



Entanglement Control Via Coherent Population Trapping in Closed -Loop Quantum Systems

Firouz Amiri^{1*}, Zeinab Kordi²

¹Assistant professor, Department of Physics, Khorram Abad Branch, Islamic Azad University, Khorram Abad, Iran.

²PhD, Young Researchers and Elite Club, Khorram Abad Branch, Islamic Azad University, Khorram Abad, Iran.

ARTICLE INFO

Received: 04.27.2020

Revised: 12.28.2020

Accepted: 01.16.2021

Keyword:

Entanglement
Closed- loop quantum system
Spontaneous emission
Reduced entropy

*Corresponding Author:

Firouz Amiri

Email: amiri@khoiau.ac.ir

ABSTRACT

In this research, the disentanglement conditions between the coated atom and its spontaneous emission in double- lambda quantum system was investigated. Initially, the entanglement increased due to the interaction between the laser fields and the four- level atom. This entanglement can be controlled by changing the intensity of the applied fields. By applying the two coupling fields, the system is entangled and the system would be disentangled with one coupling field and one probe field. The present research demonstrated that spontaneous emission by changing the population of atoms in the alignments is a good source of entanglement, but fields were manipulated in such a way that this entanglement was reduced by coherent trapping of the population for the atoms.





کنترل درهم‌تنیدگی در سیستم‌های کوانتومی بسته از طریق تله‌اندازی همدوس جمعیت

فیروز امیری^{۱*}، زینب کردی^۲

۱- استادیار، گروه فیزیک، واحد خرم‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، خرم‌آباد، ایران.

۲- دکتری، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد خرم‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، خرم‌آباد، ایران.

چکیده

در این مقاله، شرایط غیردرهم‌تنیدگی بین اتم پوشیده و گسیل خودبه‌خودی آن را در سیستم لامبدا دوگانه بررسی کردیم. در ابتدا بر اثر برهم‌کنش میان میدان‌های لیزری و اتم چهارترازی، درهم‌تنیدگی، افزایش می‌یابد. این درهم‌تنیدگی با تغییر شدت میدان‌های اعمال‌شده قابل‌کنترل است؛ به گونه‌ای که با اعمال دو میدان جفت‌کننده سیستم درهم‌تنیده است و با اعمال یک میدان جفت‌کننده و یک میدان کاوشگر سیستم اتمی غیردرهم‌تنیده می‌شود. در این پژوهش اثبات شد که گسیل خودبه‌خودی با تغییر دادن جمعیت اتم‌ها در ترازها منبع خوبی برای درهم‌تنیده کردن سیستم است، اما میدان‌ها را به گونه‌ای اعمال کردیم که این درهم‌تنیدگی از طریق تله‌اندازی همدوس جمعیت برای اتم‌ها کاهش یابد.

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۲/۰۸

بازنگری مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۰۸

پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷

کلید واژگان:

درهم‌تنیدگی

سیستم کوانتومی بسته

گسیل خودبه‌خودی

آنتروپی کاهش‌یافته

*نویسنده مسئول: فیروز امیری

پست الکترونیکی:

amiri@khoiau.ac.ir



مقدمه

در سال‌های اخیر، کار و شبیه‌سازی با یک کامپیوتر با سرعت بالا در پردازش اطلاعات یک ابزار بسیار قوی برای مطالعه بسیاری از پدیده‌ها در طبیعت است [۱]. در واقع بسیاری از فیزیک‌دانان و مهندسان، با همکاری یکدیگر، عملیات کامپیوتری روی داده‌ها، براساس پدیده‌های مکانیکی کوانتومی نظیر برهم‌نهی و درهم‌تنیدگی را مطالعه می‌کنند [۲]. اینشتین، پودولسکی و روزن [۳]، درهم‌تنیدگی را به‌عنوان مثالی برای نشان دادن اینکه مکانیک کوانتومی نمی‌تواند کل طبیعت را براساس واقعیت توضیح دهد و بنابراین ناقص است، ارائه کردند. پس از چاپ مقاله EPR، درهم‌تنیدگی موجب توجه زیادی شده است. اصطلاح درهم‌تنیدگی را برای اولین بار شرودینگر در سال ۱۹۳۵ در پاسخ به نامه انیشتین [۴] در مکانیک کوانتومی ارائه کرد. در این جنبه شگفت‌انگیز از دنیای کوانتوم، بحث‌های فلسفی زیادی نیز وجود داشت. تاکنون، کامل بودن مکانیک کوانتومی، به معنای سازگاری با فیزیک طبیعت مشهود می‌باشد.

