



## Assessment of Dynamic Increase Factor after Column Removal by Pulldown and Finite Element Analysis

Alireza Hajizadeh Mohammad Nasirkhani<sup>1</sup>, Sobhan Rostami<sup>2</sup>, Javad Mashhadi<sup>3\*</sup>

<sup>1,2,3</sup>Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

### ARTICLE INFO

### ABSTRACT

**Article Type:**  
Original Research

**Received:** 05.16.2022  
**Revised:** 07.10.2022  
**Accepted:** 08.15.2022

**Keyword:**  
Progressive Collapse  
Dynamic Increase Factor  
Pulldown  
Nonlinear Static  
Nonlinear Dynamic

**\*Corresponding Author:**  
Javad Mashhadi  
**Email:** [jmashhadi63@gmail.com](mailto:jmashhadi63@gmail.com)

Progressive collapse is defined as a phenomenon with spread of an initial local failure from an element to another and leads to collapse of an entire structure or a disproportionately large part of it. To assess structures against progressive collapse, using linear and nonlinear static analyses and nonlinear dynamic analysis based on permitted guidelines. Performing nonlinear static analysis with proper Dynamic Increase Factor (DIF) can be a suitable method of approach as opposed to nonlinear dynamic analysis to predict structural response. Therefore, guidelines suggest various formulas to calculate DIF for different kinds of structures. These formulas depend only on maximum acceptable ductility of the critical member and to obtain these, some approximations due to regression and analysis type occur. In this research, three dimensional structures and all the rigid connection details of beam to column and pinned connection details of beam to beam were modeled in Abaqus. The real DIFs were obtained for three locations of corner, perimeter and middle column removal using pulldown method and compared to the ones suggested by the guidelines. The results revealed that there were differences between obtained DIFs from dynamic pulldown analysis and suggested guideline DIFs and these differences were more in specific ratio of plastic to yield rotations.



## EXTENDED ABSTRACT

### Introduction

Progressive collapse is defined as a phenomenon with spread of an initial local failure from an element to another and leads to collapse of an entire structure or a disproportionately large part of it. To assess structures against progressive collapse, using linear and nonlinear static analyses and nonlinear dynamic analysis is permitted by guidelines. Performing nonlinear static analysis with proper Dynamic Increase Factor (DIF) can be a suitable method of approach as opposed to nonlinear dynamic analysis to predict structural response. Therefore, guidelines suggest various formulas to calculate DIF for different kinds of structures. These formulas depend only on maximum acceptable ductility of the critical member and to obtain them some approximations due to regression and analysis type occur. In this research, three-dimensional structures and all the rigid connection details of beam to column and pinned connection details of beam to beam were modeled in Abaqus. Figure 1 shows the column loss locations on plan.

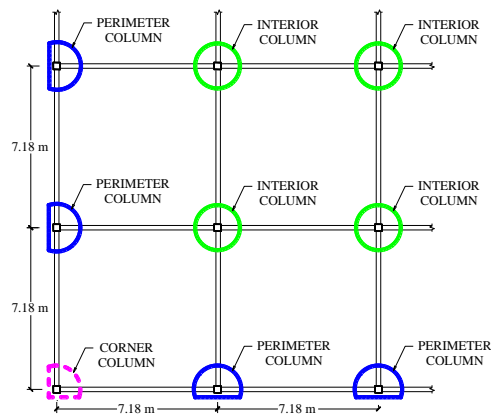


Figure 1. Column loss locations on the plan.

The real DIFs were obtained for three locations of corner, perimeter and middle column removal using pulldown method and compared to ones recommended by UFC guidelines. The results revealed that there are differences between obtained DIFs from dynamic pulldown analysis and suggested guideline DIFs and these differences are more in specific ratio of plastic to yield rotations.

### Methodology

In the present research, nonlinear dynamic and static analyses were used. One story structures with rigid connection of WUF was modeled. One of the vertical load-bearing elements at the specific location of plan was removed and the capability of structures to bridge across a removed element was evaluated. To assess dynamic increase factor (DIF), incremental dynamic analyses were carried out. Incremental dynamic analyses were performed in two stages. In the first stage, axial load obtained from static analysis was

applied on the location of column for sudden column removal. The second stage included sudden column removal and performing nonlinear dynamic analysis. Damping ratio was considered zero to find the maximum dynamic response of structure. DIF was obtained as follows:

$$DIF = \frac{F_{Pulldown}}{F_{IDA}} \quad (1)$$

where  $F_{IDA}$  is axial load of column removed in incremental dynamic analysis and  $P_{Pulldown}$  is axial applied load to the column loss location in pulldown analysis. Obtained DIF was compared to DIF suggested by UFC guidelines as per Equation (2).

$$DIF_{UFC} = 1.08 + \frac{0.76}{\left(\frac{\theta_p}{\theta_y}\right) + 0.83} \quad (2)$$

where  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$  is ratio of plastic and yield rotations.

## Results and discussion

Figure 2 shows a comparison of the DIF obtained from the analysis for corner column removal and the UFC equation. Base on the curve obtained from nonlinear dynamic and static analyses, dynamic increase factor was calculated and compared to the value suggested by the UFC guideline. It was found that DIF value decreased by increasing ratio of plastic and yield rotations. The obtained DIF was approximately 2 for displacement less than yield displacement. Results in Table 1 demonstrate that DIF obtained from analysis was greater than the recommended one and the DIFs obtained from the guideline and analysis were the same for the ratio of plastic and yield rotations near zero. DIFs obtained from the guideline and analysis were the same for very small and large ratios of plastic and yield rotations and the greatest differences were observed for the middle ranges of rotation ratios. The differences were due to modeling type, the method which was used to obtain the guideline DIF formula.

Table 1. result obtained from analysis for corner column removal.

| $\theta_p$<br>(Radian) | $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ | Disp <sub>IDA</sub><br>(mm) | P <sub>IDA</sub><br>(KN) | P <sub>pulldown</sub><br>(KN) | DIF <sub>ANL</sub> | DIF <sub>UFC</sub> | R      |
|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------|
| 0.00E+00               | 0.00                        | 19.4                        | 68.03                    | 134.58                        | 1.98               | 2.00               | 1      |
| 2.00E-03               | 0.29                        | 62.9                        | 217.75                   | 397.33                        | 1.82               | 1.76               | -3.41  |
| 7.83E-03               | 1.12                        | 103.8                       | 317.56                   | 518.21                        | 1.63               | 1.47               | -10.88 |
| 1.21E-02               | 1.73                        | 133.6                       | 367.47                   | 565.70                        | 1.54               | 1.38               | -11.59 |
| 1.76E-02               | 2.52                        | 172.1                       | 417.37                   | 608.90                        | 1.46               | 1.31               | -11.45 |
| 2.49E-02               | 3.58                        | 223.7                       | 467.28                   | 649.23                        | 1.39               | 1.25               | -11.20 |

| $\theta_p$<br>(Radian) | $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ | Disp <sub>IDA</sub><br>(mm) | P <sub>IDA</sub><br>(KN) | P <sub>pull-down</sub><br>(KN) | DIF <sub>ANL</sub> | DIF <sub>UFC</sub> | R     |
|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------|--------------------|-------|
| 3.56E-02               | 5.11                        | 298.9                       | 517.18                   | 668.50                         | 1.29               | 1.21               | -6.61 |
| 4.21E-2                | 6.05                        | 344.4                       | 537.15                   | 655.10                         | 1.22               | 1.19               | -2.52 |

$\theta_p$  = plastic rotation

DIF<sub>ANL</sub>= dynamic increase factor obtained from analysis

$$DIF_{UFC} = 1.08 + 0.76 / ((\theta_p / \theta_y) + 0.83)$$

Disp<sub>IDA</sub> =displacement obtained from dynamic analysis

IDA P<sub>IDA</sub> =axial load in incremental dynamic analysis

P<sub>pull-down</sub> =axial load in pulldown analysis

$$R = \frac{DIF_{UFC} - DIF_{ANALYSIS}}{DIF_{UFC}} \times 100$$

$\frac{\theta_p}{\theta_y}$  =ratio of plastic and yield rotations

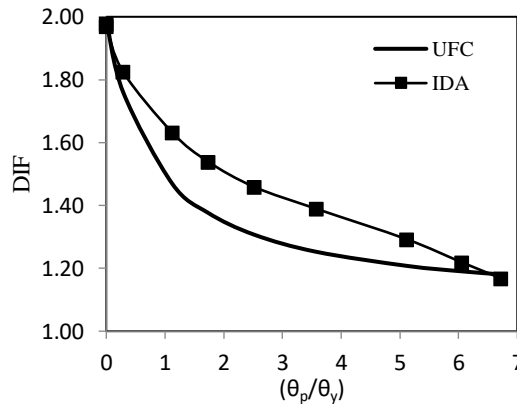


Figure 2. comparison of dynamic increase factor as a function of  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ .

