‌های کنترل غیرخطی بوده که یکی از کارآمدترین روش‌ها روش تطبیقی است. در اینجا برای سیستم کوادروتور بیان شده با رابطه (۸)، یک کنترل کننده غیرخطی تطبیقی بهینه ارائه و پایداری آن اثبات می‌گردد. در این مقاله فرض شده که برخی پارامترها و ثابت‌های سیستم مدل شده با خطا و عدم قطعیت همراه است (خطاهای ناشی از مدل‌سازی، اغتشاشات، محیط و غیره)، لذا بر آن هستیم تا با بهره‌گیری از روش کنترل تطبیقی و بهینه‌سازی به طراحی یک کنترلر مقاوم و کارآمد جهت حفظ موقعیت و تعقیب مسیر بپردازیم.

حرکت افقی از طریق متمایل کردن بردار تراست به سمت مسیر حرکت حاصل می‌شود. این عمل با چرخش خود پرنده (کوادروتور) صورت می‌پذیرد. به واقع کنترل موقعیت برای رسیدن به  $X$  و  $Y$  مطلوب با فراهم نمودن زوایای رول و پیچ مناسب صورت می‌گیرد. لذا گام اول فرایند کنترلی پیش رو، تعیین زوایای رول و پیچ مرجع  $(\phi_d, \theta_d)$  خواهد بود که توسط زیرسیستم وضعیت جهت‌گیری در حلقه داخلی دنبال می‌شوند. به عبارتی دیگر برای کنترل موقعیت کوادروتور در صفحه  $(X, Y)$  کافی است زوایای رول و پیچ کوادروتور به گونه‌ای تغییر داده شوند که مقادیر مطلوب برای  $X$  و  $Y$  حاصل شود. برای به دست آوردن زوایای رول و پیچی که به ازای آن‌ها  $X$  و  $Y$  مطلوب ایجاد می‌شود، از معادلات (۱) و (۲) استفاده می‌کنیم: به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$\phi_d = -\sin^{-1} \left( K_{1Y}(Y_d - Y) + K_{2Y}(\dot{Y}_d - \dot{Y}) \right) \quad (9)$$

به طریق مشابه:

$$\theta_d = \sin^{-1} \left( \frac{K_{1X}(X_d - X) + K_{2X}(\dot{X}_d - \dot{X})}{\cos(\phi)} \right) \quad (10)$$

در روابط (۹) و (۱۰) ضرایب  $K_{1Y}$ ،  $K_{2Y}$ ،  $K_{1X}$ ،  $K_{2X}$  بهره‌های کنترلی با علامت مثبت می‌باشند. برای نرخ تغییرات زوایای رول و پیچ مطلوب می‌توان از روابط (۱۱) و (۱۲) استفاده نمود:

$$\dot{\phi}_d = \frac{K_1 \times \dot{Y} + K_2 \times \ddot{Y}}{\sqrt{1 - (K_1 \times Y + K_2 \times \dot{Y})^2}} \quad (11)$$

به طریق مشابه:

$$\dot{\theta}_d = \frac{-\left( \frac{K_1 \dot{X} + K_2 \ddot{X}}{\cos(\phi)} + \frac{(K_1 X + K_2 \dot{X}) \dot{\phi} \sin(\phi)}{\cos^2(\phi)} \right)}{\sqrt{1 - \frac{(K_1 \times X + K_2 \times \dot{X})^2}{\cos^2(\phi)}}} \quad (12)$$

تا بدین جا مقدار زوایای رول و پیچ مطلوب برای رسیدن به موقعیت مطلوب در صفحه  $(X-Y)$  به دست آمد. حال اگر بردار متغیرهای حالت‌های مطلوب را با  $X_d$  نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 X_{1d} &= \phi_d, & X_{2d} &= \dot{\phi}_d \\
 X_{3d} &= \theta_d, & X_{4d} &= \dot{\theta}_d \\
 X_{5d} &= \psi_d, & X_{6d} &= \dot{\psi}_d \\
 X_{7d} &= X_d, & X_{8d} &= \dot{X}_d \\
 X_{9d} &= Y_d, & X_{10d} &= \dot{Y}_d \\
 X_{11d} &= Z_d, & X_{12d} &= \dot{Z}_d
 \end{aligned}
 \tag{۱۳}$$

اکنون برحسب مقادیر مرجع و مقادیر موقعیت و وضعیت پرنده، خطای زوایای و موقعیت‌ها از مقدار مطلوبشان به صورت روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= x_1 - x_{1d} \\
 e_2 &= x_2 - x_{2d} \\
 e_3 &= x_3 - x_{3d} \\
 e_4 &= x_4 - x_{4d} \\
 e_5 &= x_5 - x_{5d} \\
 e_6 &= x_6 - x_{6d} \\
 e_7 &= x_7 - x_{7d} \\
 e_8 &= x_8 - x_{8d} \\
 e_9 &= x_9 - x_{9d} \\
 e_{10} &= x_{10} - x_{10d} \\
 e_{11} &= x_{11} - x_{11d} \\
 e_{12} &= x_{12} - x_{12d}
 \end{aligned}
 \tag{۱۴}$$

