



Optimization of Coefficients of FRP-confined Concrete Columns Compressive Strength Estimation Models using Whale Algorithm

Gholamreza Ahani^{1*}

¹Faculty Member, Department of Civil Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Article Type:

Original Research

Received: 22.02.2022

Revised: 08.13.2022

Accepted: 09.24.2022

Keyword:

Retrofit

Confining

Fiber-reinforced Polymer (FRP)

Square and Rectangular Columns

Compressive Strength

Whale Optimization Algorithm

*Corresponding Author:

Gholamreza Ahani

Email: ghahani@tvu.ac.ir

ABSTRACT

Confining reinforced concrete columns is one of the most conventional methods of column retrofit. Many tests have been conducted on fiber-reinforced polymer (FRP) confined concrete. Additionally, numerous models for determining the compressive strength of FRP-confined concrete cylindrical samples have been proposed. However, in earlier research, fewer models have been presented for determining the compressive strength of FRP-confined concrete with square and rectangular sections. Previous studies have offered models with a limited number of samples. As a result, using these models to estimate the compressive strength of various types of FRP-confined concrete might not be sufficiently precise. Therefore, one of the fundamental requirements for design engineers in retrofitting concrete structures is the presentation of a model capable of reliably estimating the compressive strength of these samples. Initially, the database for the present research was built using 485 laboratory samples of concrete confined with various types of FRP with square and rectangular sections from prior studies. Forty-four outlier samples were deleted from the database during the initial assessment. The constant coefficients of previous research models were then adjusted so as to minimize the discrepancy between laboratory compressive strength and models using 70% of the samples and the whale optimization algorithm. Therefore, these improved models might be used to estimate the compressive strength of several types of FRP-confined concrete. By comparing the statistical indices of samples that were not engaged in the training process, the results demonstrated that the total error decreased by 27 percent on average, and the correlation coefficient (R^2) increased by 3 percent.



EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Confining reinforced concrete columns is one of the most conventional methods of column retrofit. Many tests have been conducted on fiber-reinforced polymer (FRP) confined concrete. One of the first experimental studies on FRP-confined concrete columns was presented by Nanni and Bradford in 1994. Their specimens included concrete with ordinary strength, wrapped by three kinds of FRP under uniaxial compressive loading. By investigating stress-strain curves, they indicated that compressive strength and ductility were raised using FRP confinement.

Additionally, numerous models for determining the compressive strength of FRP-confined concrete cylindrical samples have been proposed. However, in earlier research, fewer models have been presented for determining the compressive strength of FRP-confined concrete with square and rectangular sections. Some of these studies are as follows: Moodi et al., Harajli et al., Ilki and Kumbasar, Lam and Teng, Pham and Hadi, Wei and Wu, Toutanji et al.

Previous studies offered models with a limited number of samples. As a result, using these models to estimate the compressive strength of various types of FRP-confined concrete might not be sufficiently precise. Therefore, one of the fundamental requirements for design engineers in retrofitting concrete structures is the presentation of a model capable of reliably estimating the compressive strength of these samples.

Methodology

Initially, the database for this research was built using 485 experimental samples of concrete confined with various types of FRP with square and rectangular sections from prior studies. Forty-four outlier samples were deleted from the database during the initial assessment.

The aim of this study was to optimize the constant coefficients of the previous study models for better estimation of the compressive strength of FRP-confined concrete. For this purpose, the coefficients of the models of past studies were optimized using the training data (70% of the total data that are randomly selected). The algorithm used in this part was the whale algorithm. The optimization was carried out in such a way that the difference between the experimental compressive strength and one of the model should be the smallest value. Therefore, in the whale algorithm, the following relationship was considered as the optimal function:

$$Z = 1 - R^2 + e_{tot} \quad (1)$$

$$e_{tot} = 100 \times \frac{\sum_{i=1}^N |Expe_i - Theo_i|}{\sum_{i=1}^N |Expe_i|} \quad (2)$$

In Eq. (1), R^2 is the correlation coefficient and in Eq. (2) *exp* and *pre* suffixes represent the experimental results and those estimated through the model, respectively. 30% of the remaining samples were used to evaluate the optimized models.

Results and discussion

The optimization carried out with the whale algorithm and the values of the optimal function before and after optimization for each model are presented in Table 1.

Table 1. The value of the optimal function before and after optimization.

Model	The value of the optimal function		Percentage reduction
	Before and after optimization	Before and after optimization	
Moodi et al	0.25	0.22	15.47
Wei and Wu	0.28	0.22	22.48
Toutanji et al	0.37	0.22	40.24
Pham and Hadi	0.51	0.30	40.31
Harajli et al	0.43	0.34	22.72
Ilki and Kumbasar	0.40	0.31	24.03
Lam and Teng	0.33	0.30	24.03

The statistical indices of samples that were not engaged in the training process (test samples) were calculated for each optimized model and presented in Table 2. By comparing the statistical indices, the results demonstrate that the total error fell by 27 percent on average.

Table 2. Statistical indices of optimized models.

	Model	MSE	AAE	SD	et
test	Moodi et al	2.35	11.46	13.95	12.18
	Wei and Wu	2.76	12.39	15.76	13.54
	Toutanji et al	3.01	13.07	16.03	14.29
	Pham and Hadi	3.55	14.43	18.43	15.26
	Harajli et al	3.65	14.48	18.51	16.18
	Ilki and Kumbasar	3.43	14.15	18.04	15.46
	Lam and Teng	3.25	13.34	17.40	14.61

Conclusion

Based on the statistical indices of the test samples, the statistical indices of the optimized model of Moodi et al.'s study were on average 29% less than the other models and the statistical indices of the optimized model of Wei and Wu were on average 29% less than the other models. Therefore, the optimized models of Moodi et al. and Wei and Wu can be selected as the best models.

بهینه‌سازی ضرایب مدل‌های تخمین مقاومت فشاری ستون‌های بتنی محصورشده با FRP با استفاده از الگوریتم نهنگ

غلامرضا آهنی^{۱*}

۱- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۲/۰۳

بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۲۲

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۰۲

کلید واژگان:

مقاوم‌سازی
محصورکننده
پلیمرهای مسلح الیافی
ستون‌های مربعی و مستطیلی
مقاومت فشاری
الگوریتم نهنگ

محصور کردن ستون‌های بتن مسلح، یکی از رایج‌ترین روش‌های مقاوم‌سازی ستون‌ها می‌باشد. آزمایش‌های متعددی بر روی بتن‌های محصورشده با ورقه‌های پلیمری مسلح الیافی (FRP) انجام شده است. همچنین، مدل‌های متعددی برای تعیین مقاومت فشاری نمونه‌های استوانه‌ای بتنی محصورشده با FRP ارائه شده است. اما در مطالعات گذشته مدل‌های کمتری برای تعیین مقاومت فشاری بتن‌های محصورشده با FRP دارای مقطع مربع و مستطیل ارائه گردیده است. مدل‌های ارائه شده در مطالعات گذشته با تعداد محدود نمونه بوده است. بنابراین استفاده از این مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری انواع بتن‌های محصورشده با انواع FRP ممکن است دارای دقت کافی نباشد. بنابراین ارائه مدلی که بتواند مقاومت فشاری این نمونه‌ها را با دقت کافی تخمین بزند، یکی از نیازهای اساسی مهندسان طراح مقاوم‌سازی سازه‌های بتنی می‌باشد. در این مطالعه ابتدا، پایگاه اطلاعات ۴۸۵ نمونه آزمایشگاهی بتن محصورشده با انواع FRP دارای مقطع مربعی و مستطیلی، از مطالعات گذشته گردآوری گردید. با بررسی اولیه ۴۴ نمونه پرت از این پایگاه حذف گردید. سپس، با استفاده از ۷۰ درصد نمونه‌های این پایگاه و الگوریتم نهنگ، ضرایب ثابت مدل‌های مطالعات گذشته طوری بهینه شد که اختلاف بین مقاومت فشاری آزمایشگاهی و مدل‌ها به حداقل برسد. بنابراین این مدل‌های بهبود یافته می‌تواند برای تخمین مقاومت فشاری انواع بتن‌های محصورشده با FRP استفاده شود. با مقایسه شاخص‌های آماری نمونه‌هایی که در فرآیند آموزش دخیل نبوده‌اند نتایج نشان می‌دهد که خطای کلی به طور میانگین ۲۷ درصد کاهش و ضریب همبستگی (R^2) ۳ درصد افزایش می‌یابد.

*نویسنده مسئول: غلامرضا آهنی

پست الکترونیکی:

ghahani@tvu.ac.ir

مقدمه

بسیاری از ستون‌هایی که در گذشته ساخته شده‌اند به دلایل مختلفی نظیر خطا در حین ساخت، خطا در طراحی، تغییر کاربری ساختمان، خوردگی بتن و فولاد، تغییر در آیین‌نامه، به وجود آمدن شرایط تیر قوی-ستون ضعیف و همچنین آسیب‌دیدگی در برابر حوادث طبیعی (زلزله، باد، سیل و...) نیاز به ترمیم و تقویت دارند. از طرفی، برچیدن و ساخت مجدد آنها هزینه‌بردار و در بعضی مواقع غیرعملی است. باید توجه شود که روش‌های تعمیر و مقاوم‌سازی مقرون‌به‌صرفه و قابل‌اعتماد است [۱]. FRP معمولاً برای مقاوم‌سازی ستون‌های موجود استفاده می‌شود. یکی از اولین مطالعات آزمایشگاهی بر روی مقاوم‌سازی نمونه‌های بتنی با استفاده از FRP است که نانی^۱ و بردفورد^۲ [۲] در سال ۱۹۹۴ میلادی انجام دادند. نمونه‌های آنها شامل نمونه‌های بتنی پوشیده شده با سه نوع FRP با مقاومت معمولی تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری بود. آنها با بررسی نمودارهای تنش- کرنش نمونه‌ها نشان دادند که دو خاصیت مکانیکی بتن، یعنی مقاومت فشاری و شکل‌پذیری، با محصور کردن بتن با پوشش FRP، افزایش می‌یابد. تقویت ستون‌های بتن مسلح موجود با استفاده از دورپیچ FRP اکنون به یک روش پذیرفته‌شده در واقعیت تبدیل شده است [۳]. رفتار بتن محصور شده با FRP در ستون‌های بتنی به طور گسترده در دو دهه گذشته مورد مطالعه قرار گرفته است که منجر به تعداد قابل توجهی از مدل‌ها برای تخمین مقاومت شده است. خصوصاً رفتار بتن محصور شده با FRP دارای مقطع دایره‌ای اکنون به خوبی درک شده است و می‌توان آنها را به خوبی پیش‌بینی کرد [۴]. در مقابل، در مورد رفتار بتن محصور شده با FRP در ستون‌های مربع یا مستطیل بسیار کمتر شناخته شده است، در حالی که این ستون‌ها بیشتر در عمل یافت می‌شوند [۵-۸].