### Conclusion

One of the most accurate procedures to assess the progressive collapse potential of a structure is nonlinear dynamic analysis which is highly sensitive. There are many effective parameters on DIF, of which the type of connections, analysis and modeling are the most effective. In this study, DIF in one story structures for three column loss locations by using finite element analysis were investigated. DIFs were obtained and compared to the suggested value of the UFC guidelines. The results illustrated that DIF obtained from analysis was greater than the recommended one and the DIFs obtained from the guidelines and analysis were the same for the ratio of plastic and yield rotations near zero.

DIFs obtained from guideline and analysis were the same for very small and large ratio of plastic and yield rotations and the greatest differences were observed for the middle ranges of rotation ratios. These differences were due to modeling type, the method which was used to obtain the guideline DIF formula.



## بررسی ضریب افزایش دینامیکی سازه پس از حذف ستون با روش بار افزون و تحلیل اجزا محدود

علیرضا حاجی‌زاده محمد نصیرخانی<sup>۱</sup>، سبخان رستمی<sup>۲</sup>، جواد مشهدی<sup>۳\*</sup>

۱، ۲ و ۳- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

### چکیده

### اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۲۶

بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۹

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۲۴

### کلید واژگان:

خرابی پیش‌رونده  
ضریب بزرگنمایی دینامیکی  
بار افزون  
ایستایی غیرخطی  
پویایی غیرخطی

خرابی پیش‌رونده پدیده‌ای است که در آن، ایجاد و گسترش خسارت جزئی یا شکست موضعی باعث خرابی کل سازه یا بخش قابل توجهی از آن می‌شود. به‌منظور بررسی سازه در پدیده خرابی پیش‌رونده، استفاده از تحلیل‌های ایستایی خطی و غیرخطی و همچنین تحلیل پویایی غیرخطی، در آیین‌نامه‌ها مجاز می‌باشد. استفاده از تحلیل ایستایی غیرخطی با اعمال ضریب افزایش پویایی (DIF) مناسب می‌تواند جایگزین مناسبی برای تحلیل پویایی غیرخطی در پیش‌بینی رفتار واقعی سازه باشد. در آیین‌نامه‌های معتبر این ضریب توسط روابطی که به حداکثر شکل‌پذیری موردپذیرش عضو بحرانی وابسته می‌باشد ارائه شده است و در مراحل به‌دست آمدن آن تقریب‌هایی برای نوع مدلسازی و رگرسیون از بین داده‌ها ایجاد شده است. در این مقاله، سازه سه بعدی با جزئیات کامل اتصالات صلب تیر به ستون و مفصلی تیر به تیر در نرم‌افزار آباکوس مدلسازی شد و ضریب افزایش پویایی دقیق با استفاده از روش بارافزون برای حذف ستون در سه موقعیت گوشه، کناری و میانی به‌دست آمد و با مقادیر پیشنهادی آیین‌نامه مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد DIFهای به‌دست‌آمده از تحلیل بار افزون پویایی با مقادیر پیشنهادی آیین‌نامه اختلاف دارد و این اختلاف در نسبت‌های دوران پلاستیک به حد تسلیم میانی بیشترین مقدار را دارد.

\*نویسنده مسئول: جواد مشهدی

پست الکترونیکی:

[jmashhadi63@gmail.com](mailto:jmashhadi63@gmail.com)



## مقدمه

خرابی پیش‌رونده با یک آسیب جزئی سازه شروع می‌گردد که گسترش این آسیب ممکن است منجر به آسیب‌دیدگی بخش قابل توجهی از سازه شود. آیین‌نامه‌ها و تحقیقات انجام‌شده روش‌هایی را پیشنهاد می‌کنند که در آنها قابلیت سازه در تحمل خرابی موضعی و جزئی بررسی می‌گردد و کنترل می‌شود که آیا سازه پس از حذف عضو باربر ثقلی (ستون یا دیوار) توانایی جذب انرژی حاصل از این واقعه را دارد؟ برای بررسی این قابلیت در سازه از روش‌های تحلیل ایستایی خطی و غیرخطی و همچنین پویایی غیرخطی استفاده می‌شود.

مک کی<sup>۱</sup> و همکارانش با انجام تحلیل‌های دینامیکی غیرخطی، ایستایی خطی و ایستایی غیرخطی بر سازه‌های فولادی و بتنی، ضرایب افزایش پویایی و افزایش بار برای استفاده در تحلیل‌های ایستایی غیرخطی و خطی را ارائه دادند [۱].

کیم<sup>۲</sup> و همکاران به بررسی رفتار اتصال مستقیم تیر به ستون در قاب‌های خمشی فولادی تحت بار یک‌سویه<sup>۳</sup> برای بررسی خرابی پیش‌رونده و بار رفت و برگشتی برای بررسی بار لرزه‌ای پرداختند. دو اتصال (SP1) برای تحمل بار ثقلی و (SP2) برای تحمل بار لرزه‌ای با مشخصات یکسان در نظر گرفته شد. در این اتصال جان تیر توسط پیچ و بال‌های تیر توسط جوش به ستون وصل شده‌اند. بیشترین دوران محور تیر، تحت بارگذاری یک‌سویه، بیشتر از معیار در نظر گرفته‌شده در استاندارد GSA<sup>۴</sup> برای این نوع اتصال بود و همچنین میزان انرژی تلف‌شده برای اتصال‌ها نیز محاسبه و مقایسه شد [۲]. لیو<sup>۵</sup> و همکاران با انجام آزمایش، رفتار اتصال تیر به ستون با ورق انتهایی را بررسی کردند. در این تحقیق پنج آزمایش به‌صورت پویایی با حذف ناگهانی ستون برای شدت‌های مختلف بار گسترده انجام گرفت و همچنین پنج آزمایش دیگر به اعمال بار به‌صورت ایستایی صورت پذیرفت. نتایج نشان داد مدت زمان حذف ستون، تأثیر زیادی در تشدید بار دارد [۳]. لی<sup>۶</sup> و همکاران رفتار اتصال خمشی را با انجام آزمایش بر روی نمونه سازه فولادی یک طبقه بدون دال و با مقیاس ۱/۳ بررسی کردند. دوران‌های محاسبه‌شده در پایان آزمایش محاسبه و با مقدار پیشنهادشده در آیین‌نامه UFC<sup>۷</sup> مقایسه شد [۴]. مشهدی و صفاری تأثیر میرایی بر ضریب افزایش پویایی در خرابی پیش‌رونده را بررسی کردند. نتایج نشان داد با افزایش نسبت میرایی ضریب افزایش دینامیکی با فرمول پیشنهادی آیین‌نامه اختلاف دارد [۵]. موسوی و شیدایی تیرهای خمشی در قاب‌های بادبندی با سیستم دوگانه را بررسی کردند. دو نوع بادبند ضربدری و هشتی تحت نیروهای لرزه‌ای متفاوت بررسی گردید [۶]. بیگناه و همکاران یک روش مقاوم‌سازی برای افزایش مقاومت سازه در برابر خرابی پیش‌رونده را پیشنهاد داده‌اند [۷]. لیو<sup>۸</sup> یک روش جدید بارافزون<sup>۹</sup> برای بررسی خرابی پیش‌رونده در سازه‌ها پیشنهاد کرد. در این روش نیرو به محل ستون حذف‌شده به‌صورت نموی اضافه می‌شود در حالی که در روش بارافزون مطرح‌شده در مطالعات پیشین، بار ثقلی در دهانه‌های مجاور ستون حذف‌شده به‌صورت نموی اضافه می‌شود. در این روش نیرویی که در محل ستون حذف‌شده به سمت پایین اعمال می‌گردد از حاصل ضرب نیروی محوری ستون موردنظر (در سازه قبل از حذف ستون) در ضریب افزایش دینامیکی به‌دست می‌آید. به‌منظور تشریح روش بارافزون متمرکز، سازه نه طبقه با هر دو روش بارافزون متمرکز و گسترده ارزیابی شد و نتایج به‌دست‌آمده از روش بارافزون متمرکز، مطابقت