خطاهای جانبی به صورت زیر در محاسبه می‌نماییم:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \Lambda e_1 + e_2 \\
 z_2 &= \Lambda e_3 + e_4 \\
 z_3 &= \Lambda e_5 + e_6 \\
 z_4 &= \Lambda e_{11} + e_{12}
 \end{aligned} \tag{۱۵}$$

همان طور که بیان شد ممکن است نایقینی‌هایی در اندازه‌گیری‌های سیستم صورت گرفته باشد لذا فرض می‌کنیم  $P$  بردار پارامترهای حقیقی و نامشخص سیستم مدل شده با روابط  $(\Lambda)$  باشد. اگر  $\tilde{P}$  را به‌عنوان بردار تخمین پارامترها در نظر بگیریم در آن صورت خطای تخمین را می‌توان به‌صورت  $\tilde{P} = \hat{P} - P$  به دست می‌آورد. تابع لیاپانوف پیشنهادی را به‌صورت رابطه (۱۶) نظر گرفته شده است:

$$V = \sum_{i=1}^4 V_i \tag{۱۶}$$

$$V_i = \frac{1}{2b_i} z_i^2 + \frac{1}{2\beta_i} \tilde{P}_i^T \tilde{P}_i$$

در رابطه (۱۶)،  $i = 1, 2, 3, 4$ ،  $\beta_i$  پارامترهای ثابت طراحی هستند و نرخ همگرایی در تطبیق را تعیین می‌کنند. مشتق تابع لیاپانوف (۱۶) نسبت به زمان به‌صورت رابطه (۱۷) است:

$$\dot{V}_i = \frac{1}{b_i} z_i \dot{z}_i - \frac{1}{\beta_i} \tilde{P}_i^T \dot{\tilde{P}}_i, \quad i = 1, 2, \dots, 4 \tag{۱۷}$$

در ادامه برای  $i = 1, \dots, 4$  با استفاده از روابط (۱۵) روابط استخراج می‌شوند که روند محاسبه آن‌ها به ازای  $i = 1, \dots, 4$  به شرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= \frac{1}{b_1} z_1 \dot{z}_1 - \frac{1}{\beta_1} \tilde{P}_1^T \dot{\tilde{P}}_1 = \frac{1}{b_1} z_1 (\Lambda \dot{e}_1 + \dot{e}_2) - \frac{1}{\beta_1} \tilde{P}_1^T \dot{\tilde{P}}_1 \\
 &= \frac{1}{b_1} z_1 (\Lambda (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d}) - \frac{1}{\beta_1} \tilde{P}_1^T \dot{\tilde{P}}_1
 \end{aligned} \tag{۱۸}$$

$$= z_1 \left( \frac{\Lambda}{b_1} \left( (x_2 - x_{2d}) - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{2d} \right) + \frac{a_1}{b_1} x_4 x_6 - \frac{a_2 \Omega_r}{b_1} x_4 + u_1 \right) - \frac{1}{\beta_1} \tilde{P}_1^T \dot{\tilde{P}}_1$$

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{b_2} z_2 \dot{z}_2 - \frac{1}{\beta_2} \tilde{P}_2^T \dot{\tilde{P}}_2 = \frac{1}{b_2} z_2 (\Lambda \dot{e}_3 + \dot{e}_4) - \frac{1}{\beta_2} \tilde{P}_2^T \dot{\tilde{P}}_2 \tag{۱۹}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{b_2} z_2 (\Lambda(\dot{x}_3 - \dot{x}_{3d}) + \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d}) - \frac{1}{\beta_2} \bar{P}_2^T \dot{\hat{P}}_2 \\
&= z_2 \left( \frac{\Lambda}{b_2} \left( x_4 - x_{4d} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{4d} \right) + \frac{a_3}{b_2} x_2 x_6 + \frac{a_4 \Omega_r}{b_2} x_2 + u_2 \right) - \frac{1}{\beta_2} \bar{P}_2^T \dot{\hat{P}}_2 \\
\dot{V}_3 &= \frac{1}{b_3} z_3 \dot{z}_3 - \frac{1}{\beta_3} \bar{P}_3^T \dot{\hat{P}}_3 = \frac{1}{b_3} z_3 (\Lambda \dot{e}_5 + \dot{e}_6) - \frac{1}{\beta_3} \bar{P}_3^T \dot{\hat{P}}_3 \\
&= \frac{1}{b_3} z_3 (\Lambda(\dot{x}_5 - \dot{x}_{5d}) + \dot{x}_6 - \dot{x}_{6d}) - \frac{1}{\beta_3} \bar{P}_3^T \dot{\hat{P}}_3 \tag{۲۰}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= z_3 \left( \frac{\Lambda}{b_3} \left( x_6 - x_{6d} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{6d} \right) + \frac{a_5}{b_3} x_2 x_4 + u_3 \right) - \frac{1}{\beta_3} \bar{P}_3^T \dot{\hat{P}}_3 \\
\dot{V}_4 &= \frac{1}{b_4} z_4 \dot{z}_4 - \frac{1}{\beta_4} \bar{P}_4^T \dot{\hat{P}}_4 = \frac{1}{b_4} z_4 (\Lambda \dot{e}_{11} + \dot{e}_{12}) - \frac{1}{\beta_4} \bar{P}_4^T \dot{\hat{P}}_4 \\
&= \frac{1}{b_4} z_4 (\Lambda(\dot{x}_{11} - \dot{x}_{11d}) + \dot{x}_{12} - \dot{x}_{12d}) - \frac{1}{\beta_4} \bar{P}_4^T \dot{\hat{P}}_4 \tag{۲۱}
\end{aligned}$$