در یک ستون بتنی دایره‌ای محصور شده با FRP که تحت فشار محوری قرار می‌گیرد، بتن به‌طور یکنواخت توسط دورپیچ FRP محصور می‌شود و فشار محصورشدگی به‌طور یکنواخت بر روی ستون اعمال می‌گردد. در حالی که در یک ستون مستطیلی محدود شده با FRP، محصور شدن در سطح مقطع غیریکنواخت است و تنها بخشی از بتن به‌طور مؤثر محصور می‌شود [۵؛ ۹؛ ۱۰]. کارایی محصورکننده FRP برای افزایش مقاومت فشاری با توجه به وجه صاف و گوشه‌های تیز یک مقطع مستطیلی (حتی پس از گرد کردن گوشه‌ها) کاهش می‌یابد. گرد کردن گوشه مقطع مستطیلی برای افزایش اثربخشی محصور کردن و هم برای کاهش اثر مخرب تمرکز تنش در محیط مورد نیاز است. در وجه صاف مقطع مستطیلی بتن در تماس با محصورکننده FRP کمترین محصورشدگی را دریافت می‌کند، در حالی که بتن در چهار گوشه بیشترین محصورشدگی را دارد [۱۱]. علی‌رغم فشارهای محصورکننده بسیار بزرگ‌تر که بر روی بتن گوشه اعمال می‌شود، کرنش‌های کششی حلقه‌ای محصورکننده FRP در اطراف گوشه‌ها کمتر از کرنش FRP در امتداد وجه‌های صاف است. با این وجود، پارگی FRP معمولاً در نزدیکی یکی از گوشه‌های گرد رخ می‌دهد [۷؛ ۱۱].

¹ Nanni

² Bradford

در میان مدل‌های ارائه شده برای تخمین مقاومت فشاری ستون‌های مربعی و مستطیلی بتنی محصور شده با FRP می‌توان به مدل‌های مودی^۱ و همکاران [۱۲]، وی^۲ و وو^۳ [۱۳]، توتانجی^۴ و همکاران [۱۴]، فام^۵ و هادی^۶ [۱۵]، حراجلی^۷ و همکاران [۱۶]، ایلیکی^۸ و کنبسر^۹ [۹] و لام^{۱۰} و تنگ^{۱۱} [۵] اشاره کرد. روابط این مدل‌ها در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. مدل‌های ارائه شده در مطالعات گذشته.

توضیحات	مدل	مرجع
$f_{l,a} = \frac{2E_{frp}t_j\varepsilon_{frp}}{D}$ $k_\varepsilon = \frac{\pi r + 0.524b + 0.01h}{b + h - (4 - \pi)r}, D = \sqrt{b^2 + h^2}$	$f'_{cc} = f'_c(1 + \lambda k_\varepsilon \frac{f_{l,a}}{f'_c})$ $\lambda = \begin{cases} 4.485f'_c \leq 35 \\ 2.478f'_c > 35 \end{cases}$	Moodi و همکاران [۱۲]
$k_a = 1 - \frac{(b - 2r)^2 + (h - 2r)^2}{3bh}$ $\rho_f = \frac{4t_j}{D}, D = \frac{2bh}{b + h}$	$f'_{cc} = f'_c(1 + 1.25 \sqrt{\frac{k_a \rho_f E_{frp} \varepsilon_{fe}}{2f'_c}})$	Harajli و همکاران [۱۶]
$f_{l,a} = \frac{k_a \rho_f F_{frp}}{2}, \rho_f = \frac{2t_j(b + h)}{bh}$ $k_a = 1 - \frac{(b - 2r)^2 + (h - 2r)^2}{3bh} - \frac{(4 - \pi)r^2}{bh}$	$f'_{cc} = f'_c(0.6 + 0.2 \frac{b}{h})(1 + 2.29(\frac{f_{l,a}}{f'_c})^{0.87})$	Ilki و Kunbasar [۹]
$f_{l,a} = \frac{2E_{frp}t_j\varepsilon_{h,rup}}{D}$ $\varepsilon_{h,rup} = k_\varepsilon \varepsilon_{frp}, D = \sqrt{b^2 + h^2}$ $k_a = (\frac{b}{h})^2 [1 - \frac{(\frac{b}{h})(h - 2r)^2 + (\frac{h}{b})(b - 2r)^2}{3A_g}]$	$f'_{cc} = f'_{co}(1 + 3.3k_a \frac{f_{l,a}}{f'_{co}})$	Teng و Lam [۵]
$f_{l,a} = \frac{E_{frp}t_j\varepsilon_{h,rup}}{r}$ $k_\varepsilon = 0.5 + 0.642 \ln(A)$ $A = \frac{2r}{bR_s}, R_s = \frac{t_j E_{frp}}{(\frac{f'_{co}}{\varepsilon_{co}})r}$ $\varepsilon_{co} = (-0.067f'_{co}{}^2 + 29.9f'_{co} + 1053)10^{-6}$ $k_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{co}}{b + h - (4 - \pi)r}$	$f'_{cc} = f'_{co}(0.68 + 3.91k_a \frac{f_{l,a}}{f'_{co}})$	Pham و Hadi [۱۵]
$f_{l,a} = \frac{2F_{frp}t_j}{b}$	$f'_{cc} = f'_c(1 + 2.2(\frac{2r}{b})^{0.72}(\frac{f_{l,a}}{f'_c})^{0.72}(\frac{h}{b})^{-1.9})$	Wu و Wei [۱۳]

¹ Moodi

² Wei

³ Wu

⁴ Toutanji

⁵ Pham

⁶ Hadi

⁷ Harajli

⁸ Ilki

⁹ Kunbasar

¹⁰ Lam

¹¹ Teng

مرجع	مدل	توضیحات
Toutanji و همکاران [۱۴]	$f'_{cc} = f'_c + 4\left(\frac{2r}{D}\right)^{0.1}\left(\frac{h}{b}\right)^{0.13}k_a f_{l,a}$	$f_{l,a} = \frac{2E_{frp}\epsilon_{fe}t_j}{D}, D = \frac{2bh}{h+b}$ $k_a = 1 - \frac{(b-2r)^2 + (h-2r)^2}{3bh}$

در مطالعه لام و تنگ [۵] عامل مؤثر کرنش FRP (K_e) به صورت نسبت کرنش واقعی پارگی حلقه‌ای به کرنش کششی نهایی مواد FRP تعریف می‌شود. در مطالعه آنها این ضریب برای CFRP، AFRP، GFRP و HM-CFRP به ترتیب ۰/۸۵۱، ۰/۵۸۶، ۰/۶۲۴ و ۰/۷۸۸ در نظر گرفته شده است. باید توجه شود در مطالعه فام و هادی [۱۵]، اگر مقدار شعاع گوشه صفر باشد مقدار تنش محصورکننده ($f_{l,a}$) تعریف نشده می‌شود و مقدار مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP قابل محاسبه نمی‌باشد.

الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ (WOA) یک الگوریتم بهینه‌سازی است که میرجلیلی^۱ و لوپس^۲ [۱۷] در سال ۲۰۱۶ ساخته‌اند. الگوریتم نهنگ برگرفته از رفتار شکار کردن نهنگ^۳ است. رفتار جستجو کردن این نهنگ‌ها روش یافتن حباب خالص^۴ نامیده می‌شود. این الگوریتم در حل مسائل بهینه‌سازی کاربرد دارد [۱۸]. کاوه^۵ و غزان^۶ [۱۹] از الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ برای بهینه‌سازی خرپاها و سازه‌های قابی استفاده کردند. در سال ۲۰۱۹، عزیزی^۷ و همکاران [۲۰] یک الگوریتم نهنگ به‌روزشده که به‌عنوان روش بهینه‌سازی برای کنترل‌کننده‌های فازی استفاده شد، ارائه کردند. از الگوریتم نهنگ برای ارائه مدلی جدید برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP در مطالعه مودی و همکاران [۱۲] استفاده گردید. همچنین از این روش برای ارائه مدل‌هایی برای تخمین مقاومت فشاری بتن‌های HSC و UHSC محصورشده با FRP استفاده گردیده است [۲۱].

در مطالعه حاضر ابتدا داده‌های آزمایشگاهی نمونه‌های بتنی مستطیلی و مربعی محصور شده با FRP از مقالات موجود استخراج شد. باید توجه داشت که مدلسازی با استفاده از جامعه آماری بزرگ‌تر باعث ایجاد نتایج با قابلیت اطمینان بیشتر می‌شود. جامعه آماری استفاده شده در این مطالعه نسبت به جامعه آماری استفاده شده در مدل‌سازی‌های گذشته کامل‌تر می‌باشد. سپس با استفاده از این داده‌های آزمایشگاهی، ضرایب ثابت در مدل‌های مطالعات گذشته با استفاده از الگوریتم نهنگ بهینه گردید. فرایند بهینه‌سازی به این صورت بود که اختلاف مقاومت فشاری به‌دست‌آمده از یک مدل برای هر نمونه با نتیجه آزمایشگاهی آن نمونه کمترین مقدار گردد. پیش از انجام فرایند بهینه‌سازی، ۴۴ نمونه بتنی که دارای مقاومت فشاری محصورشده کوچک‌تر از مقاومت بتن محصورنشده می‌باشند، به عنوان نمونه‌های پرت یا دورافتاده شناخته شد و از پایگاه داده‌ها حذف گردید. از ۴۴۱ نمونه باقی‌مانده، ۷۰ درصد (۳۰۹ نمونه) برای آموزش و مابقی (۱۳۲ نمونه) برای آزمایش استفاده شد. شاخص‌های آماری نمونه‌های آزمایش نشان می‌دهد بهینه‌سازی ضرایب ثابت مدل‌های موجود در مطالعات گذشته باعث افزایش دقت مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مربعی/مستطیلی می‌گردد.

¹ Mirjalili

² Lewis

³ humpback

⁴ bubble-net

⁵ Kaveh

⁶ Ghazzan

⁷ Azizi

داده‌های آزمایشگاهی

آزمایش‌های زیادی بر روی بتن محصورشده با FRP انجام شده است. در میان این آزمایش‌ها سهم نمونه‌های دایره‌ای نسبت به نمونه‌های مستطیلی بیشتر است. اما به دلیل تمرکز تنش در نمونه‌های مستطیلی این نمونه‌ها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به نمونه‌های دایره‌ای می‌باشند. بنابراین ارائه مدل با استفاده از یک پایگاه داده‌ای جامع می‌تواند برای ارائه مدل جامعی برای تخمین مقاومت این نمونه‌ها کمک بزرگی باشد. در این مطالعه از یک جامعه آماری جامع شامل ۴۸۵ نمونه مربعی-مستطیلی محصورشده با انواع FRP که از تحقیقات مختلف استخراج شده است. جزئیات نمونه‌ها در جدول ۲ آورده شده است.

در این جامع آماری سعی شده است انواع نمونه‌های موجود در مطالعات گذشته جمع‌آوری گردد. بنابراین بازه تغییرات متغیر بزرگ می‌باشد.

جدول ۲. جزئیات نمونه‌های آزمایشگاهی.