---

<sup>1</sup> McKay

<sup>2</sup> Kim

<sup>3</sup> Monotonic

<sup>4</sup> General Services Administration (GSA)

<sup>5</sup> Liu

<sup>6</sup> Li

<sup>7</sup> UNIFIED FACILITIES CRITERIA, (UFC)

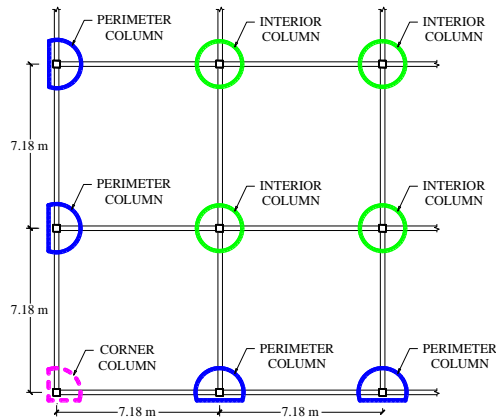
<sup>8</sup> Liu

<sup>9</sup> Pulldown

خوبی با نتایج آنالیز دینامیکی غیرخطی داشته است. همچنین فرمول پیشنهادی ضریب افزایش دینامیکی برای تحلیل بار افزون در محل ستون حذف شده ارائه گردید [۸]. لیو و پیرموز<sup>۱</sup> روش جدیدی برای تحلیل استاتیکی غیرخطی برمبنای انرژی ذخیره شده و کار انجام شده در روش بار افزون را پیشنهاد دادند [۹]. مشهدی و صفاری تأثیر ضریب سخت شوندهی کرنشی بر ضریب افزایش دینامیکی را بررسی و با مقادیر پیشنهادی آیین نامه مقایسه کردند [۱۰]. مطالعات بسیاری در زمینه بررسی عوامل مؤثر بر افزایش ظرفیت سازه در پدیده خرابی پیش‌رونده نیز انجام شده است [۱۱؛ ۱۲]. یکی از عوامل مؤثر در سازه‌های فلزی که منجر به افزایش ظرفیت سازه در برابر حذف ستون می‌گردد اتصالات تیرهای اصلی و فرعی و نوع تحلیل و مدل‌سازی می‌باشد. در این مقاله ضریب افزایش پویایی سازه برای سه موقعیت حذف ستون گوشه، کناری و میانی به روش بار افزون و تحلیل اجزا محدود بررسی شده است. در روش بار افزون، بار متمرکز به صورت گام به گام و فزاینده به محل ستون حذف شده اعمال می‌شود و منحنی نیرو و جابه‌جایی برای نقطه موردنظر رسم می‌گردد. روش بار افزون به دو صورت ایستایی و پویایی<sup>۲</sup> قابل انجام می‌باشد.

## مدلسازی

در این مقاله، ارزیابی پتانسیل خرابی پیش‌رونده با روش بار افزون صورت می‌گیرد. بر همین اساس سازه فلزی یک طبقه با نرم‌افزار ABAQUS مدل‌سازی شده و ستون‌ها در موقعیت‌های، ستون کناری، گوشه و میانی از مدل حذف و تحلیل به صورت ایستا و پویا انجام شده است. در پلان نشان داده شده در شکل ۱ موقعیت‌های ستون حذف شده نشان داده شده است. در مدل‌سازی، دهانه‌هایی که تحت تأثیر مستقیم ستون حذف شده قرار دارند و نیمی از دهانه مجاور، به دلیل در نظر گرفتن تأثیر دهانه‌های دور، مدل‌سازی شده است. کلیه مقاطع، ابعاد آنها و مشخصات مصالح با توجه به نمونه آزمایشگاهی انتخاب شده است [۱۳]. برای مدل‌سازی موقعیت ستون کناری و میانی، از تقارن استفاده شده است. به نحوی که در حالت ستون کناری یک‌دوم و در حالت ستون میانی یک‌چهارم مدل اصلی مدل‌سازی شده است. مشخصات تیرها و ستون در شکل ۱ مشخص شده است.

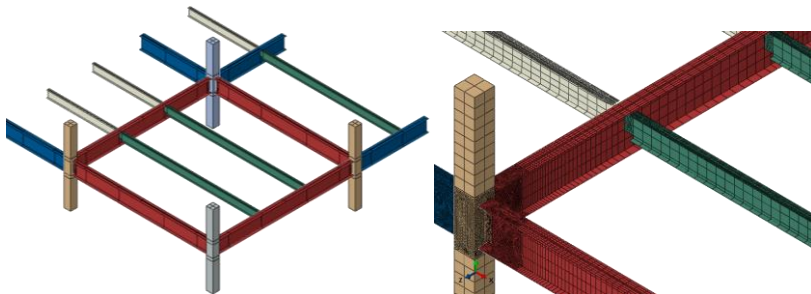


شکل ۱. موقعیت ستون‌های حذف شده در پلان.

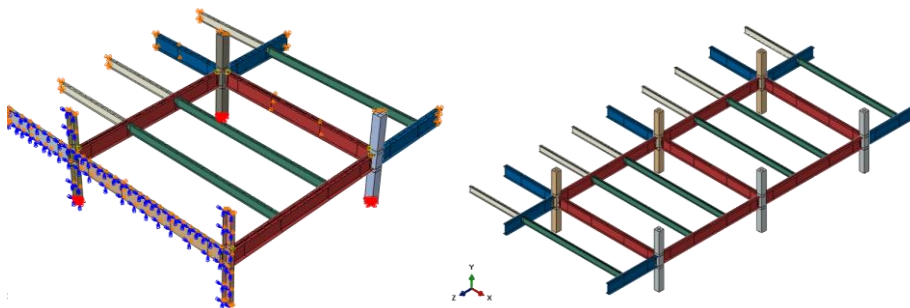
<sup>1</sup> Liu and Pirmoz

<sup>2</sup> Incremental Dynamic

در کلیه مدل‌سازی‌ها اتصال صلب تیر به ستون از WUF جوشی با ورق برشی جان استفاده شده است. اتصال تیرهای فرعی به تیر اصلی از طریق اتصال ورق جان صورت گرفته است. شکل‌های ۲، ۳ و ۴ تصویری از مدل اجزا محدود قاب در موقعیت حذف ستون گوشه، کناری و میانی را نشان می‌دهند.

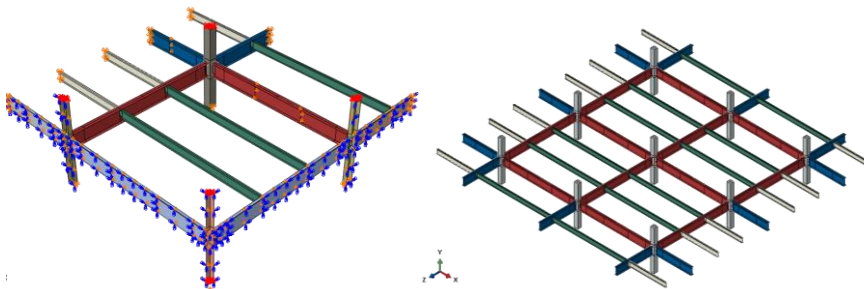


شکل ۲. مدل اجزا محدود قاب با ستون گوشه و جزئیات اتصال تیر به ستون و تیر به تیر.



شکل ۳. مدل اجزا محدود قاب با ستون کناری.

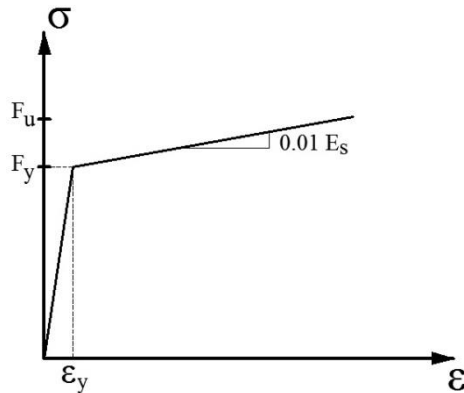
همان‌طور که در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است شرایط مرزی برای مدل‌های قرینه کناری و میانی در نظر گرفته شده است که قابل مشاهده می‌باشند. برای ستون کناری تقارن حول محور X و ستون میانی تقارن حول محورهای Z و X در نظر گرفته شده است.