$$= z_4 \left( \frac{\Lambda}{b_4} \left( x_{12} - x_{d12} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{d12} \right) - \frac{g}{b_4} + \cos(x_3) \cos(x_1) u_4 \right) - \frac{1}{\beta_4} \bar{P}_4^T \dot{\hat{P}}_4$$

در این صورت می‌توان  $\dot{V}_i$  را به فرم ساده زیر نوشت:

$$\dot{V}_i = z_i (\Gamma_i(x) P_i + u_i) - \frac{1}{\beta_i} \bar{P}_i^T \dot{\hat{P}}_i, \quad i = 1, 2, 3 \tag{۲۲}$$

$$\dot{V}_4 = z_4 (\Gamma_4(x) P_i + \cos(x_3) \cos(x_1) u_4) - \frac{1}{\beta_4} \bar{P}_4^T \dot{\hat{P}}_4$$

که در آن  $P_i$  و  $\Gamma_i(x)$  ها به ازای  $i = 1, 2, \dots, 4$  به شرح زیر می‌باشد:

$$\Gamma_i(x) \qquad P_i \qquad i$$

$$\Gamma_1(x) = \begin{bmatrix} x_2 - x_{2d} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{2d} & x_4 x_6 & x_4 \end{bmatrix} \qquad P_1 = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{b_1} \begin{bmatrix} \Lambda \\ a_1 \\ -a_2 \Omega_r \end{bmatrix} \qquad I$$

$$\Gamma_2(x) = \begin{bmatrix} x_4 - x_{4d} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{4d} & x_2 x_6 & x_2 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{b_2} \begin{bmatrix} \Lambda \\ a_3 \\ a_4 \Omega_r \end{bmatrix} \quad 2$$

$$\Gamma_3(x) = \begin{bmatrix} x_6 - x_{6d} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{6d} & x_2 x_4 \end{bmatrix} \quad P_3 = \begin{bmatrix} p_7 \\ p_8 \end{bmatrix} = \frac{1}{b_3} \begin{bmatrix} \Lambda \\ a_5 \end{bmatrix} \quad 3$$

$$\Gamma_4(x) = \begin{bmatrix} x_{12} - x_{d12} - \frac{1}{\Lambda} \dot{x}_{d12} & 1 \end{bmatrix} \quad P_4 = \begin{bmatrix} p_9 \\ p_{10} \end{bmatrix} = \frac{1}{b_4} \begin{bmatrix} \Lambda \\ -g \end{bmatrix} \quad 4$$

اکنون  $u_i$  و  $\hat{P}_i$  ها برای  $i = 1, 2, \dots, 4$  به صورت زیر انتخاب می‌شوند.

$$u_i = -(\Gamma_i(x)\hat{P}_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (23)$$

$$u_4 = -\left( \frac{\Gamma_4(x)\hat{P}_4}{\cos(x_3)\cos(x_1)} \right) \quad (24)$$