مرجع	تعداد نمونه	تعداد نمونه‌های اصلاح شده	مقاومت بتن محصور نشده f_c' (MPa)	شعاع گوشه r (mm)	طول نمونه h (mm)	عرض نمونه b (mm)	نوع الیاف
لسلوم ^۱ [۲۲]	۸	۸	۲۶/۳۱-۷/۱۸	۵۰-۵	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
بن زیاد ^۲ و همکاران [۲۳]	۶	۶	۵۴/۸	۱۶-۰	۱۰۰	۱۰۰	GFRP
کامپین ^۳ [۲۴]	۲	۲	۱۳	۳	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
کامپین و همکاران [۲۵]	۱	۱	۲۰/۱	۳	۱۵۲	۱۵۲	CFRP
کارازدو ^۴ [۲۶]	۴	۴	۳۳/۳۶-۵/۵	۳۰-۱۰	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
چالال ^۵ و همکاران [۲۷]	۲۴	۲۴	۲۱/۵۵-۴/۴	۲۵/۴	۱۳۳-۳۵ ۱۳۳/۳۵	۹۵-۲۵	CFRP
نیل ^۶ و دمر ^۷ [۲۸]	۵	۴	۳۲/۴۲-۳/۲	۵	۱۵۲	۱۵۲	CFRP, GFRP
اردیل ^۸ و همکاران [۲۹]	۱	۱	۱۰	۲۵	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
حراجلی و همکاران [۱۶]	۹	۹	۱۸/۲۱-۹/۵	۱۵	۲۱۴-۱۳۲	۱۳۲-۷۹	CFRP
هریس ^۹ و کری ^{۱۰} [۳۰]	۴	۴	۳۱/۳۲-۲/۴	۲۵-۱۱	۱۵۲	۱۵۲	GFRP

¹ Al-Salloum

² Benzaid

³ Campione

⁴ Carrazedo

⁵ Chaallal

⁶ Neale

⁷ Demers

⁸ Erdil

⁹ Harries

¹⁰ Carey

نوع فیاف	عرض نمونه h (mm)	طول نمونه h (mm)	شعاع گوشه r (mm)	مقاومت بتن محصورشده f _{c'} (MPa)	تعداد نمونه‌های اصلاح شده	تعداد نمونه	مرجع
CFRP	۲۰۰	۲۰۰	۳۰	۳۸/۱	۱	۱	هوستانی ^۱ و همکاران [۳۱]
CFRP	۱۰۵-۱۰۰	۲۰۰-۱۰۰	۱۰	۳۲/۳	۳	۳	ایگناوتسکی ^۲ و کامینسکا ^۳ [۳۲]
CFRP	۲۵۰-۱۵۰	۳۰۰-۲۵۰	۴۰	۳۲/۳۴-۸	۱۰	۱۲	ایلکی و کنیسر [۹]
CFRP	۱۵۰	۲۲۵-۱۵۰	۲۵-۱۵	۴۱-۲۴/۵	۱۲	۱۲	لام و تنگ [۵]
CFRP	۱۵۰-۱۰۰	۱۵۰-۱۰۰	۲۵	۲۱/۲۵-۳/۷	۱۵	۱۵	ماسیا ^۴ و همکاران [۳۳]
CFRP	۱۵۲/۵	۱۵۲/۵	۶/۳۵	۴۰/۶	۸	۹	میرمیران ^۵ و همکاران [۳۴]
CFRP, GFRP	۱۵۰	۲۰۰-۱۵۰	۲۵-۱۰	۱۷/۲۵-۶	۶	۶	مدلی ^۶ و همکاران [۳۵]
CFRP	۱۰۸	۱۰۸	۸/۲۶	۲۲/۶	۲	۲	وانگ ^۸ و پروین ^۷ [۳۶]
CFRP, AFRP	۱۵۲	۲۰۳-۱۵۲	۵-۳۸	۳۵/۴۳-۸/۹	۲۴	۲۶	لاباسیر ^{۱۰} و روش ^۹ [۳۷]
CFRP, GFRP	۲۰۰	۲۰۰	۳۰	۳۹-۳۳/۹	۱۵	۱۵	روساکیس ^{۱۱} و همکاران [۳۸]
CFRP, GFRP	۲۰۰	۲۰۰	۳۰	۲۵/۵	۴	۴	روساکیس و کارابینیس ^{۱۲} [۳۹]
CFRP	۱۵۰-۹۴	۱۸۸-۱۵۰	۱۰	۳۳/۲۹-۷/۵	۸	۸	چهناتا ^{۱۳} و همکاران [۴۰]
GFRP, CFRP, AFRP	۱۵۰	۱۵۰	۲۵-۵	۳۳/۳۶-۹/۷	۱۳	۱۴	پینزلی ^{۱۵} و سوتر ^{۱۴} [۴۱]
CFRP	۱۵۰	۳۰۰-۱۵۰	۵۰-۲۰	۱۹/۴۹-۵/۵	۲۴	۲۴	تائو ^{۱۶} و همکاران [۴۲]

- 1 Hosotani
- 2 Ignatowski
- 3 Kaminska
- 4 Masia
- 5 Mirmiran
- 6 Modarelli
- 7 Parvin
- 8 Wang
- 9 Rochett
- 10 Labossiere
- 11 Rousakis
- 12 Karabinis
- 13 Shehata
- 14 Suter
- 15 Pinzelli
- 16 Tao

مرجع	تعداد نمونه	تعداد نمونه‌های اصلاح شده	مقاومت بتن محصور نشده f_c' (MPa)	شعاع گوشه r (mm)	طول نمونه h (mm)	عرض نمونه h (mm)	نوع الیاف
وو و وانگ [۷]	۶۰	۵۹	۲۹/۵۵-۳/۲	۶۰-۰	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
وو و وانگ [۴۳]	۹	۹	۱۰۱-۲ ۴۶/۴	۱۰	۱۰۰	۱۰۰	AFRP
وو و وانگ [۴۴]	۱۵	۱۵	۳۴/۵۲-۶/۱	۱۵-۷	۱۵۰-۷۰	۱۵۰-۷۰	AFRP
وانگ و همکاران [۴۵]	۱۰	۱۰	۲۴/۴	۴۵-۱۰	۴۰۰-۱۰۰	۴۰۰-۱۰۰	CFRP
وانگ و همکاران [۱۱]	۸	۸	۲۵/۵	۳۰-۲۰	۳۰۵-۲۰۴	۳۰۵-۲۰۴	CFRP
وو و وی [۸]	۳۰	۲۲	۳۲/۴۲-۳/۴	۳۰	۳۰۰-۱۵۰	۱۵۰	CFRP
یان ^۱ و همکاران [۴۶]	۲	۲	۱۵/۲	۱۹	۲۷۹	۲۷۹	CFRP, GFRP
یه ^۲ و چانگ ^۳ [۴۷]	۲۸	۲۶	۲۰/۶	۳۰	۶۰۰-۱۵۰	۴۵۰-۱۵۰	CFRP
یوسف ^۴ و همکاران [۱۰]	۳۷	۳۱	۲۹/۳۸-۲/۷	۳۸	۳۸۱	۳۸۱-۲۵۴	CFRP, GFRP
زانگ ^۵ و همکاران [۴۸]	۲	۲	۵۰-۴۵	۱۵	۱۵۰	۱۵۰	AFRP
اوزبکال اوغلو ^۶ و اوهرلر ^۷ [۶]	۱۵	۶	۲۶-۲۴/۷	۴۰-۱۰	۳۰۰-۲۰۰	۲۰۰-۱۵۰	CFRP
اوزبکال اوغلو [۴۹]	۲۴	۱۱	۱۱۰-۸ ۱۰۷/۳	۳۰-۱۵	۲۲۵-۱۵۰	۱۱۲/۱۵۰-۵	CFRP
اوزبکال اوغلو [۵۰]	۲۴	۱۹	۷۶/۷۹-۶/۶	۳۰-۱۵	۲۲۵-۱۵۰	۱۱۲/۱۵۰-۵	CFRP
فانگی ^۸ و اوزبکال اوغلو [۵۱]	۴	۴	۹/۲	۳۰	۱۵۰	۱۵۰	AFRP
فلاح پور ^۹ و همکاران [۵۲]	۲	۲	۱۰۴/۸	۳۰	۱۵۰	۱۵۰	CFRP
دمیر ^{۱۰} و همکاران [۵۳]	۴	۳	۹۳/۱۰۹-۸	۲۵	۲۲۵-۱۵۰	۱۵۰	CFRP
اوزبکال اوغلو [۵۴]	۴	۴	۱۰۷/۸	۳۰-۱۵	۲۲۵-۱۵۰	۱۱۲/۱۵۰-۵	CFRP

در این جامعه آماری، بتن با انواع مقاومت وجود دارد (بتن مقاومت معمولی و بتن مقاومت بالا) به طوری که مقاومت فشاری بتن محصور نشده بین ۱۰ تا ۱۱۰/۵ مگاپاسگال با متوسط ۴۰/۵ مگاپاسگال می‌باشد. نمونه‌های

¹ Yan

² Yeh

³ Chang

⁴ Youssef

⁵ Zhang

⁶ Ozbakkaloglu

⁷ Oehlers

⁸ Fanggi

⁹ Fallah Pour

¹⁰ Demir

شامل شده در این جامعه دارای مقطع مستطیلی با عرض‌های بین ۷۰ تا ۴۵۰ میلی‌متر با متوسط ۱۶۹ میلی‌متر و طول‌های بین ۷۰ تا ۶۰۰ میلی‌متر با متوسط ۲۰۰ میلی‌متر می‌باشد. انواع FRP به‌کاررفته در این داده‌ها عبارتند از: CFRP، AFRP، GFRP، HM-CFRP. تمام پوشش‌های FRP به‌کاررفته در این داده‌ها تک‌جهته یا تک‌سویه (با جهت حلقه‌ای) می‌باشند. ۷۰ درصد این نمونه‌های به‌صورت تصادفی برای آموزش مدل‌ها و بهینه کردن آنها انتخاب شدند و ۳۰ درصد باقی‌مانده در فرایند آموزش مدل‌ها وارد نشده‌اند و از آنها برای مقایسه بین مدل‌های بهینه‌شده و انتخاب مدل با عملکرد بهتر استفاده شد.

نحوه بهینه‌سازی مدل‌های موجود در مطالعات گذشته

در بخش قبل برخی از روابط موجود در مطالعات گذشته، برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مربع و مستطیل ارائه شده است. در این قسمت، هدف بهینه‌کردن ضرایب ثابت موجود در روابط مدل‌های موجود در مطالعات گذشته با استفاده از پایگاه جامع داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد به‌طوری که بتوان از این مدل‌ها برای انواع نمونه‌ها استفاده کرد. بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم نهنگ به نحوی صورت می‌پذیرد که مقدار Z که با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود، به حداقل مقدار خود برسد. بنابراین، در الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ، رابطه (۱) به‌عنوان تابع بهینه در نظر گرفته می‌شود:

$$Z = 1 - R^2 + e_{tot} \quad (1)$$

که در این رابطه e_{tot} خطای کلی که از رابطه زیر به‌دست می‌آید و R^2 ضریب همبستگی می‌باشد.

$$e_{tot} = 100 \times \frac{\sum_{i=1}^N |Expe_i - Theo_i|}{\sum_{i=1}^N |Expe_i|} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، $Expe_i$ و $Theo_i$ به‌ترتیب نشان‌دهنده مقاومت فشاری آزمایشگاهی و نتایج مقاومت فشاری مدل تئوری به‌دست‌آمده از روابط مطالعات گذشته با ضرایب جدید می‌باشد و N تعداد کل نمونه‌ها می‌باشد.