شکل ۴. مدل اجزا محدود قاب با ستون میانی.

مشخصات مصالح فولاد مصرفی در کلیه مدل‌ها در ادامه توضیح داده شده است. تیرها و ستون‌های فولادی با استفاده از المان پوسته چهارگره‌ی (S4R)، مدلسازی شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است برای تیرها و ستون‌های فولادی یک رابطه تنش- کرنش دوطبقه ارائه شده است. مشخصات مصالح در جدول ۱ معرفی شده است. مدول الاستیسیته فولاد  $E+5/1$  نیوتن بر میلی‌مترمربع در نظر گرفته شده است.



شکل ۵. نمودار تنش- کرنش مصالح مورد استفاده.

جدول ۱. مشخصات مصالح مصرفی.

| عنوان        | تنش تسلیم (مگاپاسکال) | تنش نهایی (مگاپاسکال) |
|--------------|-----------------------|-----------------------|
| تیر          | ۳۱۳ بال               | ۴۶۵ بال               |
|              | ۳۳۸ جان               | ۴۷۷ جان               |
| ستون         | ۳۱۷                   | ۴۶۶                   |
| ورق پیوستگی  | ۳۵۶                   | ۵۰۶                   |
| ورق برشی جان | ۳۲۱                   | ۴۸۷                   |

### روش تحلیل مدل‌های اجزا محدود مورد مطالعه

با توجه به ماهیت پویا و غیرخطی سازه در پدیده حذف ناگهانی ستون، در مطالعات خرابی پیش‌رونده، روش پویای غیرخطی دارای دقت بالاتری نسبت به تحلیل‌های ایستا می‌باشد. به دلیل نیاز به دقت بالا در مدل‌سازی و همچنین زمان زیاد انجام تحلیل پویایی غیرخطی، روش‌های تحلیل ایستایی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه از تحلیل ایستایی غیرخطی و پویایی غیرخطی استفاده شده است. همان‌طور که پیشتر توضیح داده شد قاب یک طبقه با اتصال صلب تیر به ستون از نوع WUF جوشی مدلسازی شده است. بارگذاری سازه در ابتدا به صورت ایستای فزاینده انجام شده و برای بررسی ضریب افزایش پویایی و رفتار سازه پس از حذف ناگهانی ستون از بارگذاری پویای فزاینده استفاده شده است. به منظور انجام تحلیل پویایی پس از حذف ناگهانی ستون، ابتدا تحلیل ایستایی انجام و نیروهای ستون مورد نظر (مهم‌ترین نیروی داخلی نیروی محوری ستون می‌باشد) به دست می‌آید.

تحلیل پویای فزاینده (IDA) طی دو مرحله انجام شده است: مرحله اول، بار متمرکز (بار ستون حذف شده، از تحلیل ایستایی) به محل ستون مورد نظر برای حذف ناگهانی اعمال می‌گردد، بارگذاری در این مرحله در زمانی برابر با ده برابر

زمان تناوب ارتعاش قائم سازه انجام می‌گیرد. مرحله دوم شامل حذف ناگهانی ستون موردنظر و انجام تحلیل پویای غیرخطی می‌باشد. به‌منظور رسیدن به بیشترین پاسخ پویای میرایی، صفر در نظر گرفته شده است [۵]. در ادامه نتایج حاصل از تحلیل برای حالات مختلف حذف ستون بررسی می‌شود.

### محاسبه ضریب افزایش دینامیکی

همان‌طور که در قسمت قبل توضیح داده شد به‌منظور به‌دست آوردن ضریب افزایش پویایی، تحلیل ایستایی و پویایی غیرخطی انجام گرفته است. در پایان تحلیل، دوران پلاستیک انتهایی تیر  $\theta_p$  برای هر دو روش تحلیل محاسبه شده و نسبت دوران پلاستیک به دوران حد تسلیم  $(\frac{\theta_p}{\theta_y})$  نیز به‌دست آمده است. با توجه به مقادیر بار محوری اعمال شده به محل ستون حذف‌شده در تحلیل پویایی فزاینده و ایستایی غیرخطی، ضریب افزایش پویایی مطابق با فرمول ۱ محاسبه می‌گردد.

$$DIF = \frac{F_{Pulldown}}{F_{IDA}} \quad (1)$$

در فرمول بالا  $F_{IDA}$  بار محوری ستون حذف‌شده در تحلیل پویایی فزاینده و  $P_{Pulldown}$  بار محوری اعمال‌شده به محل ستون حذف‌شده متناظر با تغییر مکان تحلیل پویایی فزاینده می‌باشند.

### بارگذاری و اعمال شرایط مرزی

در مدل‌های قاب از بارگذاری پویایی فزاینده (IDA) و ایستایی فزاینده به‌صورت جابه‌جایی کنترل استفاده شده است. با بهره‌گیری از خاصیت تقارن و اعمال شرایط مرزی قرینه در نرم‌افزار، مدل برای موقعیت حذف ستون میانی به یک‌چهارم و موقعیت حذف ستون کناری به نصف تقلیل پیدا می‌کند. در شکل ۳ و ۴ اعمال شرایط مرزی قرینه برای موقعیت حذف ستون میانی نشان داده شده است.

### مش‌بندی و المان‌های مورد استفاده در مدل اجزا محدود

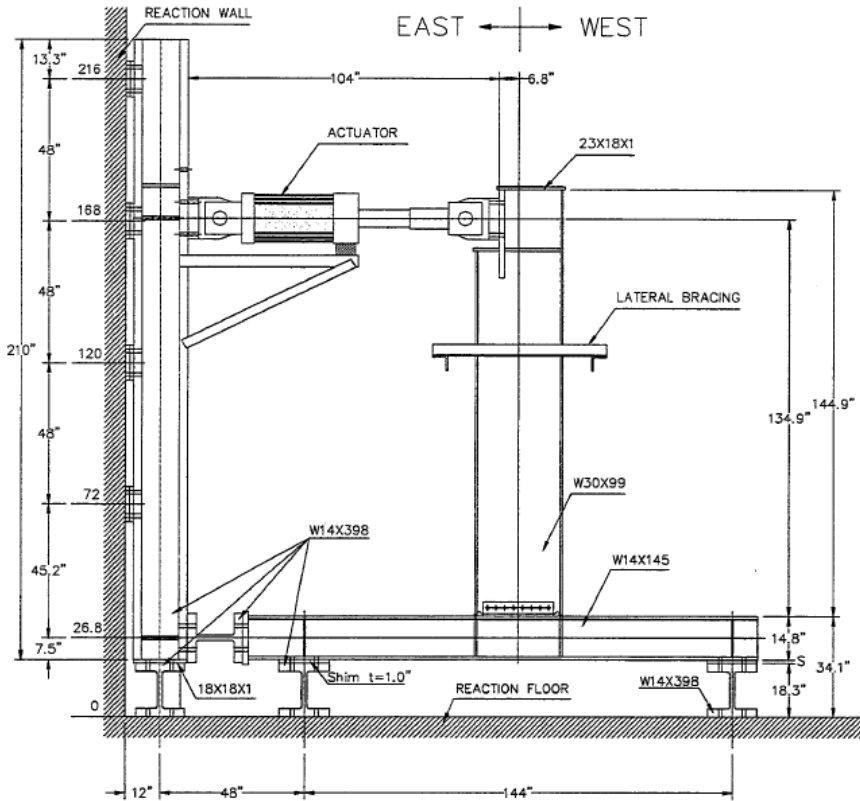
مش‌بندی، اساس روش اجزا محدود است که عمده هزینه، زمان و حجم کار را به خود اختصاص می‌دهد. مش‌بندی به نوعی تضمین‌کننده دقت جواب است به این معنی که اگر مش‌بندی به‌صورت اصولی و با رعایت نکات ضروری انجام شده باشد، دقت کار تضمین شده خواهد بود. نوع المان مورد استفاده برای تیرها، ستون‌ها از المان پوسته ۴‌گره (S4R) با انتگرال‌گیری کاهش‌یافته می‌باشد. اندازه مش برای المان پوسته در تیرها در نواحی نزدیک به ستون ۱۵ میلی‌متر که با دور شدن از ستون تا ۵۰ میلی‌متر افزایش یافته است. اندازه مش در ستون و در محل اتصال تیر به آن ۱۵ میلی‌متر می‌باشد و در دیگر نواحی ۵۰ میلی‌متر می‌باشد. شکل ۲ نحوه مش‌بندی مدل‌ها را نشان می‌دهد.