$$\hat{P}_i = \beta_i \Gamma_i^T(x) z_i \quad (24)$$

### بهینه‌سازی با روش گرگ‌های خاکستری

الگوریتم گرگ خاکستری، یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری جدید جهت حل مسائل بهینه‌سازی است. مکانیزم‌های جستجو در این الگوریتم از رفتار گونه‌ای از گرگ خاکستری در هنگام شکار الهام گرفته است. مطالعات اخیر توسط میر جلیلی و همکارانش [۹] نشان داد این الگوریتم از کارایی بهتری نسبت به الگوریتم‌های دیگر نظیر ازدحام ذرات، جستجوی جاذبه و غیره برخوردار می‌باشد. البته باید متذکر شویم که با بزرگ‌تر شدن ابعاد و اندازه مسائل بهینه‌سازی، فضای جستجو و به عبارتی پیچیدگی مسائل نیز افزایش پیدا می‌کند که در این پروژه با چالش مذکور روبرو نیستیم. از سویی می‌دانیم که برای استفاده از هر یک روش بهینه‌سازی، ابتدا باید هدف را، که یک معیار کمی از عملکرد سیستم تحت مطالعه می‌باشد، تعیین نمود. در اینجا هدف کمینه‌سازی خطای حفظ موقعیت و تعقیب مسیر است. در بعضی از سیستم‌ها، محدودیت‌هایی وجود دارد که باید ابتدا محدودیت‌ها ارضا شود سپس تابع هدف کمینه گردد که در رابطه (۲۵) این محدودیت‌ها بیان شده است.

در بخش قبلی روابط کنترلی تشریح گردید. اکنون باید برای تابع لیاپانوف پیشنهادی، پارامترهای کنترلی (مجهولات بهینه‌سازی) به نحوی به دست آیند که مقدار تابع لیاپانوف در هر لحظه مثبت معین و مشتق تابع منفی معین گردد تا پایداری مورد نظر تضمین گردد، (روابط ۲۵) بدین منظور از روش بهینه‌سازی گرگ‌های خاکستری جهت یافتن پارامترهای بهینه‌سازی (در رابطه ۱۶)،  $i = 1, 2, 3, 4$ ، پارامترهای ثابت طراحی) تحت قیود مذکور استفاده نموده‌ایم.

$$V(0) = 0$$

$$V(X) > 0, \quad \forall X \neq 0, X \in D \quad (25)$$

$$\dot{V}(X) < 0, \quad \forall X \neq 0, X \in D$$

در صورتی که شروط فوق ارضا گردد پایداری مجانی خواهیم داشت.

از آنجایی سیستم کنترلی واقعی شامل یک سری عدم قطعیت (از جمله بخش‌هایی که در مدل سای در نظر گرفته نشده و یا اغتشاشات ناخواسته) نیز هست، لذا به منظور افزایش مقاومت کنترل‌کننده و بهینه کردن تلاش کنترلی، پیشنهاد می‌شود که ورودی کنترلی رابطه (۲۳) با روش‌های دیگر نظیر pid غیر خطی بهینه ترکیب گردد. برای این کار کافی است بهره کنترلی  $G_i$  Gray Wolf Optimization برای  $i = 1, 2, \dots, 4$  به صورت بهینه تعیین گردد. بهره  $G_i$  همان بهره تناسبی است پس می‌توان با استفاده از روش‌ها و قوانین بهینه‌سازی موجود برای طراحی بهره‌های کنترل‌کننده‌های PID استفاده نمود. به این ترتیب رابطه نهایی کنترل‌کننده تطبیقی بهینه به صورت رابطه (۲۶) خواهد بود:

$$u_i = - \left( \Gamma_i(x) \hat{P}_i + G_{i \text{ Gray Wolf Optimization}} Z_i \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (26)$$

$$u_4 = - \left( \frac{\Gamma_4(x) \hat{P}_4 + G_{4 \text{ Gray Wolf Optimization}} Z_4}{\cos(x_3) \cos(x_1)} \right)$$

که می‌توان در آن بهره تناسبی  $G_{i \text{ Gray Wolf Optimization}}$  را با استفاده از روش بهینه‌سازی گرگ‌های خاکستری به دست آورد.

### نتایج حاصل از شبیه‌سازی

تا بدین جا روابط مورد نیاز جهت حل تشریح گردید. در ادامه نتایج حاصل از شبیه‌سازی مسئله تعقیب مسیر برای یک مدل مشخص کوادروتور ارائه شده است. پارامترهای فیزیکی کوادروتور از مراجع [۱۳؛ ۱۴] استخراج شده که در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱. ثابت‌های مدل.

ردیف	مشخصات فیزیکی	واحد	مقادیر
۱	طول بازو (l)	متر (m)	۰.۲۳۲
۲	جرم (m)	کیلوگرم (kg)	۰.۵۲
۳	ضریب تراست (b)	نیوتن در مربع ثانیه (N.s <sup>2</sup> )	۳.۱۳e-۵
۴	ضریب درگ (d)	نیوتن متر در مربع ثانیه (N.s <sup>2</sup> )	۷.۵e-۷
۵	ممان اینرسی حول محور (Ix)x	کیلوگرم. مترمربع (kg.m <sup>2</sup> )	۶.۲۲۸e-۳
۶	ممان اینرسی حول محور (Iy)y	کیلوگرم. مترمربع (kg.m <sup>2</sup> )	۶.۲۲۸e-۳
۷	ممان اینرسی حول محور (Iz)z	کیلوگرم. مترمربع (kg.m <sup>2</sup> )	۱.۱۲۱e-۲