جایگزینی متغیرهای مجهول به‌جای اعداد ثابت در روابط

در این قسمت، فرایند تبدیل روابط ارائه شده در جدول ۱ به روابط پارامتریک با ضرایب مجهول برای بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم نهنگ، توضیح داده می‌شود. در مدل لام و تنگ [۵] که یکی از اولین مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP می‌باشد، دو ضریب ۱ و ۳/۳ می‌توانند به‌عنوان مجهول در نظر گرفته شوند. با جایگذاری α و β به جای اعداد ثابت در این رابطه، رابطه لام و تنگ [۵] به صورت رابطه ارائه‌شده در جدول ۳ محاسبه می‌گردد. به همین ترتیب با مجهول در نظر گرفتن ضرایب در روابط مدل‌های ایلکی و کنسر [۹]، وی و وو [۱۳]، فام و هادی [۱۵]، حراجلی و همکاران [۱۶]، توتانجی و همکاران [۱۴] و مودی و همکاران [۱۲]، روابط پارامتریک موجود در جدول ۳ به دست می‌آید. کلیه ضرایب با استفاده از الگوریتم نهنگ محاسبه می‌گردد. محدوده متغیرهای در هر رابطه براساس مقدار اولیه آن در مطالعات گذشته انتخاب می‌گردد. برای این منظور، محدوده هر متغیر بین ۲۰۰ درصد کمتر از مقدار اولیه متغیر تا ۲۰۰ درصد بیشتر از آن در نظر گرفته می‌شود. برای مثال محدوده β که در رابطه لام و تنگ [۵] برابر ۳/۳ می‌باشد، بین ۳/۳- و ۹/۹ در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور محدوده کلیه پارامترها برای هر مدل، محاسبه و در جدول ۳ ارائه گردیده است. شایان ذکر است در صورتی که بعد از اجرای برنامه و مشخص

شدن مقدار بهینه متغیرها، مقدار متغیر برابر مرز محدوده یا نزدیک به آن شد، تا زمانی که این مشکل حل گردد، محدوده‌های متغیر، بزرگ‌تر می‌شود.

جدول ۳. روابط به‌دست‌آمده جهت بهینه‌سازی ضرایب و محدوده متغیرها.

محدوده متغیرها	روابط پارامتریک	مرجع
$-1 \leq \alpha \leq 3$ $-3/3 \leq \beta \leq 9$	$f'_{cco} = f'_c(\alpha + \beta k_a \frac{f_{i,a}}{f'_c})$	لام و تنگ [۵]
$-0/6 \leq \alpha \leq 1/8$ $-0/2 \leq \beta \leq 0/6$ $-1 \leq \lambda \leq 3$ $-2/29 \leq \gamma \leq 6/87$ $-0/87 \leq \Delta \leq 2/61$	$f'_{cco} = f'_c(\alpha + \beta \frac{b}{h})(\lambda + \gamma \frac{f_{i,a}}{f'_c})^4$	ایلکی و کنسیر [۹]
$-1 \leq \alpha \leq 3$ $-1/25 \leq \beta \leq 3/75$	$f'_{cco} = f'_c(\alpha + \beta \sqrt{k_a \frac{f_{i,a}}{f'_c}})$	حراجلی و همکاران [۱۶]
$-4 \leq \alpha \leq 12$ $-0/1 \leq \beta \leq 0/3$ $-0/13 \leq \lambda \leq 0/39$	$f'_{cco} = f'_c + \alpha(\frac{2r}{D})^\beta (\frac{h}{b})^\lambda k_a f_{i,a}$	تونانجی و همکاران [۱۴]
$-1 \leq \alpha \leq 3$ $-2/2 \leq \beta \leq 6/6$ $-0/72 \leq \lambda \leq 2/16$ $-0/94 \leq \gamma \leq 2/82$ $-5/7 \leq \Delta \leq 1/9$	$f'_{cco} = f'_c(\alpha + \beta(\frac{2r}{b})^\lambda (\frac{f_{i,a}}{f'_c})^\gamma (\frac{h}{b})^4 \sqrt{2})$	وی و وو [۱۳]
$-0/68 \leq \alpha \leq 2/04$ $-3/91 \leq \beta \leq 11/73$ $-0/5 \leq \lambda \leq 1/5$ $-0/642 \leq \gamma \leq 0/1926$	$f'_{cco} = f'_c(\alpha + \beta k_a \frac{f_{i,a}}{f'_c})$ $k_\varepsilon = \gamma + \lambda \ln(A)$	فام و هادی [۱۵]
$-4/485 \leq \alpha \leq 12/45$ $-2/478 \leq \beta \leq 7/434$ $-0/01 \leq \lambda \leq 0/03$ $-0/0524 \leq \gamma \leq 0/1572$	$f'_{cco} = f'_c(1 + \lambda k_a \frac{f_{i,a}}{f'_c})$ $\lambda = \begin{cases} \alpha f'_c \leq 35 \\ \beta f'_c > 35 \end{cases}$ $k_\varepsilon = \frac{\pi r + \gamma b + \lambda h}{b + h - (4 - \pi)r}$	مودی و همکاران [۱۲]

شایان ذکر است که هدف از بهینه‌سازی روابط مطالعات گذشته، یافتن رابطه‌ای برای تخمین مقاومت فشاری بتن‌های محصورشده با FRP دارای مقطع مربع و مستطیل با استفاده از یک پایگاه اطلاعاتی جامع از نمونه‌های آزمایشگاهی می‌باشد به‌طوری که این رابطه برای انواع نمونه‌ها قابل استفاده باشد. ارائه رابطه با داده‌های جامع می‌تواند باعث تولید رابطه‌ای جامع گردد.

الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ (WOA)

الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ، الگوریتمی برگرفته از طبیعت است. الگوریتم‌های فرااکتشافی در کاربردهای مهندسی محبوبیت بیشتری دارند زیرا: ۱- تفهیم و اجرای این الگوریتم‌ها نسبتاً ساده است. ۲- نیاز به اطلاعاتی در مورد مشتق گیری نیست. ۳- قابلیت کنار گذاشتن نقاط بهینه محلی را دارند. ۴- در محدوده وسیعی از مسائل رشته‌های علمی مختلف کاربرد دارد [۵۵].

الگوریتم نهنگ برگرفته از رفتار شکار کردن نهنگ است. رفتار کاوش کردن این نهنگ‌ها روش یافتن حباب خالص نامیده می‌شود. مدل ریاضی و الگوریتم بهینه‌سازی آن به صورت زیر خلاصه می‌شود [۵۵]:

محاصره کردن شکار

نهنگ محل شکار را شناسایی و آن را محاصره می‌کنند. در الگوریتم WOA فرض می‌شود که مختصات بهترین محل محاصره شکار هدف یا نزدیک بهینه است. بعد از تعریف کردن بهترین عامل جستجو، عامل‌های جستجو دیگر سعی می‌کنند موقعیتشان را به سمت بهترین عامل جستجو به‌روز کنند:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (۳)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (۴)$$

\vec{C} و \vec{A} بردارهای ضرایب هستند:

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r} \quad (۵)$$

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r} - \vec{a} \quad (۶)$$

t تکرار معاصر، \vec{X}^* بردار بهترین موقعیت به‌دست‌آمده تاکنون، \vec{X} بردار موقعیت، \vec{A} به صورت خطی از ۲ تا ۰ در مسیر تکرار کاهش می‌یابد، \vec{C} بردار تصادفی در محدوده [۰، ۱] و ضرب عنصر در عنصر است. معادله (۳) به هر عامل جستجو اجازه می‌دهد تا موقعیتشان را در نزدیکی بهترین موقعیت قبلی، به‌روز و محاصره را شبیه‌سازی کند.

روش حمله کردن حباب خالص

برای این روش دو شیوه ارائه شده است:

الف) مکانیزم محاصره کردن جمع‌شونده: این روش به‌وسیله کاهش دادن مقدار \vec{A} به‌دست می‌آید. در واقع \vec{A} یک مقدار تصادفی در محدوده $[-\vec{A}$ و $\vec{A}]$ است. تنظیم کردن مقدار تصادفی \vec{A} در $[-۱$ و $۱]$ ، موقعیت جدید عامل جستجو هر جای دیگر بین موقعیت اصلی عامل (x و y) و موقعیت بهترین عامل (x^* و y^*) تعریف می‌شود.

ب) به‌روز کردن مارپیچ موقعیت: این شیوه ابتدا فاصله بین نهنگ در موقعیت قرار گرفته در (x و y) و شکار قرار گرفته در (x^* و y^*) را محاسبه می‌کند. یک معادله مارپیچ بین موقعیت نهنگ و شکار به وجود می‌آید:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \vec{X}^*(t) \quad (۷)$$

$$\vec{D}' = |\vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad (۸)$$

\vec{D}' فاصله نهنگ نام تا شکار، b ثابت برای تعریف کردن شکل ماریچی لگاریتم، t شمارنده تصادفی بین $[-۱]$ و ۱ نهنگ با یک مکانیزم همزمان محاصره کردن جمع شونده و مسیر ماریچ شکل حول شکار شنا می کنند. برای شبیه سازی آن فرض شده است با احتمال ۵۰ درصدی یکی از دو مکانیزم انتخاب شود:

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}'p < 0.5 \\ \vec{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + \vec{X}^*(t)p \geq 0.5 \end{cases} \quad (۹)$$

جستجو برای شکار

بر اساس تغییرات بردار \vec{A} جستجو برای شکار استفاده می شود. در صورتی که $|\vec{A}| > 1$ باشد عامل جستجو مجبور می شود تا به سمت دور از نهنگ مرجع حرکت کند. این مکانیزم به الگوریتم WOA اجازه می دهد تا جستجو کلی انجام دهد:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_{rand}(t) - \vec{X}(t)| \quad (۱۰)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_{rand}(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (۱۱)$$

\vec{X}_{rand} بردار موقعیت تصادفی است که از جمعیت معاصر انتخاب می شود. شماتیکی از کد WOA در شکل ۱ نشان داده شده است:

```

Initialize the whales population Xi (i = 1, 2, ..., n)
Calculate the fitness of each search agent
X*=the best search agent
while (t < maximumnumber of iterations)
  for each search agent
    Update a, A, C, l, and p
    if1 (p<0.5)
      if2(|A|< 1)
        Update the position of the current search agent by the Eq. (4)
      else if2(|A|≥1)
        Select a random search agent (Xrand)
        Update the position of the current search agent by the Eq. (11)
      end if2
    else if1 (p≥0.5)
      Update the position of the current searchby the Eq. (7)
    end if1
  end for
Check if any search agent goes beyondthe search space and amend it
Calculate the fitness of each search agent
Update X* if there is a better solution
t=t+1
end while
return X*

```

شکل ۱. شبه کد الگوریتم نهنگ [۵۵].

۱ برای انجام بهینه‌سازی در این مطالعه ۵۰ عامل سرچ و ۵۰ تکرار در نظر گرفته شده است.

نتایج و بحث

مدل‌های بهینه‌شده مطالعات گذشته توسط الگوریتم نهنگ

جدول ۴ اطلاعات مربوط به فرایند بهینه‌سازی الگوریتم نهنگ برای هر یک از روابط پارامتریک به‌دست‌آمده را نشان می‌دهد. پس از فرایند بهینه‌سازی و محاسبه ضرایب برخی از پارامترهای برابر یا نزدیک مرز محدوده در نظر گرفته شده، محاسبه می‌شدند. برای این ضرایب محدود بزرگ‌تر در نظر گرفته شده است و برنامه دوباره اجرا می‌گردد تا زمانی که مقادیر ضرایب محاسبه‌شده در محدوده قرار بگیرد. در جدول ۴ ضرایب اولیه مدل‌ها و ضرایب محاسبه‌شده برای مقایسه ارائه شده است. همچنین مقدار تابع بهینه‌شده برای هر مدل قبل و بعد از بهینه‌سازی در جدول ۴ نشان داده شده است. همان‌طوری که در این جدول قابل مشاهده است مقدار تابع بهینه برای همه مدل‌های نسبت به حالت اولیه آنها کاهش یافته است. با توجه به اینکه مدل‌ها در مطالعات گذشته براساس چه تعداد نمونه یا با چه روشی به‌دست آمده‌اند، درصد کاهش تابع بهینه برای هر مدل متفاوت می‌باشد. برای مثال کمترین مقدار کاهش مربوط به مدل مودی و همکاران [۱۲] می‌باشد. دلیل آن تعداد نمونه‌ها در مدل مودی و همکاران [۱۲]، ۴۱۶ نمونه (تعداد نمونه نزدیک به نمونه‌های این مطالعه) بوده است و روش بهینه‌سازی آنها الگوریتم ژنتیک می‌باشد. شایان ذکر است که کلیه نمونه‌های استفاده‌شده برای ارائه مدل‌ها در مطالعات گذشته در پایگاه داده‌های این مطالعه استفاده شده است.