### صحت‌سنجی مدل اجزا محدود

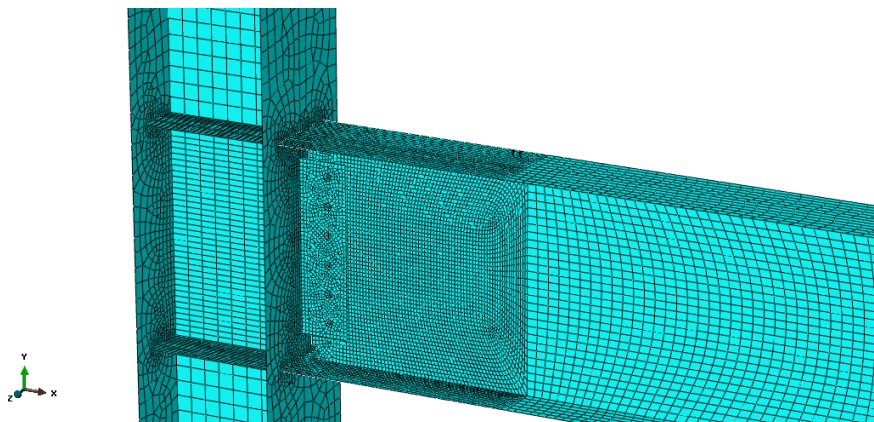
پیش از مدل‌سازی اجزا محدود و برای بررسی رفتار مدل باید از صحت و دقت نتایج پیش‌بینی‌شده توسط این روش اطمینان حاصل کرد. برای این کار نتایج اندازه‌گیری‌شده در یک آزمایش معتبر باید با مقادیر حاصل از مدل اجزا محدود متناظر مقایسه شوند و در صورت انطباق نتایج می‌توان به مدل ساخته‌شده اطمینان کرد.

به‌منظور صحت‌سنجی اتصال صلب تیر به ستون از نمونه اتصال SAC<sup>۳</sup> گزارش‌شده در SAC/BD-۰۰/۰۱ استفاده شده است [۱۴]. ابعاد و جزئیات نمونه آزمایشگاهی در شکل ۶ نشان داده شده است. در نمونه آزمایشگاهی، تیر از نوع

W24x68 با طول ۳۴۲۹ میلی‌متر و ستون از نوع W14x120 با ارتفاع ۳۶۵۸ میلی‌متر با اتصال از نوع اتصال مستقیم تقویت‌نشده به هم متصل شده‌اند و انتهای تیر بارگذاری شده‌است. مدل اجزا محدود نمونه با در نظر گرفتن تمامی جزئیات به وسیله نرم‌افزار اجزا محدود ABAQUS ساخته شده است (شکل ۷). مشخصات مصالح فولاد مصرفی در مدل‌سازی مطابق با مشخصات مصالح نمونه آزمایشگاهی در نظر گرفته شده‌است.

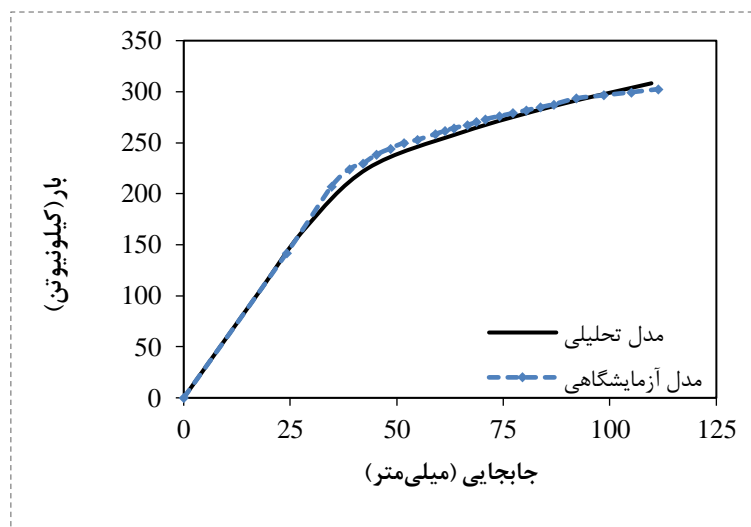


شکل ۶. ابعاد و جزئیات نمونه آزمایشگاهی اتصال مستقیم تیر به ستون [۱۴].



شکل ۷. مدل اجزا محدودی اتصال صلب SAC۰۳.

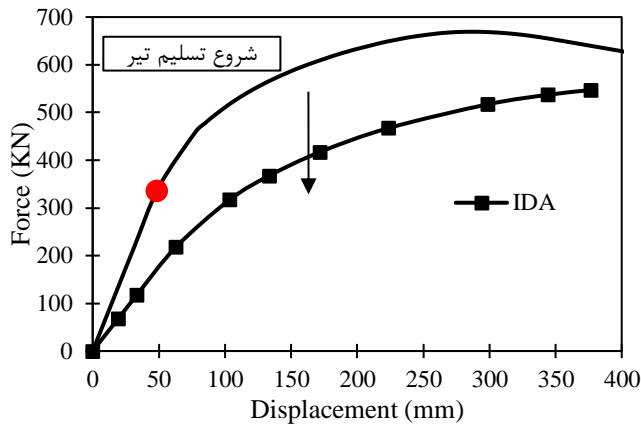
شرایط تکیه‌گاهی به گونه‌ای اختصاص داده شده است تا بهترین تطابق را با شرایط آزمایشگاهی داشته باشد. در ساخت این مدل از المان‌های پوسته ۴ گره‌ای (S۴R) استفاده شده است. در نواحی نزدیک به اتصال که نیاز به دقت بالاتری در مدل‌سازی آنها وجود دارد، از مش‌بندی ریزتر استفاده شده است به طوری که اندازه مش‌ها با دور شدن از محل اتصال افزایش می‌یابد تا زمان تحلیل کاهش داده شود. تحلیل استاتیکی غیرخطی بر روی مدل ساخته شده انجام گرفته و نتایج حاصل از آزمایش و مدل اجزا محدود با هم مقایسه شدند. در شکل ۸ نمودار بار-جابجایی نمونه آزمایشگاهی و مدل اجزا محدود نشان داده شده است.



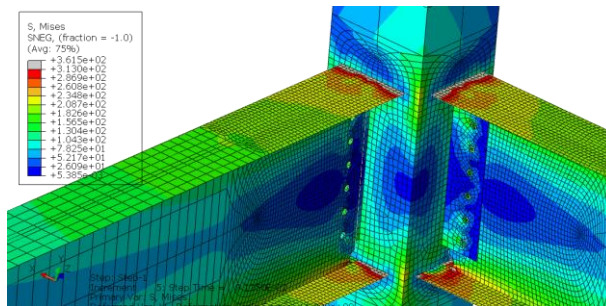
شکل ۸. مقایسه نمودار بار-جابجایی نمونه تحلیلی و آزمایشگاهی.

## نتایج و بحث

ابتدا قاب با موقعیت حذف ستون گوشه بررسی شد. در تحلیل دینامیکی فزاینده، بار متمرکز در محل ستون حذف شده اعمال گردید و پس از برقراری تعادل در سازه، ستون موردنظر به صورت ناگهانی حذف و در نهایت پاسخ سازه ثبت شد. به منظور بررسی DIF، بارگذاری ایستایی فزاینده نیز بر روی سازه موردنظر انجام شد و نتایج حاصل از تحلیل ایستایی و پویایی فزاینده در قالب منحنی نیرو جابه‌جایی در شکل ۹ با یکدیگر مقایسه و DIF به دست آمده است. همان‌طور که از شکل ۹ قابل مشاهده می‌باشد شروع تسلیم تیر روی منحنی نیرو جابه‌جایی حاصل از تحلیل بار افزون ایستایی نشان داده شده است. مقدار نیرو و تغییر مکان در شروع تسلیم به ترتیب برابر با  $۳۳۵/۷۴$  کیلونیوتن و  $۴۸/۹$  میلی‌متر می‌باشد. شکل ۱۰ شروع تسلیم در تیر متصل به ستون آسیب‌دیده را نشان می‌دهد.