موقعیت و وضعیت پرنده در لحظه ابتدایی:

$$\dot{X} = [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}, Z, \dot{Z}, \emptyset, \dot{\emptyset}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}] = \overline{[0]} \quad (27)$$

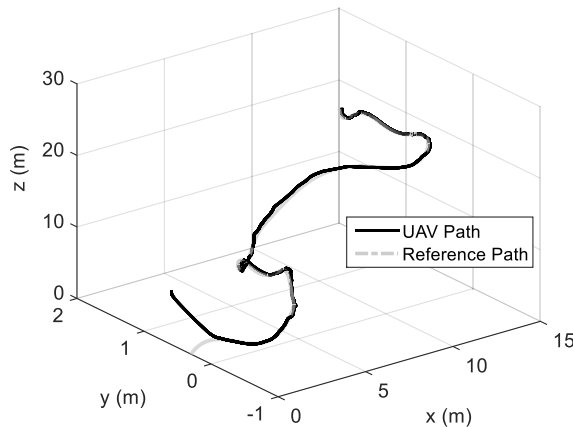
اکنون نیاز به یک مسیر مرجع بهینه (یا غیر بهینه) داریم تا برای تعقیب مسیر به زیرسیستم کنترل اعمال نماییم. از آنجایی که هدف این مقاله طراحی مسیر نبوده لذا تابع مسیر را یک تابع دلخواه در نظر گرفته‌ایم ولی برای تولید مسیرهای بهینه باید مسیر مطابق روش‌های مبتنی بر کنترل بهینه، فازی، شبکه عصبی و دیگر روش‌های طراحی مسیر استخراج نمود که بدین منظور می‌توان به مراجع [۱۵؛ ۱۶] مراجعه نمود. در اینجا سعی شده چندین تابع مختلف به‌عنوان ورودی مرجع در نظر گرفته شود تا صحت و کارایی روش ذکر شده مشخص گردد. در زیر یک نمونه از توابع مورد استفاده ارائه شده است. البته باید اشاره داشت که در اینجا به‌منظور شبیه‌سازی و درک بهتر سه تابع متغیر مستقل زمان وابسته هستند و می‌توان با حذف زمان از سه تابع مسیر مرجع را به‌صورت تابعی از یکدیگر مثلاً  $Z_d = f(X_d, Y_d)$  به دست آورد.

$$X_d = 0.1 * t + 3 * \sin(0.1 * t) - 1 * \sin(0.15 * t) \quad (28)$$

$$Y_d = 0.1 + 0.2 * \cos(0.1 * t) - 0.15 * \cos(0.15 * t)$$

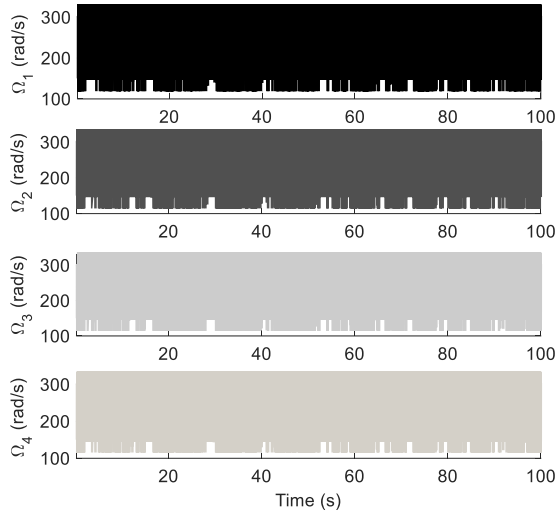
$$Z_d = 0.3 * t + 0.8 * \sin(0.5 * t)$$

در ادامه نتایج حاصل از شبیه‌سازی صورت گرفته در شکل‌های (۷) تا (۱۹) ارائه شده است.



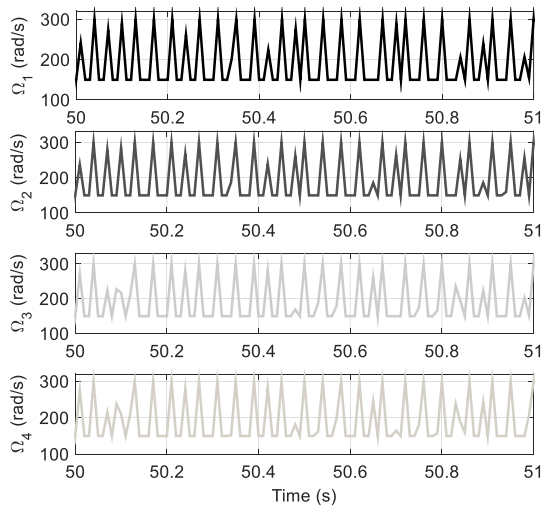
شکل ۷. نمای سه‌بعدی مسیر تعقیب شده در طی زمان.