جدول ۴. ضرایب مدل‌ها و مقدار تابع بهینه قبل و بعد از بهینه‌سازی.

درصد کاهش	مقدار تابع بهینه		مقدار ضرایب		ضرایب	مدل
	بعد از بهینه‌سازی	قبل از بهینه‌سازی	بعد از بهینه‌سازی	قبل از بهینه‌سازی		
۱۵/۴۷	۰/۲۲	۰/۲۵	۵/۱۰	۴/۴۹	α	مودی و همکاران [۱۲]
			۲/۹۸	۲/۴۸	β	
			۰/۴۶	۰/۰۵	γ	
			-۰/۵۰	۰/۰۱	λ	
۲۲/۴۸	۰/۲۲	۰/۲۸	۱/۰۷	۱/۰۰	α	وی و وو [۱۳]
			۴/۶۸	۲/۲۰	β	
			۱/۸۵	۰/۷۲	λ	
			۱/۲۵	۰/۹۴	γ	
۴۰/۲۴	۰/۲۲	۰/۳۷	-۴/۲۷	-۱/۹۰	Δ	توتانجی و همکاران [۱۴]
			۷/۷۳	۴/۰۰	α	
			۱/۰۹	۰/۱۰	β	
			۱/۹۳	۰/۱۳	λ	
۴۰/۳۱	۰/۳۰	۰/۵۱	-۲/۳۸	۰/۵۰	λ	فام و هادی [۱۵]
			-۰/۷۲	۰/۰۶	γ	
			۰/۹۸	۰/۶۸	α	
			-۰/۲۹	۳/۹۱	β	
۲۲/۷۲	۰/۳۴	۰/۴۳	۰/۸۶	۱/۰۰	α	حراجلی و همکاران [۱۶]

درصد کاهش	مقدار تابع بهینه		مقدار ضرایب		ضرایب	مدل
	بعد از بهینه‌سازی	قبل از بهینه‌سازی	بعد از بهینه‌سازی	قبل از بهینه‌سازی		
			۰/۸۳	۱/۲۵	β	
			-۰/۹۵	-۰/۶۰	α	
			-۰/۵۴	-۰/۲۰	β	
۲۴/۰۳	-۰/۳۱	۰/۴۰	-۰/۶۵	۱/۰۰	λ	ایلی و کنیسر [۹]
			-۰/۵۳	۲/۲۹	γ	
			۰/۶۵	-۰/۸۷	Δ	
۲۴/۰۳	-۰/۳۰	۰/۳۳	۱/۰۳	۱/۰۰	α	لام و تنگ [۵]
			۱/۹۵	۳/۳۰	β	

ارزیابی مدل بهینه ارائه شده برای مقاومت فشاری بتن محصور شده FRP مربعی و مستطیلی

بهمنظور ارزیابی و مقایسه مدل‌ها، از برخی داده‌های آزمایشگاهی که در روند مدل‌سازی تأثیری نداشته‌اند، استفاده شده است. این داده‌های آزمایشگاهی ۱۳۲ نمونه باقی‌مانده می‌باشند.

برای مقایسه بهتر عملکرد مدل‌ها با یکدیگر شاخص‌های آماری معرفی شدند. این شاخص‌های آماری عبارتند از: ۱- میانگین مربع خطا ۲- متوسط قدرمطلق خطا و ۳- انحراف معیار که به ترتیب با روابط (۱۲) تا (۱۴) تعیین می‌شوند:

$$MSE = \frac{\sum_1^N \left(\frac{Theo_i - Expe_i}{Expe_i} \right)^2}{N} \quad (12)$$

$$AAE = \frac{\sum_1^N \left| \frac{Theo_i - Expe_i}{Expe_i} \right|}{N} \quad (13)$$

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_1^N \left(\frac{Theo_i}{Expe_i} - \frac{Theo_{avg}}{Expe_{avg}} \right)^2}{N - 1}} \quad (14)$$

برای یافتن بهترین مدل در میان مدل‌های بهینه‌شده مطالعات گذشته براساس پایگاه جامع این مطالعه، شاخص‌های آماری با استفاده از ضرایب جدید برای نمونه‌های آموزش، آزمایش و کل نمونه‌ها به صورت جداگانه محاسبه شده است و در جدول ۵ نشان داده شده است. با توجه به اینکه کلیه مدل‌ها براساس نمونه‌های یکسانی آموزش دیده‌اند، برای یافتن بهترین مدل، در ابتدا شاخص‌های آماری نمونه‌های آزمایش با یکدیگر مقایسه می‌شوند. بر این اساس، مدل مودی و همکاران [۱۲] دارای کمترین شاخص‌های آماری می‌باشد. همچنین مدل وی و وو [۱۳] بعد از مدل مودی و همکاران [۱۲] دارای کمترین مقدار این شاخص‌ها می‌باشد.

برای بررسی بیشتر و تعیین بهترین مدل از شاخص‌های آماری کل نمونه‌ها استفاده می‌گردد. در شاخص‌های آماری همه نمونه‌ها، شاخص‌های آماری مدل‌های مودی و همکاران [۱۲] و وی و وو [۱۳] نسبت به بقیه مدل‌های کمتر است. به طوری که مدل مودی و همکاران [۱۲] به طور متوسط ۲۹ درصد کمتر از بقیه مدل‌ها و مدل وی و وو [۱۳] به طور

متوسط ۱۵ درصد کمتر از بقیه مدل‌ها می‌باشند. بنابراین مدل‌های مودی و همکاران [۱۲] و وی و وو [۱۳] می‌توانند به‌عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب گردند.

با توجه به اینکه از نمونه‌های یکسانی برای آموزش مدل‌ها استفاده شده است، انتظار می‌رفت که دقت مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP یکسان باشد ولی همان‌طوری که در جدول ۵ مشاهده می‌گردد این شاخص‌ها با یکدیگر تفاوت دارند. برای مثال شاخص‌های مدل مودی و همکاران [۱۲] با مدل حراجلی و همکاران [۱۶] تقریباً ۳۶ درصد با یکدیگر تفاوت دارند. این نشان‌دهنده آن است که عملکرد رابطه ارائه‌شده در مطالعه مودی و همکاران [۱۲] و تئوری ارائه آن بهتر از بقیه مدل‌ها می‌باشد.

مدل‌های بهبودشده مطالعات حراجلی و همکاران [۱۶]، ایلکی و کنیسر [۹] و فام و هادی [۱۵] دارای بالاترین خطا می‌باشند و عملکرد آنها برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مربع و مستطیل مناسب نمی‌باشد. علاوه بر این مدل فام و هادی [۱۵] قابلیت تخمین مقاومت فشاری نمونه‌هایی که گوشه‌های آن پخ نخورده است را ندارد.

عملکرد مدل‌های بهبودشده برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مربع و مستطیل با استفاده از نمودارهای نتایج آزمایشگاهی در مقابل نتایج تخمین‌شده با استفاده از مدل‌ها در شکل ۲ مقایسه می‌شوند. هر مدلی که نمونه‌های بیشتری از آن بر روی خط با زاویه ۴۵ درجه قرار بگیرد دارای عملکرد بهتری است. برای مقایسه راحت‌تر این نمودارها، در آنها خطوط با انحراف ۱۵ و ۳۰ درصد نشان داده شده است. همچنین برای مقایسه بیشتر ضریب R^2 در هر نمودار آورده شده است. شایان ذکر است برای مقایسه مدل‌ها با استفاده از این نمودارها فقط از نمودارهای نمونه‌های آزمایش و نمودارهای همه نمونه‌ها استفاده می‌گردد. در این شکل نمودار سمت راست برای کل نمونه‌ها و نمودار سمت چپ برای نمونه‌های آزمایش می‌باشد. همان‌طوری که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد در نمودارهای مدل مودی و همکاران [۱۲] و مدل وی و وو [۱۳] نمونه‌ها به خط وسط نزدیک‌تر می‌باشد و در نمودارهای این مدل‌ها، نقاط کمتری از خط‌های ۱۵ و ۳۰ درصد عبور کرده‌اند. براساس ضریب R^2 نشان داده شده در این نمودارهای هم در نمونه‌های آزمایش و هم در نمونه‌های کل، ضریب R^2 مدل مودی و همکاران [۱۲] بالاترین مقدار می‌باشد و نشان می‌دهد عملکرد این مدل نسبت به بقیه مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مستطیل و مربع بهتر می‌باشد.

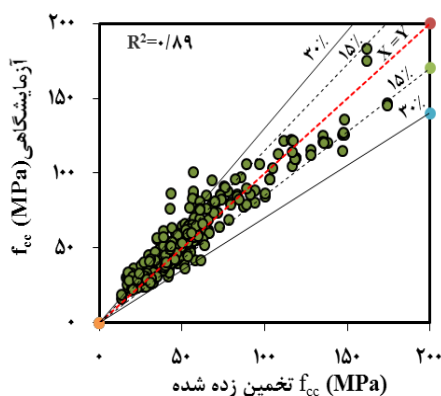
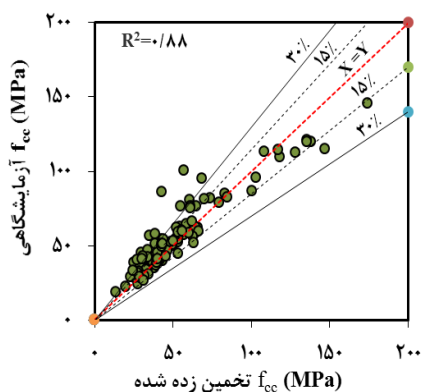
جدول ۵. شاخص‌های آماری مدل‌های بهبودشده.