از لحاظ ریاضی، حالت درهم‌تنیدگی وقتی اتفاق می‌افتد که حالت کوانتومی یک سیستم، متشکل از دو زیرسیستم قابل‌تجزیه به ضرب ساده حالت‌های کوانتومی دو مؤلفه‌ای نباشد [۵]. در این حالت، از طریق اندازه‌گیری‌های انجام شده روی یکی از زیرسیستم‌ها، اطلاعات مربوط به زیرسیستم دیگر را می‌توان به‌دست آورد. درهم‌تنیدگی می‌تواند نقش مهمی در تمامی جنبه‌های کارکرد پردازش اطلاعات کوانتومی از جمله، کدگذاری عظیم کوانتومی^۱ [۶]، فراورد کوانتومی^۲ [۷]، الگوریتم کوانتومی [۸] و شبکه‌های کوانتومی [۹] داشته باشد. در مطالعات قبلی [۱۰-۱۲] روی ایجاد حالت درهم‌تنیدگی پایدار، بین اتم و گسیل خودبه‌خودی متمرکز شده است. در این مقاله، غیردرهم‌تنیدگی در سیستم‌های کوانتومی بسته از طریق تله‌اندازی همدوس جمعیت را نشان داده‌ایم.

در ابتدا، جمعیت تمام حالت‌های پوشیده را محاسبه می‌کنیم. نشان داده شده است که وقتی اتم و گسیل خودبه‌خودی، غیردرهم‌تنیده هستند، تمام اتم‌ها در یک حالت پوشیده که در حالت تاریک قرار دارند، تجمع می‌کنند؛ به عبارت دیگر، تله‌اندازی همدوس جمعیت اتفاق افتاده است. همان‌طور که می‌دانیم حالت تاریک به یک اتم یا مولکول اشاره دارد که قادر به جذب و انتشار فوتون‌ها نیست. در واقع، اتم‌ها مانند یک پنجره شفاف رفتار می‌کنند و شفافیت الکترومغناطیسی ایجاد می‌شود. در بخش بعدی این تحقیق، مدل اتمی و هامیلتونی آن را معرفی می‌کنیم. در ادامه، تحول آنتروپی به همراه اندازه‌گیری درجه درهم‌تنیدگی، مطالعه و بررسی شده است و در نهایت، نتیجه‌گیری موردبحث قرار گرفته است.

مدل

برهم‌کنش سیستم اتمی چهار تراز با چهار میدان لیزری همدوس را مطابق شکل ۱ در نظر می‌گیریم. این سیستم شامل دو حالت پایه $|1\rangle$ و $|2\rangle$ و دو حالت برانگیخته $|3\rangle$ و $|4\rangle$ می‌باشد. گذارهای $|1\rangle$ ، $|3\rangle$ ، $|2\rangle$ ، $|3\rangle$ - $|4\rangle$ - $|1\rangle$ و $|2\rangle$ - $|4\rangle$ همگی توسط چهار میدان لیزری پیوسته رخ می‌دهد. میزان گسیل خودبه‌خودی تراز $|i\rangle$ با $(i \in \{3,4\})$ به ترازهای $|j\rangle$ (با $j \in \{1,2\}$) با $2\gamma_{ij}$ نشان داده می‌شود. لیزر ناشی از گذار $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ با