شکل ۹. منحنی بار جابه‌جایی قاب پس از حذف ستون گوشه.



شکل ۱۰. نمایش شروع تسلیم تیر در محل اتصال به ستون گوشه.

با توجه منحنی‌های حاصل از تحلیل پویایی و ایستایی فزاینده، مقدار ضریب افزایش دینامیکی محاسبه و با مقدار پیشنهادی آیین‌نامه در جدول ۲ مقایسه شده است. همان‌طور که از جدول ۲ مشاهده می‌شود مقدار DIF با افزایش تغییر مکان و نسبت دوران پلاستیک به دوران تسلیم کاهش می‌یابد. مقادیر DIF به دست آمده از تحلیل برای تغییر مکان‌های کمتر از تغییر مکان حد تسلیم تقریباً برابر با دو می‌باشد. نتایج حاصل نشان می‌دهد مقدار DIF به دست آمده

از تحلیل از مقدار پیشنهادی آیین نامه بیشتر می باشد. درصد اختلاف بین DIF محاسباتی با فرمول پیشنهادی آیین نامه در ستون آخر جدول ۲ نشان داده شده است. برای مقایسه بهتر بین دو ضریب افزایش دینامیکی تحلیلی و آیین نامه UFC، مقادیر DIF به ازای نسبت دوران های پلاستیک به دوران حد تسلیم در شکل ۱۱ نشان داده شده است. نتایج نشان داده شده در جدول ۲ و شکل ۱۱ نشان می دهد که مقادیر DIF به دست آمده از فرمول پیشنهادی آیین نامه برای نسبت دوران های نزدیک به صفر با مقدار دقیق حاصل از تحلیل انطباق دارد. با افزایش نسبت دوران های پلاستیک به حد تسلیم تا مقدار تقریبی ۲/۵، اختلاف بین DIF محاسباتی و فرمول آیین نامه افزایش می یابد و با افزایش نسبت دوران بیشتر از ۲/۵ اختلاف کاهش می یابد. بنابراین می توان نتیجه گرفت DIF حاصل از فرمول آیین نامه و مقدار محاسباتی در نسبت دوران های خیلی کم و زیاد دارای مقادیر نسبتاً یکسانی می باشند و در نسبت های دوران حد متوسط بیشترین اختلاف را دارند. علت این اختلاف در نسبت دوران های حد وسط، ناشی از روش مدلسازی و نحوه به دست آوردن فرمول آیین نامه می باشد.

جدول ۲. مقایسه نتایج تحلیل در موقعیت حذف ستون گوشه.

| $\theta_p$ (Radian) | $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ | Disp <sub>IDA</sub> (mm) | P <sub>IDA</sub> (KN) | P <sub>pull-down</sub> (KN) | DIF <sub>ANL</sub> | DIF <sub>UFC</sub> | R      |
|---------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|--------|
| ۰.۰۰E+۰۰            | ۰.۰۰                        | ۱۹.۴                     | ۶۸.۰۳                 | ۱۳۴.۵۸                      | ۱.۹۸               | ۲.۰۰               | ۱      |
| ۲.۰۰E-۰۳            | ۰.۲۹                        | ۶۲.۹                     | ۲۱۷.۷۵                | ۳۹۷.۳۳                      | ۱.۸۲               | ۱.۷۶               | -۲.۴۱  |
| ۷.۸۳E-۰۳            | ۱.۱۲                        | ۱۰۳.۸                    | ۳۱۷.۵۶                | ۵۱۸.۲۱                      | ۱.۶۳               | ۱.۴۷               | -۱۰.۸۸ |
| ۱.۲۱E-۰۲            | ۱.۷۳                        | ۱۳۳.۶                    | ۳۶۷.۴۷                | ۵۶۵.۷۰                      | ۱.۵۴               | ۱.۳۸               | -۱۱.۵۹ |
| ۱.۷۶E-۰۲            | ۲.۵۲                        | ۱۷۲.۱                    | ۴۱۷.۳۷                | ۶۰۸.۹۰                      | ۱.۴۶               | ۱.۳۱               | -۱۱.۴۵ |
| ۲.۴۹E-۰۲            | ۳.۵۸                        | ۲۲۳.۷                    | ۴۶۷.۲۸                | ۶۴۹.۲۳                      | ۱.۳۹               | ۱.۲۵               | -۱۱.۲۰ |
| ۳.۵۶E-۰۲            | ۵.۱۱                        | ۲۹۸.۹                    | ۵۱۷.۱۸                | ۶۶۸.۵۰                      | ۱.۲۹               | ۱.۲۱               | -۶.۶۱  |
| ۴.۲۱E-۰۲            | ۶.۰۵                        | ۳۴۴.۴                    | ۵۳۷.۱۵                | ۶۵۵.۱۰                      | ۱.۲۲               | ۱.۱۹               | -۲.۵۲  |

$\theta_p$  دوران پلاستیک حاصل از تحلیل پویایی غیرخطی فزاینده =

DIF<sub>ANL</sub> = ضریب افزایش پویایی به دست آمده از تحلیل

$$DIF_{UFC} = 1.08 + 0.76 / ((\theta_p / \theta_y) + 0.83)$$

Disp<sub>IDA</sub> = تغییر مکان به دست آمده از تحلیل پویایی فزاینده متناسب با بار محوری ستون

P<sub>IDA</sub> = بار محوری ستون حذف شده در تحلیل IDA

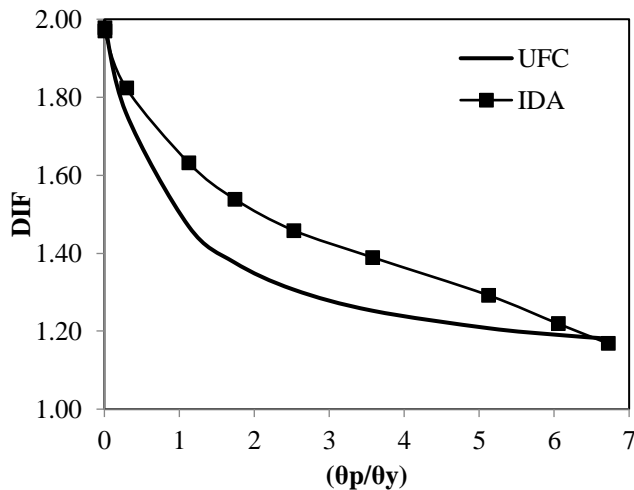
P<sub>pull-down</sub> = بار محوری اعمال شده به محل ستون حذف شده متناظر با تغییر مکان در تحلیل IDA

$$R = \frac{DIF_{UFC} - DIF_{ANALYSIS}}{DIF_{UFC}} \times 100$$

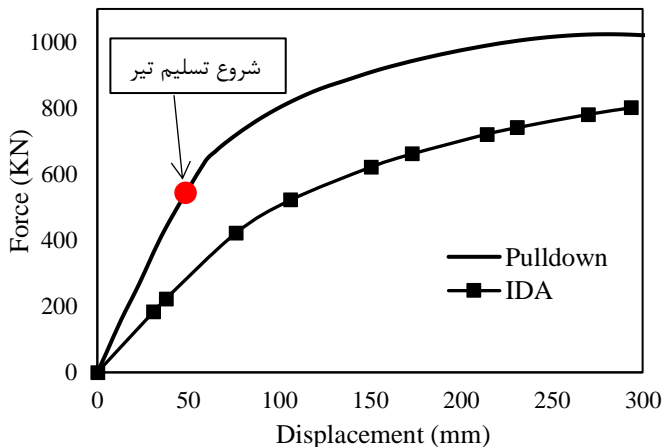
$\frac{\theta_p}{\theta_y}$  = نسبت دوران پلاستیک حاصل از تحلیل IDA به دوران حد تسلیم عضو

از دیگر دلایل اختلاف می توان به استفاده از مفصل پلاستیک متمرکز در تحلیل به روش آیین نامه اشاره کرد. همچنین در نظر نگرفتن سختی اجزای اتصال مانند ورق های اتصال، تیرهای فرعی و غیره در عملکرد سازه حین حذف ستون باعث کمتر بودن DIF پیشنهادی آیین نامه UFC [۱۵] نسبت به تحلیل دقیق شده است.