مدل	MSE	AAE	SD	e_t
مودی و همکاران [۱۲]	۲/۴۷	۱۱/۸۱	۱۴/۸۰	۱۱/۶۹
وی و وو [۱۳]	۲/۵۵	۱۱/۹۸	۱۵/۳۱	۱۱/۹۷
توتانچی و همکاران [۱۴]	۲/۷۰	۱۲/۴۲	۱۵/۴۳	۱۲/۴۱
فام و هادی [۱۵]	۳/۱۸	۱۴/۱۰	۱۷/۳۴	۱۴/۶۹
حراجلی و همکاران [۱۶]	۳/۶۳	۱۵/۰۵	۱۸/۳۹	۱۵/۹۱
ایلکی و کنیسر [۹]	۳/۷۷	۱۵/۲۳	۱۸/۷۷	۱۵/۲۰
لام و تنگ [۵]	۳/۸۲	۱۴/۵۳	۱۸/۹۲	۱۴/۵۸
مودی و همکاران [۱۲]	۲/۳۵	۱۱/۴۶	۱۳/۹۵	۱۲/۱۸
وی و وو [۱۳]	۲/۷۶	۱۲/۳۹	۱۵/۷۶	۱۳/۵۴
توتانچی و همکاران [۱۴]	۳/۰۱	۱۳/۰۷	۱۶/۰۳	۱۴/۲۹
فام و هادی [۱۵]	۳/۵۵	۱۴/۴۳	۱۸/۴۳	۱۵/۲۶
حراجلی و همکاران [۱۶]	۳/۶۵	۱۴/۴۸	۱۸/۵۱	۱۶/۱۸

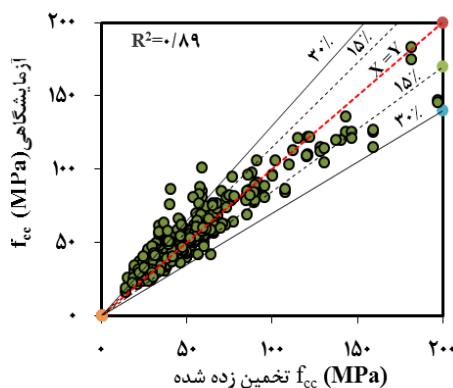
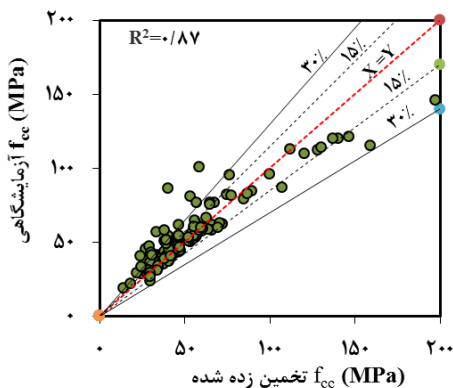
مدل	MSE	AAE	SD	ϵ_t
ایلکی و کنبسر [۹]	۳/۴۳	۱۴/۱۵	۱۸/۰۴	۱۵/۴۶
لام و تنگ [۵]	۳/۲۵	۱۳/۳۴	۱۷/۴۰	۱۴/۶۱
مودی و همکاران [۱۲]	۲/۴۴	۱۱/۷۱	۱۴/۵۵	۱۱/۸۴
وی و وو [۱۳]	۲/۶۱	۱۲/۱۰	۱۵/۴۳	۱۲/۴۵
توتانچی و همکاران [۱۴]	۲/۷۹	۱۲/۶۱	۱۵/۶۰	۱۲/۹۸
فام و هادی [۱۵]	۳/۲۹	۱۴/۲۰	۱۷/۶۲	۱۵/۲۷
حراجلی و همکاران [۱۶]	۳/۶۴	۱۴/۸۸	۱۸/۴۰	۱۵/۹۹
ایلکی و کنبسر [۹]	۳/۶۷	۱۴/۹۱	۱۸/۵۴	۱۵/۲۸
لام و تنگ [۵]	۳/۶۵	۱۴/۱۸	۱۸/۴۶	۱۴/۵۹

کل

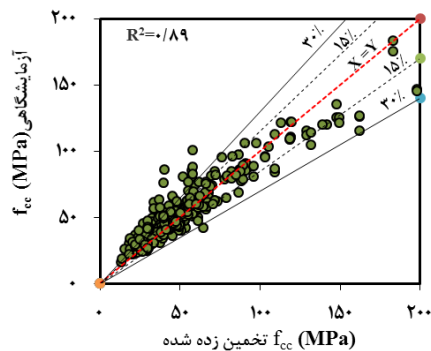
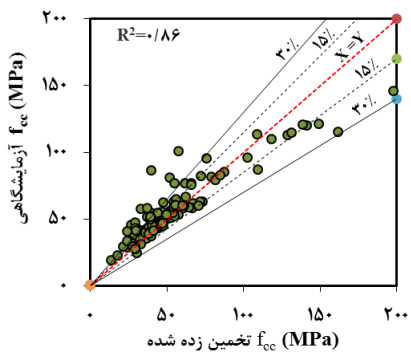
با بررسی‌های انجام شده در این بخش از میان هفت مدل بهینه‌شده با استفاده از الگوریتم نهنگ، دو مدل مودی و همکاران [۱۲] و مدل وی و وو [۱۳] به عنوان مدل‌ها با عملکرد بهتر انتخاب شده‌اند.



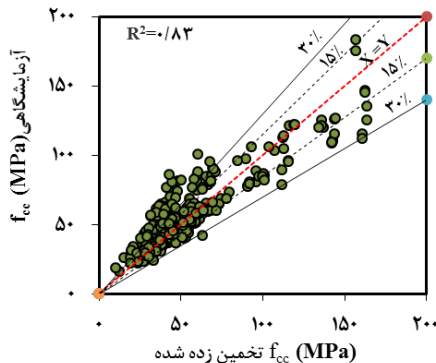
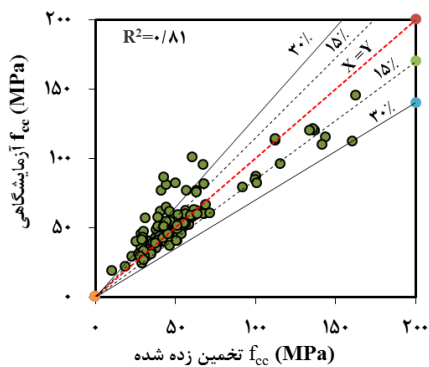
مودی و همکاران [۱۲]



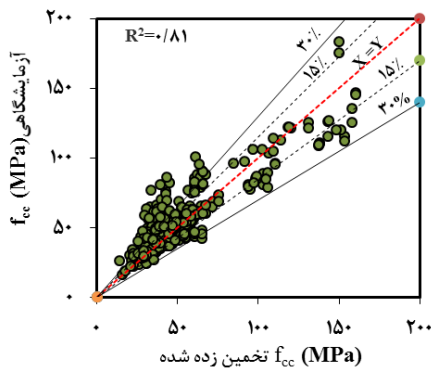
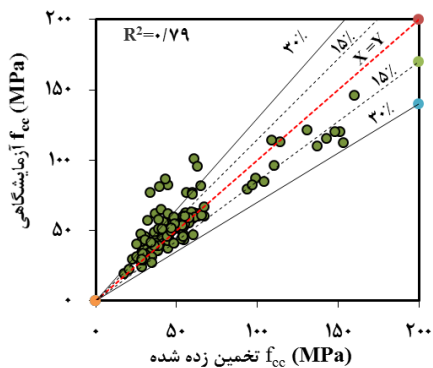
وی و وو [۱۳]



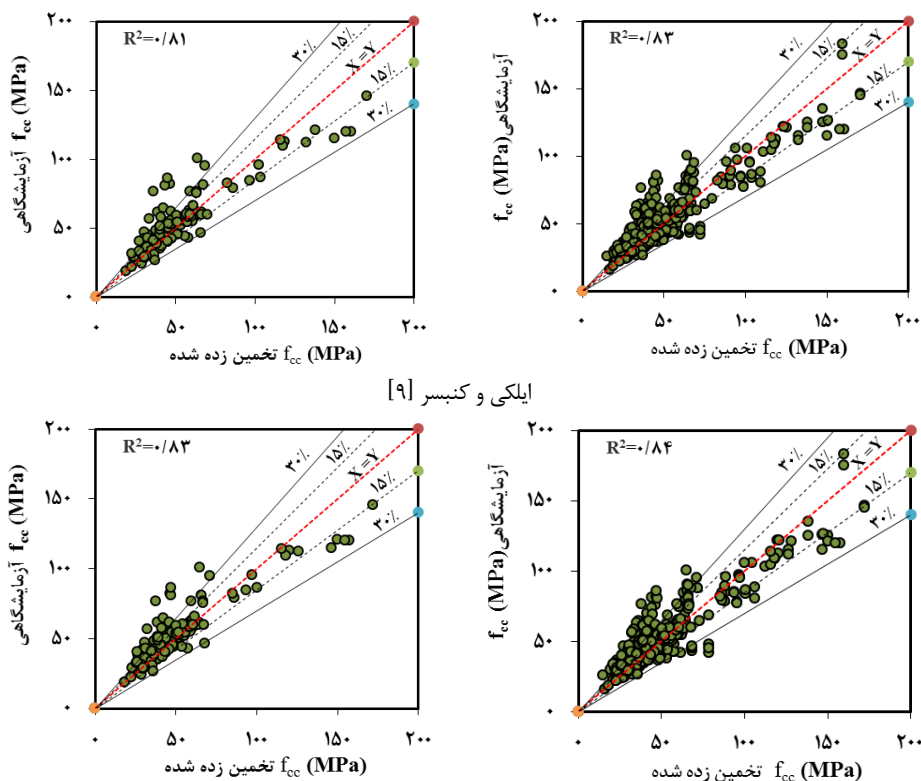
توتانجی و همکاران [۱۴]



فام و هادی [۱۵]



حراجلی و همکاران [۱۶]



ایلیکی و کنبسر [۹]

لام و تنگ [۵]

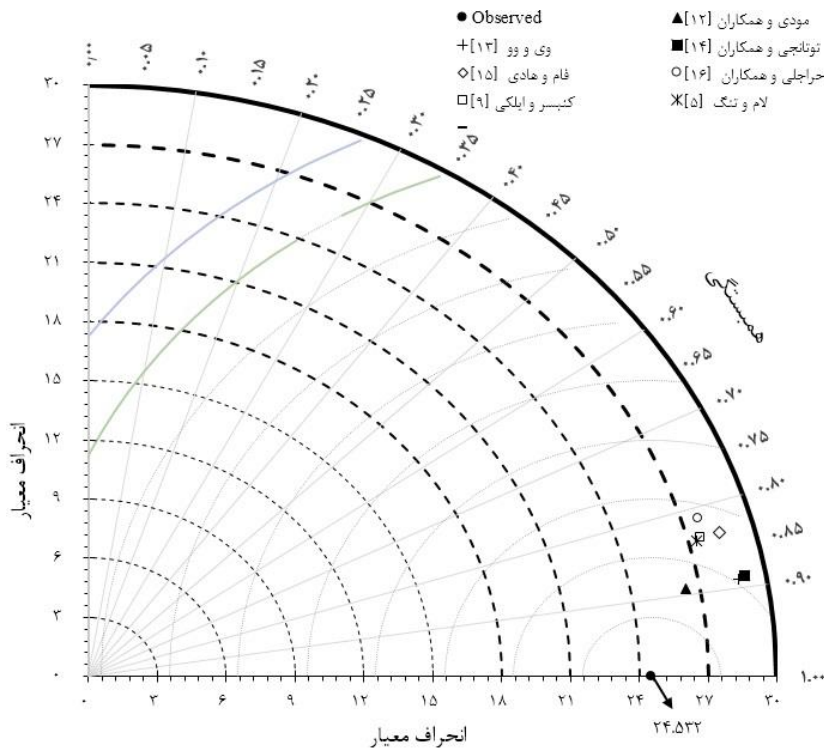
شکل ۲. عملکرد مدل‌های بهینه‌شده.