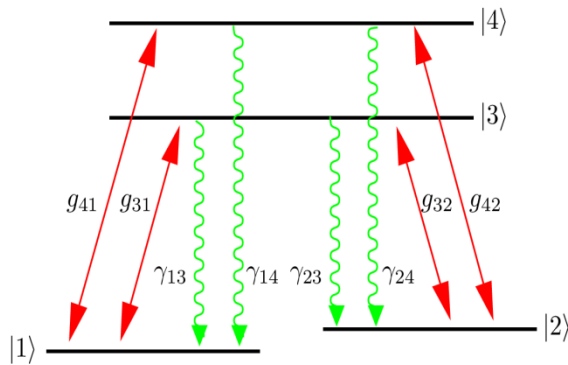
¹ Superdense coding

² Quantum teleportation

فرکانس ω_{ij} و بردار موج k_{ij} مشخص می‌شود. میدان الکتریکی برهم‌کنش‌کننده با زوج ترازهای انرژی سیستم اتمی، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E_{ij} = E_{ij} \hat{n}_{ij} e^{-i(\omega_{ij}t - \vec{k}_{ij} \cdot \vec{r} + \varphi_{ij})} + c.c, \quad (۱)$$

در رابطه (۱) $\hat{n}_{ij}$ بردار یک قطبش و φ_{ij} فاز مطلق می‌باشند.



شکل ۱. سیستم اتمی بسته چهار تراز

همیلتونی نیمه کلاسیکی در چرخش موج و تقریب دوقطبی عبارت است از [۱۳].

$$H = \sum_{j=1}^4 E_j |j\rangle\langle j| - \sum_{l=3}^4 \sum_{m=1}^2 \hbar g_{lm} e^{-i\alpha_{lm}} |l\rangle\langle m| + H.C, \quad (۲)$$

در رابطه فوق $g_{lm} = E_{lm}(\hat{e}_{lm} \cdot d_{lm})/\hbar$ فرکانس رابی، $\vec{d}_{lm}$ متناظر با گشتاور دو قطبی و E_j ($j \in \{1, \dots, 4\}$) انرژی لازم برای گذار بین حالت‌های سیستم می‌باشد. به علاوه، $\bar{\omega}_{lm} = (E_l - E_m)/\hbar$ فرکانس‌های گذار و $\Delta_{lm} = \omega_{lm} - \bar{\omega}_{lm}$ نامیزانی میدان‌های لیزری هستند. همچنین توان تابع‌نمایی توسط $\alpha_{lm} = \omega_{lm}t - \vec{k}_{lm} \cdot \vec{r} + \varphi_{lm}$ تعریف شده است. با تغییر چارچوب مرجع و استفاده از تصویر برهم‌کنش و تعریف $\rho_{ij} = |i\rangle\langle j|$ ، تابع جدید همیلتونی عبارت است از:

$$H = \hbar(\Delta_{32} - \Delta_{31})\tilde{\rho}_{22} - \hbar\Delta_{31}\tilde{\rho}_{33} + \hbar(\Delta_{32} - \Delta_{31} - \Delta_{42})\tilde{\rho}_{44} - \hbar(g_{31}\tilde{\rho}_{31} + g_{32}\tilde{\rho}_{32} + g_{42}\tilde{\rho}_{42} + g_{41}\tilde{\rho}_{41}e^{-i\Phi} + H.C), \quad (۳)$$