به منظور بررسی تأثیر محل ستون حذف شده در سازه، کلیه مراحل و تحلیل‌های بیان شده برای ستون در موقعیت‌های کناری و میانی نیز انجام شده است که بررسی نتایج آن در ادامه آورده شده است. منحنی نیروی جابه‌جایی به دست آمده از تحلیل ایستایی و پویایی فزاینده، برای موقعیت حذف ستون کناری در شکل ۱۲ نشان داده شده است. شروع تسلیم در جابه‌جایی ۴۸/۹ میلی‌متر و نیروی ۵۴۱/۳ کیلو نیوتن اتفاق افتاده است. این بدین معناست که DIF برای بارهای محوری کمتر از بار حد تسلیم باید مقدار نزدیک به دو باشد که در نتایج جدول ۳ قابل مشاهده می‌باشد.



شکل ۱۱. منحنی DIF به ازای  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$  برای حذف ستون گوشه.



شکل ۱۲. منحنی بار جابه‌جایی قاب بدون دال پس از حذف ستون کناری.

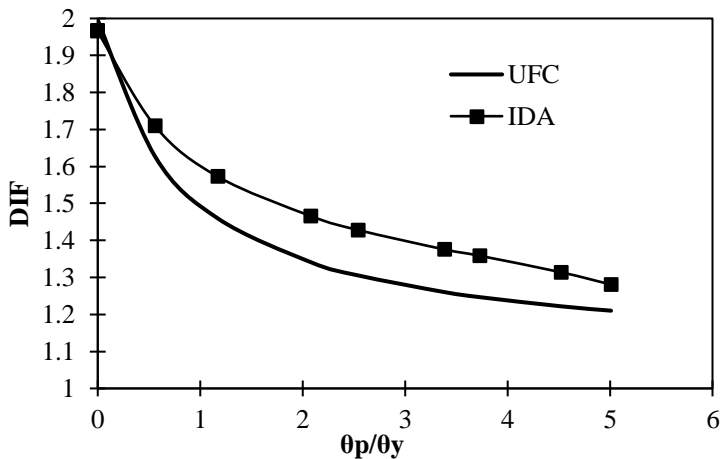
نتایج به دست آمده از تحلیل ایستایی و پویایی فزاینده برای حذف ستون در موقعیت کناری در جدول ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد برای نسبت دوران‌های  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$  برابر با صفر، DIF حاصل از تحلیل و فرمول

پیشنهادی آیین‌نامه مقدار دو می‌باشند. در مقدار بار محوری ۲۲۲/۴۸ کیلونیوتن تغییر مکان مورد نیاز حاصل از تحلیل دینامیکی ۳۷/۶۸ میلی‌متر می‌باشد که از مقدار تغییر مکان حد تسلیم کمتر می‌باشد. مقدار DIF در این مقدار بار ۱/۹۶ به دست آمده است.

جدول ۳. مقایسه نتایج تحلیل در موقعیت حذف ستون کناری.

| $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ | $P_{IDA}$ (KN) | Disp IDA (mm) | $P_{pulldown}$ (KN) | $DIF_{ANL}$ | $DIF_{UFC}$ | R     |
|-----------------------------|----------------|---------------|---------------------|-------------|-------------|-------|
| ۰                           | ۱۸۲.۶۱         | ۳۰.۷۸         | ۳۵۹.۱۶              | ۱.۹۸        | ۲.۰۰        | ۱     |
| ۰.۵۶                        | ۴۲۱.۵۹         | ۷۶.۲۵         | ۷۲۰.۴۴              | ۱.۷۱        | ۱.۶۳        | -۴.۹۱ |
| ۱.۱۸                        | ۵۲۱.۵۵         | ۱۰۶.۳۲        | ۸۱۹.۸۷              | ۱.۵۷        | ۱.۴۶        | -۷.۵۳ |
| ۲.۰۸                        | ۶۲۱.۲۳         | ۱۵۰.۵۱        | ۹۱۰.۶۹              | ۱.۴۷        | ۱.۳۴        | -۹.۷۰ |
| ۲.۵۴                        | ۶۶۱.۱۱         | ۱۷۳.۱۶        | ۹۴۴.۱               | ۱.۴۳        | ۱.۳۱        | -۹.۱۶ |
| ۳.۳۸                        | ۷۲۰.۹۲         | ۲۱۴.۲۷        | ۹۹۱.۷۷              | ۱.۳۸        | ۱.۲۶        | -۹.۵۲ |
| ۳.۷۳                        | ۷۴۰.۸۶         | ۲۳۱.۰۶        | ۱۰۰۶.۵۶             | ۱.۳۶        | ۱.۲۵        | -۸.۸۰ |
| ۴.۵۳                        | ۷۸۰.۷۳         | ۲۷۰.۰۹        | ۱۰۲۵.۶۷             | ۱.۳۱        | ۱.۲۲        | -۷.۳۸ |
| ۵.۰۱                        | ۸۰۰.۶۷         | ۲۹۳.۷۶        | ۱۰۲۵.۴۹             | ۱.۲۸        | ۱.۲۱        | -۵.۷۹ |

به منظور بررسی و مقایسه بهتر DIF‌های به دست آمده از تحلیل و فرمول آیین‌نامه، نتایج در قالب منحنی DIF بر حسب نسبت دوران پلاستیک به دوران حد تسلیم در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

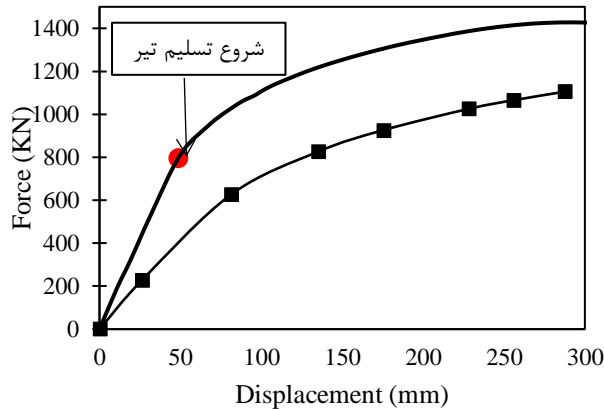


شکل ۱۳. منحنی DIF به ازای  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$  برای حذف ستون کناری.

همان‌طور که در شکل ۱۳ و جدول ۳ مشاهده می‌گردد در نسبت دوران پلاستیک به دوران حد تسلیم برابر با صفر DIF به دست آمده از تحلیل و فرمول UFC تقریباً یکسان می‌باشند. با افزایش این نسبت دوران، اختلاف بین DIF‌ها تا مقدار نسبت دوران ۲/۵۴ به بیشترین مقدار خود می‌رسد و با افزایش نسبت دوران این اختلاف کاهش می‌یابد که علت

آن در بررسی حذف ستون در موقعیت گوشه توضیح داده شد. کلیه مراحل برای حذف ستون میانی نیز انجام شده است که نتایج آن در ادامه ارائه شده است.

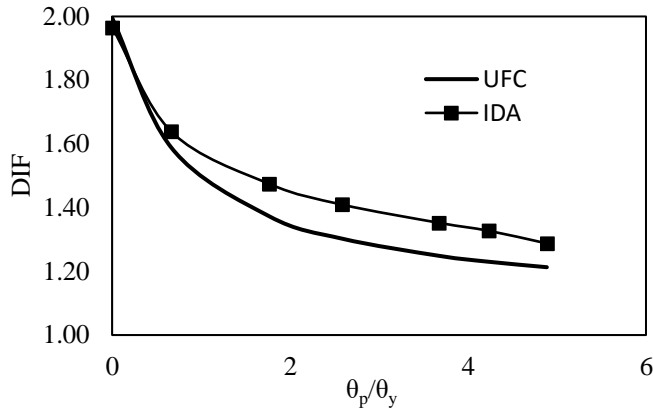
منحنی نیرو جابه‌جایی حاصل از تحلیل ایستایی و پویایی فزاینده، برای حذف ستون میانی از سازه در شکل ۱۴ نشان داده شده است. نتایج به‌دست‌آمده برای حذف ستون میانی در جدول ۴ و مقایسه نتایج در شکل ۱۵ نشان داده شده‌است.