نمودار تیلور

در این قسمت برای تعیین دقت بهترین یا بدترین مدل‌ها از نمودار تیلور استفاده شد. در مطالعات گذشته، از این نمودار برای مقایسه بین روش‌های تخمین استفاده شده است [۵۶؛ ۵۷]. این نوع نمودار چندین شاخص را ترکیب می‌کند تا نحوه تطبیق مقادیر تخمین زده شده با اندازه‌گیری‌های واقعی را نشان دهد. نمودار تیلور با استفاده از سه شاخص، انحراف معیار، ضریب همبستگی (R^2) و RMSE، مقایسه بین مدل‌های تخمین را انجام می‌دهد. این نمودار برای کل نمونه‌ها ترسیم شده است و در شکل ۳ نشان داده شد. شایان ذکر است که هر روشی که به نقطه مشاهده شده^۱ نزدیک‌تر باشد، دقت بیشتری برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP را دارد. با توجه به اینکه نقاط کلیه روش‌ها نزدیک به یکدیگر می‌باشند، هم نمودار اصلی و قسمت نزدیک‌شده نقاط در شکل ۳ نشان داده شده است. همان طوری که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، مدل بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] به نقطه مشاهده شده نزدیک‌تر می‌باشد. بعد از این مدل، مدل‌های وی و وو [۱۳] و توتانجی و همکاران [۱۴] نزدیک‌ترین مدل‌های نزدیک به نقطه مشاهده می‌باشد.

¹ Observed

براساس مشاهدات این قسمت می‌توان گفت مدل مودی و همکاران [۱۲] بهترین مدل می‌باشد و دارای عملکرد بهتری نسبت به بقیه مدل‌ها برای تخمین مقاومت فشاری بتن‌های مربعی/مستطیلی محصور شده با FRP می‌باشد.

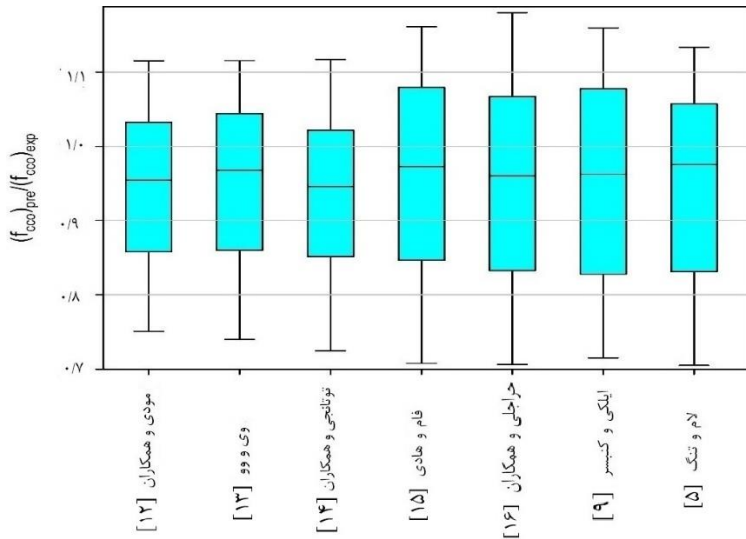


شکل ۳. نمودار تیپلور.

نمودار جعبه‌ای نسبت مقاومت‌ها

شکل ۴ نمودارهای جعبه‌ای نسبت مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP پیش‌بینی شده توسط مدل‌های مختلف به مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP به‌دست‌آمده از آزمایش‌های $(f_{cco})_{pre}/(f_{cco})_{exp}$ برای کل نمونه‌ها را نشان می‌دهد. طول کوتاه نمودار جعبه‌ای در مدل‌ها به معنای پراکندگی کمتر در تخمین، اطمینان بیشتر و سطح توافق بالا در نتایج پیش‌بینی شده توسط آنها می‌باشد. همان‌طوری که در شکل ۴ دیده می‌شود، کوتاه‌ترین جعبه مربوط به مدل‌های مودی و همکاران [۱۲] و توتانچی و همکاران [۱۴] می‌باشد. بنابراین در این مدل‌ها پراکندگی داده‌ها کمتر از بقیه مدل‌ها می‌باشد.

در این نمودار، اگر میانگین نمونه‌ها و پراکندگی آنها کوچک‌تر از عدد یک باشد، نشانه آن است که مقادیر تخمین زده‌شده به وسیله مدل‌ها کمتر از مقادیر آزمایشگاهی می‌باشد و اگر بزرگ‌تر از یک باشد، برعکس می‌باشد. برای اهداف طراحی گروه اول دارای ضریب قابلیت اطمینان بالاتری می‌باشند. کلیه مدل‌های بهینه‌شده در این مطالعه مقدار میانگین شان کوچک‌تر از یک می‌باشد.



شکل ۴. نمودار جعبه‌ای.

براساس نتایج بحث‌شده در بخش‌های قبل می‌توان نتیجه گرفت که مدل بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] دارای بهترین عملکرد می‌باشد. بنابراین روابط این مدل بهینه‌شده در زیر آورده شده است:

$$f'_{cco} = f'_c (1 + \lambda k_a \frac{f_{l,a}}{f'_c}) \quad (15)$$

$$\lambda = \begin{cases} 5.1 f'_c \leq 35 \\ 2.98 f'_c > 35 \end{cases} \quad (16)$$

$$k_\varepsilon = \frac{\pi r + 0.46b - 0.5h}{b + h - (4 - \pi)r} \quad (17)$$

$$f_{l,a} = \frac{2E_{frp} t_j \varepsilon_{frp}}{D} \quad (18)$$

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad (19)$$

نتیجه‌گیری

در مطالعات گذشته مدل‌های زیادی برای تخمین مقاومت فشاری ستون‌های دایره‌ای محصورشده با FRP وجود دارد. اما مطالعات کمتری برای ارائه مدلی جامع برای ستون‌ها با مقطع مربعی و مستطیلی ارائه شده است. در این مطالعه یک پایگاه جامع اطلاعاتی از نمونه‌های بتنی محصورشده با FRP دارای مقطع مربعی و مستطیلی جمع‌آوری شده است. سپس با استفاده از این پایگاه اطلاعاتی، ضرایب ثابت مدل‌های موجود در مطالعات گذشته بهینه شدند. این مدل‌ها با استفاده شاخص‌های آماری و برخی نمودارها با یکدیگر مقایسه شدند و مدل با بهترین عملکرد برای

تخمین مقاومت فشاری بتن محصورشده با FRP دارای مقطع مربعی و مستطیلی انتخاب گردید. بنابراین نتایج به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- ۱- براساس شاخص‌های آماری نمونه‌های آزمایش، شاخص‌های آماری مدل بهینه‌شده مطالعه مودی و همکاران [۱۲] به طور متوسط ۲۹ درصد کمتر از بقیه مدل‌ها و شاخص‌های آماری مدل بهینه‌شده وی و وو [۱۳] به طور متوسط ۱۵ درصد کمتر از بقیه مدل‌ها می‌باشند. بنابراین مدل‌های بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] و وی و وو [۱۳] می‌توانند به عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب گردند.
- ۲- براساس نمودار جعبه‌ای، کمترین پراکندگی در مدل‌های بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] و توتانجی و همکاران [۱۴] می‌باشد. بنابراین از لحاظ عملکرد این دو مدل می‌توانند به عنوان بهترین مدل‌ها انتخاب گردند.
- ۳- مدل‌های بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] و وی و وو [۱۳] به ترتیب با ضریب همبستگی (R^2) ۰/۸۸ و ۰/۸۷ دارای بهترین عملکرد می‌باشند.
- ۴- با توجه به نتایج قبلی و نمودار تیلور، مدل بهینه‌شده مودی و همکاران [۱۲] دارای بهترین عملکرد و به عنوان بهترین مدل این مطالعه انتخاب می‌گردد.

References

- [1] Ahmad, S. H., Khaloot, A. R., & Irshaid, A. (1991). Behaviour of concrete spirally confined by fibreglass filaments. *Magazine of Concrete Research*, 43(156), 143-148. <https://doi.org/10.1680/macr.1991.43.156.143>
- [2] Nanni, A., & Bradford, N. M. (1995). FRP jacketed concrete under uniaxial compression. *Construction and Building Materials*, 9(2), 115-124. [https://doi.org/10.1016/0950-0618\(95\)00004-Y](https://doi.org/10.1016/0950-0618(95)00004-Y)
- [3] Ozbakkaloglu, T., Lim, J. C., & Vincent, T. (2013). FRP-confined concrete in circular sections: Review and assessment of stress-strain models. *Engineering Structures*, 49(122), 1068-1088. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.06.010>
- [4] Cao, Y., Wu, Y.-F., & Jiang, C. (2018). Stress-strain relationship of FRP confined concrete columns under combined axial load and bending moment. *Composites Part B: Engineering*, 134, 207-217. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2017.09.063>
- [5] Lam, L., & Teng, J. G. (2003). Design-Oriented Stress-Strain Model for FRP-Confined Concrete in Rectangular Columns. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 22(13), 1149-1186. <https://doi.org/10.1177/0731684403035429>
- [6] Ozbakkaloglu, T., & Oehlers, D. J. (2008). Concrete-Filled Square and Rectangular FRP Tubes under Axial Compression. *Journal of Composites for Construction*, 12(4), 469-477. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2008\)12:4\(469\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:4(469))
- [7] Wang, L.-M., & Wu, Y.-F. (2008). Effect of corner radius on the performance of CFRP-confined square concrete columns: Test. *Engineering Structures*, 30(2), 493-505. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.04.016>
- [8] Wu, Y.-F., & Wei, Y.-Y. (2010). Effect of cross-sectional aspect ratio on the strength of CFRP-confined rectangular concrete columns. *Engineering Structures*, 32(1), 32-45. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.012>
- [9] Ilki, A., & Kumbasar, N. (2003). Compressive Behaviour of Carbon Fibre Composite Jacketed Concrete with Circular and Non-Circular Cross-Sections. *Journal of Earthquake Engineering*, 07(03), 381-406. <https://doi.org/10.1142/s1363246903001140>