در شکل (۷) نمای سه‌بعدی مسیر تعقیب شده توسط پرنده نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود پرنده در سه راستا به‌خوبی توانسته مسیر را تعقیب نماید. در ادامه در شکل (۸) دور روتورها در طی زمان ترسیم شده است.



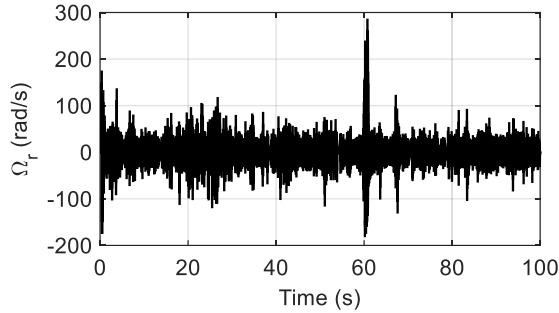
شکل ۸. سرعت زاویه‌ای هر روتور کوادروتور با کنترل تطبیقی پیشنهادی.

در شکل (۹) برای شفافیت هر چه بهتر بزرگ‌نمایی شده دور روتورها ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود رفتار ورودی‌های روتورها در محدوده قابل مجاز بوده و با اتخاذ مقادیر مناسب و به موقع سعی در اجرای هر چه بهتر مانور اعمالی داشته است.



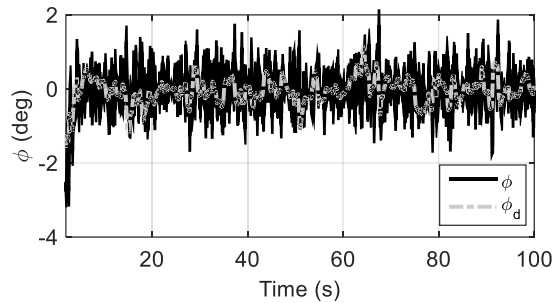
شکل ۹. بزرگ‌نمایی شده سرعت زاویه‌ای هر روتور.

در شکل (۱۰) رفتار مجموع سرعت زاویه‌ای رتورها بر حسب زمان نشان داده شده است.

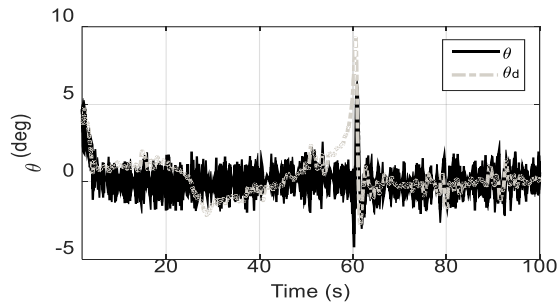


شکل ۱۰. مجموع سرعت زاویه‌ای رتورها.

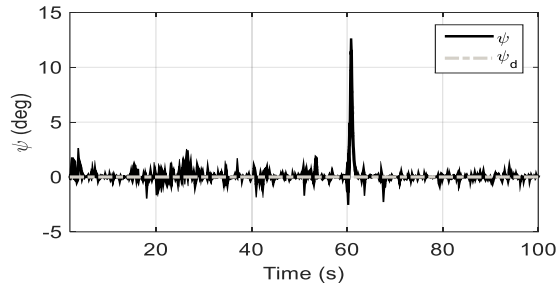
در ادامه تاریخچه تغییرات زمانی متغیرهای حالت پرنده به همراه مقادیر مرجع مورد نظرشان ترسیم شده است.



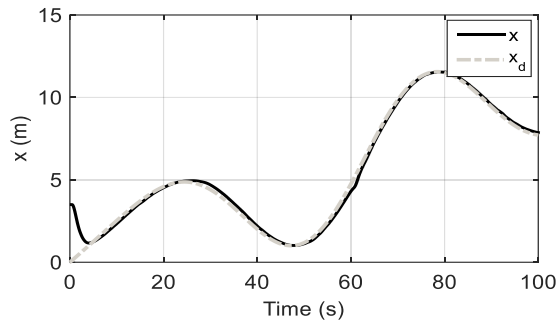
شکل ۱۱. زاویه رول ( $\phi$ ) و سیگنال مرجع ( $\phi_d$ ).



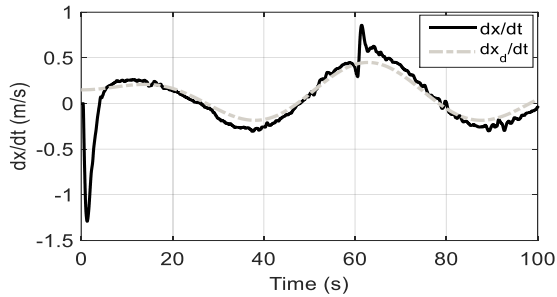
شکل ۱۲. زاویه پیچ ( $\theta$ ) و سیگنال مرجع ( $\theta_d$ ).