شکل ۱۴. منحنی بار جابه‌جایی قاب بدون دال پس از حذف ستون میانی.

جدول ۴. مقایسه نتایج تحلیل در موقعیت حذف ستون میانی.

| $\frac{\theta_p}{\theta_y}$ | Disp <sub>IDA</sub> (mm) | P <sub>IDA</sub> (KN) | P <sub>pull-down</sub> (KN) | DIF <sub>ANL</sub> | DIF <sub>UFC</sub> | R     |
|-----------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|-------|
| ۰.۰۰                        | ۲۶.۴                     | ۲۲۸.۹۶                | ۴۵۰                         | ۱.۹۷               | ۲.۰۰               | ۱.۵۰  |
| ۰.۶۷                        | ۸۱.۴                     | ۶۲۷.۱۸                | ۱۰۲۷.۷                      | ۱.۶۴               | ۱.۵۹               | -۳.۱۴ |
| ۱.۷۷                        | ۱۳۵.۲                    | ۸۲۶.۳                 | ۱۲۱۸.۳۵                     | ۱.۴۷               | ۱.۳۷               | -۷.۳۰ |
| ۲.۵۹                        | ۱۷۵.۳                    | ۹۲۵.۸۵                | ۱۳۰۴.۹                      | ۱.۴۱               | ۱.۳۰               | -۸.۴۶ |
| ۳.۶۷                        | ۲۲۸.۳                    | ۱۰۲۵.۴۱               | ۱۳۸۶.۸                      | ۱.۳۵               | ۱.۲۵               | -۸.۰۰ |
| ۴.۲۳                        | ۲۵۵.۷                    | ۱۰۶۵.۲۳               | ۱۴۱۳.۹                      | ۱.۳۳               | ۱.۲۳               | -۸.۱۳ |
| ۴.۸۹                        | ۲۸۷.۷                    | ۱۱۰۵.۱                | ۱۴۲۳                        | ۱.۲۹               | ۱.۲۱               | -۶.۶۱ |



شکل ۱۵. منحنی DIF به‌ازای  $\frac{\theta_p}{\theta_y}$  برای حذف ستون میانی.

### نتیجه‌گیری

پدیده خرابی پیش‌رونده ناشی از حذف ناگهانی ستون یک پدیده پویایی و غیرخطی می‌باشد بنابراین عوامل بسیاری در ضریب افزایش پویایی تأثیرگذار خواهد بود. یکی از عوامل مؤثر در سازه‌های فلزی که منجر به افزایش ظرفیت سازه در برابر حذف ستون می‌گردد نوع اتصالات، تحلیل و مدلسازی می‌باشد. در این مقاله ضریب افزایش دینامیکی سازه برای سه موقعیت حذف ستون گوشه، کناری و میانی به روش بار افزون و تحلیل اجزا محدود بررسی شده است.

به‌منظور بررسی DIF، بارگذاری ایستایی و پویایی فزاینده بر روی سازه‌ها انجام شد و با توجه به منحنی‌های به‌دست‌آمده، مقدار ضریب افزایش پویایی محاسبه و با مقدار پیشنهادی آیین‌نامه مقایسه گردید. مقدار DIF با افزایش تغییر مکان و نسبت دوران پلاستیک به دوران تسلیم کاهش می‌یابد. مقادیر DIF به‌دست‌آمده از تحلیل برای تغییر مکان‌های کمتر از تغییر مکان حد تسلیم تقریباً برابر با دو می‌باشد.

نتایج حاصل نشان می‌دهد مقدار DIF به‌دست‌آمده از تحلیل از مقدار پیشنهادی آیین‌نامه بیشتر می‌باشد. مقادیر DIF به‌دست‌آمده از فرمول پیشنهادی آیین‌نامه برای نسبت دوران‌های نزدیک به صفر با مقدار دقیق حاصل از تحلیل انطباق دارد. DIF حاصل از فرمول آیین‌نامه و مقدار محاسباتی در نسبت دوران‌های خیلی کم و زیاد دارای مقادیر نسبتاً یکسانی می‌باشند و در نسبت‌های دوران حد متوسط، بیشترین اختلاف را دارند. علت این اختلاف در نسبت دوران‌های حد وسط، ناشی از روش مدلسازی و نحوه به‌دست آوردن فرمول آیین‌نامه می‌باشد.

### References

- [1] McKay, A., Marchand, K., & Diaz, M. (2012). Alternate Path Method in Progressive Collapse Analysis: Variation of Dynamic and Nonlinear Load Increase Factors. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 17(4), 152-160. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000126](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000126)
- [2] Kim, T., Kim, U.-S., & Kim, J. (2012). Collapse resistance of unreinforced steel moment connections. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 21(10), 724-735. <https://doi.org/10.1002/tal.636>
- [3] Liu, C., Fung, T. C., & Tan, K. H. (2016). Dynamic Performance of Flush End-Plate Beam-Column Connections and Design Applications in Progressive Collapse. *Journal of Structural Engineering*, 142(1), 04015074. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001329](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001329)

- [4] Li, H., Cai, X., Zhang, L., Zhang, B., & Wang, W. (2017). Progressive collapse of steel moment-resisting frame subjected to loss of interior column: Experimental tests. *Engineering Structures*, 150, 203-220. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.07.051>
- [5] Mashhadi, J., & Saffari, H. (2016). Effects of damping ratio on dynamic increase factor in progressive collapse. *Steel and Composite Structures*, 22(3), 677-690. <https://doi.org/10.12989/scs.2016.22.3.677>
- [6] Musavi-Z, M., & Sheidaii, M. R. (2021). Effect of seismic resistance capacity of moment frames on progressive collapse response of concentrically braced dual systems. *Asian Journal of Civil Engineering*, 22(1), 23-31. <https://doi.org/10.1007/s42107-020-00295-3>
- [7] Bigonah, M., Soltani, H., Zabihi-Samani, M., & Shyanfar, M. A. (2020). Performance evaluation on effects of all types of infill against the progressive collapse of reinforced concrete frames. *Asian Journal of Civil Engineering*, 21(3), 395-409. <https://doi.org/10.1007/s42107-019-00208-z>
- [8] Liu, M. (2015). Pulldown Analysis for Progressive Collapse Assessment. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 29(1), 04014027. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0000459](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000459)
- [9] Liu, M., & Pirmoz, A. (2016). Energy-based pulldown analysis for assessing the progressive collapse potential of steel frame buildings. *Engineering Structures*, 123, 372-378. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.05.020>
- [10] Mashhadi, J., & Saffari, H. (2017). Modification of dynamic increase factor to assess progressive collapse potential of structures. *Journal of Constructional Steel Research*, 138, 72-78. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.06.038>
- [11] Qian, K., Lan, X., Li, Z., & Fu, F. (2021). Effects of Steel Braces on Robustness of Steel Frames against Progressive Collapse. *Journal of Structural Engineering*, 147(11), 04021180. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0003161](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0003161)
- [12] Zheng, L., Wang, W-D., & Li, H-W. (2022). Progressive collapse resistance of composite frame with concrete-filled steel tubular column under a penultimate column removal scenario. *Journal of Constructional Steel Research*, 189, 1-54. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2021.107085>
- [13] Engelhardt, M., Venti, M. J., Fry, G. T., Jones, S. L., & Holliday, S. D. (2000). *Behavior and design of radius cut reduced beam section connections*. SAC Steel Project. [https://store.atcouncil.org/index.php?dispatch=products.view&product\\_id=132](https://store.atcouncil.org/index.php?dispatch=products.view&product_id=132)
- [14] Stojadinović, B., Goel, S. C., Lee, K-H., Margarian, A. G., & Choi, J-H. (2000). Parametric Tests on Unreinforced Steel Moment Connections. *Journal of Structural Engineering*, 126(1), 40-49. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2000\)126:1\(40\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:1(40))
- [15] Stevens, D., Crowder, B., Sunshine, D., Marchand, K., Smilowitz, R., Williamson, E., & Waggoner, M. (2011). DoD Research and Criteria for the Design of Buildings to Resist Progressive Collapse. *Journal of Structural Engineering*, 137(9), 870-880. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0000432](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000432)