- [10] Youssef, M. N., Feng, M. Q., & Mosallam, A. S. (2007). Stress-strain model for concrete confined by FRP composites. *Composites Part B: Engineering*, 38(5), 614-628. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2006.07.020>
- [11] Wang, Z., Wang, D., Smith, S. T., & Lu, D. (2012). CFRP-Confined Square RC Columns. I: Experimental Investigation. *Journal of Composites for Construction*, 16(2), 150-160. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000245](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000245)
- [12] Moodi, Y., Mousavi, S. R., Ghavidel, A., Sohrabi, M. R., & Rashki, M. (2018). Using Response Surface Methodology and providing a modified model using whale algorithm for estimating the compressive strength of columns confined with FRP sheets. *Construction and Building Materials*, 183, 163-170. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.06.081>
- [13] Wei, Y.-Y., & Wu, Y.-F. (2012). Unified stress-strain model of concrete for FRP-confined columns. *Construction and Building Materials*, 26(1), 381-392. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.06.037>
- [14] Toutanji, H., Han, M., Gilbert, J., & Matthys, S. (2010). Behavior of Large-Scale Rectangular Columns Confined with FRP Composites. *Journal of Composites for Construction*, 14(1), 62-71. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000051](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000051)
- [15] Pham, T. M., & Hadi, M. N. S. (2014). Stress Prediction Model for FRP Confined Rectangular Concrete Columns with Rounded Corners. *Journal of Composites for Construction*, 18(1), 04013019. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000407](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000407)
- [16] Harajli, M. H., Hantouche, E., & Soudki, K. (2006). Stress-strain model for fiber-reinforced polymer jacketed concrete columns. *American Concrete Institute Structural Journal*, 103(5), 672-682. https://www.researchgate.net/publication/279594470_Stress-strain_model_for_fiber-reinforced_polymer_jacketed_concrete_columns
- [17] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46-61. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2013.12.007>
- [18] Gharehchopogh, F. S., & Gholizadeh, H. (2019). A comprehensive survey: Whale Optimization Algorithm and its applications. *Swarm and Evolutionary Computation*, 48, 1-24. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2019.03.004>
- [19] Kaveh, A., & Ghazaan, M. I. (2017). Enhanced whale optimization algorithm for sizing optimization of skeletal structures. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 45(3), 345-362. <https://doi.org/10.1080/15397734.2016.1213639>
- [20] Azizi, M., Ejlali, R. G., Mousavi Ghasemi, S. A., & Talatahari, S. (2019). Upgraded Whale Optimization Algorithm for fuzzy logic based vibration control of nonlinear steel structure. *Engineering Structures*, 192(1), 53-70. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.05.007>
- [21] Ghasemi, H., Sohrabi, M. R., & Moodi, Y. (2022). Proposing Models for Estimating the Compressive Strength of HSC and UHSC FRP-Confined Circular Concrete by Using Whale Algorithm. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 46(1), 67-76. <https://doi.org/10.1007/s40996-021-00655-2>
- [22] Al-Salloum, Y. A. (2007). Influence of edge sharpness on the strength of square concrete columns confined with FRP composite laminates. *Composites Part B: Engineering*, 38(5-6), 640-650. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2006.06.019>
- [23] Benzaid, R., Chikh, N. E., & Mesbah, H. (2008). Behaviour of square concrete column confined with GFRP composite warp. *Journal of Civil Engineering and Management*, 14(2), 115-120. <https://doi.org/10.3846/1392-3730.2008.14.6>

- [24] Campione, G. (2006). Influence of FRP wrapping techniques on the compressive behavior of concrete prisms. *Cement and Concrete Composites*, 28(5), 497-505. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2006.01.002>
- [25] Campione, G., Miraglia, N., & Scibilia, N. (2001). Comprehensive Behaviour Of RC Members Strengthened With Carbon Fiber Reinforced Plastic Layers. *Wessex Institute of Technology Transactions on The Built Environment*, 57, 397-406. <https://doi.org/10.2495/ERES010381>
- [26] Carrazedo, R. (2002). *Mechanisms of confinement and its implication in strengthening of concrete columns with FRP jacketing* [PhD, University of Sao Paulo]. Brazil. <https://pdfs.semanticscholar.org/a0c3/ab12250fe30f86b70ca23378604a5412ef2b.pdf>
- [27] Chaallal, O., Shahawy, M., & Hassan, M. (2003). Performance of Axially Loaded Short Rectangular Columns Strengthened with Carbon Fiber-Reinforced Polymer Wrapping. *Journal of Composites for Construction*, 7(3), 200-208. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2003\)7:3\(200\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2003)7:3(200))
- [28] Demers, M., & Neale, K. W. (1994, August 8-11). *Strengthening of concrete columns with unidirectional composite sheets*. Developments in short and medium span bridge engineering, Halifax, Nova Scotia. https://www.researchgate.net/publication/318645740_Strengthening_of_concrete_columns_with_unidirectional_composite_sheets
- [29] Erdil, B., Akyuz, U., & Yaman, I. O. (2012). Mechanical behavior of CFRP confined low strength concretes subjected to simultaneous heating-cooling cycles and sustained loading. *Materials and Structures*, 45(1), 223-233. <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9761-6>
- [30] Harries, K. A., & Carey, S. A. (2003). Shape and “gap” effects on the behavior of variably confined concrete. *Cement and Concrete Research*, 33(6), 881-890. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)01085-2](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(02)01085-2)
- [31] Hosotani, M., Kawashima, K., & Hoshikuma, J. (1997, March 10-11). *A model for confinement effect for concrete cylinders confined by carbon fiber sheets*. Workshop on Earthquake Engineering Frontiers in Transportation Facilities, Buffalo, New York. <https://trid.trb.org/view/487424>
- [32] Ignatowski, P., & Kaminska, M. E. (2004). On the Effect of Confinement of Slender Reinforced Concrete Columns with CFRP Composites / Zum Einfluss der Behinderung der Querdehnung von schlanken bewehrten Betonstützen durch CFRP. *Restoration of Buildings and Monuments*, 10(1), 73-98. <https://doi.org/10.1515/rbm-2004-5831>
- [33] Masia, M. J., Gale, T. N., & Shrive, N. G. (2004). Size effects in axially loaded square-section concrete prisms strengthened using carbon fibre reinforced polymer wrapping. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1), 1-13. <https://doi.org/10.1139/A03-064>
- [34] Mirmiran, A., Shahawy, M., Samaan, M., Echary, H. E., Mastrapa, J. C., & Pico, O. (1998). Effect of Column Parameters on FRP-Confined Concrete. *Journal of Composites for Construction*, 2(4), 175-185. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(1998\)2:4\(175\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(1998)2:4(175))
- [35] Modarelli, R., Micelli, F., & Manni, O. (2005). *FRP-confinement of hollow concrete cylinders and prisms*. In C. K. Shield (Ed.), *Proceedings of the 7th International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement of Reinforced Concrete Structures*. American Concrete Institute. <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=49718937a4ad41875b31327d3f7dd09b4a11c812>

- [36] Parvin, A., & Wang, W. (2001). Behavior of FRP Jacketed Concrete Columns under Eccentric Loading. *Journal of Composites for Construction*, 5(3), 146-152. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2001\)5:3\(146\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2001)5:3(146))
- [37] Rochette, P., & Labossière, P. (2000). Axial Testing of Rectangular Column Models Confined with Composites. *Journal of Composites for Construction*, 4(3), 129-136. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2000\)4:3\(129\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2000)4:3(129))
- [38] Rousakis, T. C., Karabinis, A. I., & Kioussis, P. D. (2007). FRP-confined concrete members: Axial compression experiments and plasticity modelling. *Engineering Structures*, 29(7), 1343-1353. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.08.006>
- [39] Rousakis, T. C., & Karabinis, A. I. (2012). Adequately FRP confined reinforced concrete columns under axial compressive monotonic or cyclic loading. *Materials and Structures*, 45(7), 957-975. <https://doi.org/10.1617/s11527-011-9810-1>
- [40] Shehata, I. A. E. M., Carneiro, L. A. V., & Shehata, L. C. D. (2002). Strength of short concrete columns confined with CFRP sheets. *Materials and Structures*, 35(1), 50-58. <https://doi.org/10.1007/BF02482090>
- [41] Suter, R., & Pinzelli, R. (2001, July 16-18). *Confinement of concrete columns with FRP sheets*. The Proceedings of the 5th International Conference on Fibre Reinforced Plastics for Reinforced Concrete Structures, Cambridge, England. <http://www-civ.eng.cam.ac.uk/frprcs5/proceedings.htm>
- [42] Tao, Z., Yu, Q., & Zhong, Y.-Z. (2008). Compressive behaviour of CFRP-confined rectangular concrete columns. *Magazine of Concrete Research*, 60(10), 735-745. <https://doi.org/10.1680/mac.2007.00115>
- [43] Wang, Y.-f., & Wu, H.-l. (2010). Experimental Investigation on Square High-Strength Concrete Short Columns Confined with AFRP Sheets. *Journal of Composites for Construction*, 14(3), 346-351. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000090](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000090)
- [44] Wang, Y.-f., & Wu, H.-l. (2011). Size Effect of Concrete Short Columns Confined with Aramid FRP Jackets. *Journal of Composites for Construction*, 15(4), 535-544. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000178](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000178)
- [45] Wang, Z., Wang, D., & Smith, S. T. (2012, February 2-4). *Size effect of square concrete columns confined with CFRP wraps*. Proceedings of the 3rd Asia-Pacific Conference on FRP in Structures, Hokkaido University, Sapporo, Japan. <https://researchportal.scu.edu.au/esploro/outputs/conferencePresentation/Size-effect-of-square-concrete-columns/991012820330602368>
- [46] Yan, Z., Pantelides, C. P., & Reaveley, L. D. (2006). Fiber-reinforced polymer jacketed and shape-modified compression members: I-experimental behavior. *American Concrete Institute Structural Journal*, 103(6), 885-893. <https://www.proquest.com/openview/be55840d589efcf5eb459d1b47e1835/1?pq-origsite=gscholar&cbl=36963>
- [47] Yeh, F. Y., & Chang, K. C. (2012). Size and Shape Effects on Strength and Ultimate Strain in FRP Confined Rectangular Concrete Columns. *Journal of Mechanics*, 28(4), 677-690. <https://doi.org/10.1017/jmech.2012.118>
- [48] Zhang, D. J., Wang, Y. F., & Ma, Y. S. (2010). Compressive behaviour of FRP-confined square concrete columns after creep. *Engineering Structures*, 32(8), 1957-1963. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.02.023>
- [49] Ozbakkaloglu, T. (2013). Behavior of square and rectangular ultra high-strength concrete-filled FRP tubes under axial compression. *Composites Part B: Engineering*, 54(1), 97-111. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.05.007>

- [50] Ozbakkaloglu, T. (2013). Axial Compressive Behavior of Square and Rectangular High-Strength Concrete-Filled FRP Tubes. *Journal of Composites for Construction*, 17(1), 151-161. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CC.1943-5614.0000321](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000321)
- [51] Louk Fanggi, B. A., & Ozbakkaloglu, T. (2015). Square FRP-HSC-steel composite columns: Behavior under axial compression. *Engineering Structures*, 92, 156-171. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.03.005>
- [52] Fallah Pour, A., Gholampour, A., Zheng, J., & Ozbakkaloglu, T. (2019). Behavior of FRP-confined high-strength concrete under eccentric compression: Tests on concrete-filled FRP tube columns. *Composite Structures*, 220, 261-272. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.03.031>
- [53] Demir, U., Sahinkaya, Y., Ispir, M., & Ilki, A. (2018). Assessment of axial behavior of circular HSPFRCC members externally confined with FRP sheets. *Polymers*, 10(2), 1-14. <https://doi.org/10.3390/polym10020138>
- [54] Ozbakkaloglu, T. (2014). Ultra-high-strength concrete-filled FRP tubes: compression tests on square and rectangular columns. *Key Engineering Materials*, 575-576, 239-244. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.575-576.239>
- [55] Mirjalili, S., & Lewis, A. (2016). The Whale Optimization Algorithm. *Advances in Engineering Software*, 95, 51-67. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.01.008>
- [56] Ben Seghier, M. E. A., Corriea, J. A. F. O., Jafari-Asl, J., Malekjafarian, A., Plevris, V., & Trung, N.-T. (2021). On the modeling of the annual corrosion rate in main cables of suspension bridges using combined soft computing model and a novel nature-inspired algorithm. *Neural Computing and Applications*, 33(23), 15969-15985. <https://doi.org/10.1007/s00521-021-06199-w>
- [57] El Amine Ben Seghier, M., Keshtegar, B., Tee, K. F., Zayed, T., Abbassi, R., & Trung, N. T. (2020). Prediction of maximum pitting corrosion depth in oil and gas pipelines. *Engineering Failure Analysis*, 112, 104505. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104505>