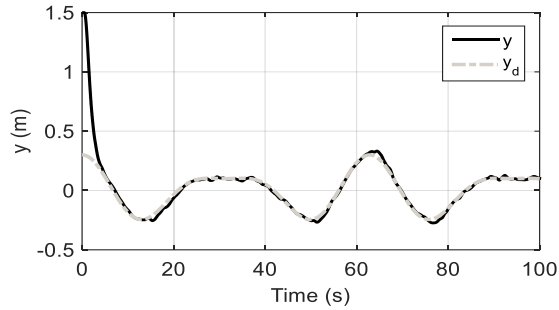
شکل ۱۳. زاویه یاور  $(\psi)$  و سیگنال مرجع  $(\psi_d)$ .



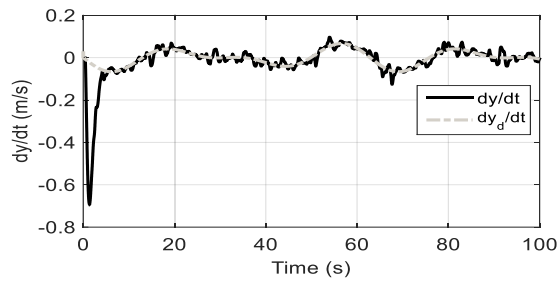
شکل ۱۴. موقعیت کوادروتور در راستای  $(X)$  و سیگنال مرجع  $(X_d)$ .



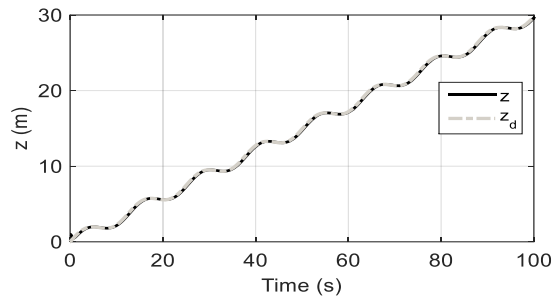
شکل ۱۵. سرعت کوادروتور در راستای  $X$ .



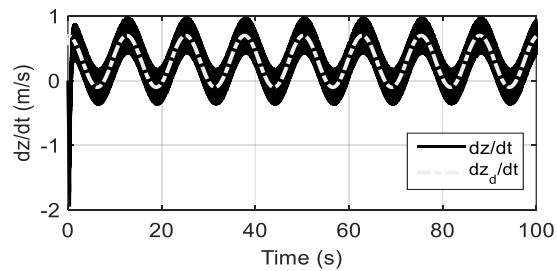
شکل ۱۶. رفتار پرنده در راستای عرضی ( $Y$ ) بر حسب زمان به همراه سیگنال مرجع ( $Y_d$ ).



شکل ۱۷. سرعت کوادروتور در راستای  $Y$ .



شکل ۱۸ ارتفاع پرنده ( $Z$ ) بر حسب زمان به همراه سیگنال مرجع ( $Z_d$ ).



شکل ۱۹. سرعت کوادروتور در راستای  $Z$ .

## نتیجه گیری

با توجه ضرورت و اهمیت کنترل به منظور حفظ موقعیت و تعقیب مسیر در حوزه پرنده‌های بدون سرنشین از جمله کوادروتورها، در این پژوهش به بحث و حل مسئله مذکور پرداخته شد. در ابتدای امر به معرفی ساختار و بیان یک مدل غیرخطی (بر مبنای روش نیوتن اولبر) جهت آنالیز رفتار سیستم و طراحی کنترل کننده پرداخته شد. همچنین به منظور ساده‌سازی و درک هر چه بهتر روابط، معادلات سیستم به فرم فضای حالت بیان شد. پس از بیان معادلات و روابط مورد نیاز به طراحی کنترل کننده پرداخته شد. بدین منظور کل سیستم به دو زیرسیستم تقسیم زیرسیستم تعیین و حفظ وضعیت و زیرسیستم تعیین و حفظ موقعیت پرنده تقسیم نموده و کوپلینگ بین آنها تشریح شد. در ادامه به طراحی کنترلر و پایداری پرداخته شد. از آن جهت که فرض شد پارامترهای سیستم مدل شده ممکن است با خطا همراه باشد و یا فقط تخمینی از پارامترهای سیستم در دسترس باشد از روش‌های کنترل غیرخطی تطبیقی جهت حل مسئله استفاده شد. پس از طراحی کنترلر، پارامترهای کنترلر طراحی شد با بهره‌گیری از روش بهینه‌سازی گرگ‌های خاکستری استخراج شد. همچنین به منظور افزایش مقاومت کنترل کننده و بهینه کردن تلاش کنترلر، پیشنهاد شد تا ورودی کنترلر رابطه (۲۳) با روش‌های دیگر نظیر pid غیرخطی بهینه ترکیب گردد. پس از بیان روابط، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته ارائه شد. مشاهده شد رویکرد پیشنهادی به‌خوبی توانسته کلیه نیازهای و اهداف مسئله را پاسخ دهد.

## References

- [1] Lee, H., & Kim, H. J. (2017). Trajectory tracking control of multirotors from modelling to experiments: A survey. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(1), 281-292. <https://doi.org/10.1007/s12555-015-0289-3>
- [2] Antonelli, G., Cataldi, E., Arrichiello, F., Giordano, P. R., Chiaverini, S., & Franchi, A. (2018). Adaptive Trajectory Tracking for Quadrotor MAVs in Presence of Parameter Uncertainties and External Disturbances. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(1), 248-254. <https://doi.org/10.1109/TCST.2017.2650679>
- [3] Hayajneh, M., Melega, M., & Marconi, L. (2018). Design of autonomous smartphone based quadrotor and implementation of navigation and guidance systems. *Mechatronics*, 49, 119-133. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2017.11.012>
- [4] Shastri, A. K., Kothari, M., & Abhishek, A. (2018, January 8-12). *Development of Flight Dynamics Model of Quadrotor*. 2018 American Institute of Aeronautics and Astronautics Guidance, Navigation, and Control Conference, Kissimmee, Florida. <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2018-1850>
- [5] Mottahedi, A., & Akbarzadeh Kalat, A. (2017). Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind disturbance. *Modares Mechanical Engineering*, 16(12), 95-102. <http://mme.modares.ac.ir/article-15-5615-en.html>
- [6] Navabi, M., & Mirzaei, H. (2015). Dynamic Modeling and Nonlinear Adaptive Control of Mesicopter Flight. *Modares Mechanical Engineering*, 15(5), 1-12. <http://mme.modares.ac.ir/article-15-8328-en.html>
- [7] Reklaitis, G. V., Ravindran, A., & Ragsdell, K. M. (2006). *Engineering optimization: methods and applications* (2 ed.). John Wiley & Sons. <https://www.amazon.com/Engineering-Optimization-methods-applications-Ravindran/dp/0471558141>
- [8] Hare, W., Nutini, J., & Tesfamariam, S. (2013). A survey of non-gradient optimization methods in structural engineering. *Advances in Engineering Software*, 59, 19-28. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.03.001>
- [9] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46-61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>

- [10] Khatoon, S., Gupta, D., & Das, L. K. (2014, September 24-27). *PID & LQR control for a quadrotor: Modeling and simulation*. 2014 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics, Delhi, India. <https://doi.org/10.1109/ICACCI.2014.6968232>
- [11] Panomrattananarug, B., Higuchi, K., & Mora-Camino, F. (2013, September 14-17). *Attitude control of a quadrotor aircraft using LQR state feedback controller with full order state observer*. The society Of Instrument And Control Engineers Annual Conference 2013, Nagoya, Japan. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6736320>
- [12] Zulu, A., & John, S. (2016). A review of control algorithms for autonomous quadrotors. *Journal of Applied Sciences*, 4(14), 547-556. <https://doi.org/10.4236/ojapps.2014.414053>
- [13] Nicol, C. E. (2010). *A Robust Adaptive Neural Network Control for a Quadrotor Helicopter* [Master, University of Calgary]. Calgary, Alberta, Canada. [https://www.collectionscanada.gc.ca/obj/thesescanada/vol2/002/MR62088.PDF?is\\_thesis=1&oclc\\_number=758060582](https://www.collectionscanada.gc.ca/obj/thesescanada/vol2/002/MR62088.PDF?is_thesis=1&oclc_number=758060582)
- [14] Nicol, C., Macnab, C. J. B., & Ramirez-Serrano, A. (2011). Robust adaptive control of a quadrotor helicopter. *Mechatronics*, 21(6), 927-938. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2011.02.007>
- [15] Dehghan, M., Sadeghiyan, B., & Khosravian, E. (2021). Private Trajectory Intersection Testing: Is Garbled Circuit Better than Custom Protocols? *International Journal of Engineering*, 34(4), 863-872. <https://doi.org/10.5829/ije.2021.34.04a.12>
- [16] Khosravian, E., & Maghsoudi, H. (2019). Design of an Intelligent Controller for Station Keeping, Attitude Control, and Path Tracking of a Quadrotor Using Recursive Neural Networks. *International Journal of Engineering*, 32(5), 747-758. [https://www.ije.ir/article\\_88211\\_da6e2c4a4d4660d1aaf6ff6a46097f72.pdf](https://www.ije.ir/article_88211_da6e2c4a4d4660d1aaf6ff6a46097f72.pdf)