در اینجا، $\Phi = \Delta t - \vec{K}\vec{r} + \varphi_0$ فاز نسبی، $\Delta = (\Delta_{32} + \Delta_{41}) - (\Delta_{31} + \Delta_{42})$ نامیزانی تشدید چند فوتونی، $\vec{K} = (\vec{k}_{32} + \vec{k}_{41}) - (\vec{k}_{31} + \vec{k}_{42})$ بردار موج ترازهای متفاوت و $\varphi_0 = (\varphi_{32} + \varphi_{41}) - (\varphi_{31} + \varphi_{42})$ اختلاف فاز اولیه تعریف می‌شود. عناصر ماتریس چگالی در تقریب موج چرخان با استفاده از قضیه لیوویل به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} &= ig_{31}^* \rho_{31} - ig_{31} \rho_{13} + ig_{41}^* \rho_{41} e^{i\Phi} - ig_{41} \rho_{14} e^{-i} + 2\gamma_{13} \rho_{33} + 2\gamma_{14} \rho_{44}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} &= ig_{32}^* \rho_{32} - ig_{32} \rho_{23} + ig_{42}^* \rho_{42} - ig_{42} \rho_{24} + 2\gamma_{23} \rho_{33} + 2\gamma_{24} \rho_{44}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} &= -ig_{31}^* \rho_{31} - ig_{32}^* \rho_{32} + ig_{31} \rho_{13} + ig_{32} \rho_{23} - 2\gamma_{33} \rho_{33}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{12} &= i(\Delta_{32} - \Delta_{31}) \rho_{12} + ig_{31}^* \rho_{32} - ig_{32} \rho_{13} + ig_{41}^* \rho_{42} e^{i\Phi} - ig_{42} \rho_{14} - \Gamma_{12} \rho_{12}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{13} &= -i\Delta_{31} \rho_{13} + ig_{31}^* (\rho_{33} - \rho_{11}) - ig_{32}^* \rho_{12} + ig_{41}^* \rho_{43} e^{i\Phi} - \Gamma_{13} \rho_{13}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{14} &= i(\Delta_{32} - \Delta_{31} - \Delta_{42}) \rho_{14} + ig_{41}^* e^{i\Phi} (\rho_{44} - \rho_{11}) - ig_{42}^* \rho_{12} + ig_{31}^* \rho_{34} - \Gamma_{14} \rho_{14}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{23} &= -i\Delta_{32} \rho_{23} + ig_{32}^* (\rho_{33} - \rho_{22}) - ig_{31}^* \rho_{21} + ig_{42}^* \rho_{43} - \Gamma_{23} \rho_{23}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{24} &= -i\Delta_{42} \rho_{24} + ig_{42}^* (\rho_{44} - \rho_{22}) - ig_{41}^* \rho_{21} e^{i\Phi} + ig_{32}^* \rho_{34} - \Gamma_{24} \rho_{24}, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{34} &= -i(\Delta_{42} - \Delta_{32}) \rho_{34} + ig_{31} \rho_{14} + ig_{32} \rho_{24} - ig_{41}^* \rho_{31} e^{i\Phi} - ig_{42}^* \rho_{32} - \Gamma_{34} \rho_{34},\end{aligned}$$

$$\rho_{44} = 1 - \rho_{11} - \rho_{22} - \rho_{33}, \quad (۴)$$

در معادلات فوق شرایط $\sum_i \tilde{\rho}_{ii} = 1$ و $\tilde{\rho}_{ij} = \tilde{\rho}_{ji}^*$ برقرار است.

با تعریف $\gamma_j = \gamma_{1j} + \gamma_{2j}$ و استفاده از، $\Gamma_{ij} = (2\gamma_i + 2\gamma_j)/2$ ($i \in \{1, 2\}$) و ($j \in \{3, 4\}$) میزان نامیرایی همدوس گذارهای نشان داده می‌شود. برای سهولت میزان گسیل خودبه‌خودی ترازهای برانگیخته شده یکسان فرض می‌شود. برای به‌دست آوردن معادلات (۴) شرایط تطابق فاز و تشدید چند فوتونی باید توسط میدان‌های اعمال شده برآورده شود.

تحول آنتروپی و اندازه‌گیری درجه درهم‌تنیدگی^۱ (DEM)

در این مقاله، تحول آنتروپی کاهش یافته را اندازه‌گیری کردیم. در حال حاضر با توجه به تعاریف متعدد آنتروپی از جمله آنتروپی جزئی درهم‌تنیدگی [۱۴]، آنتروپی نسبی درهم‌تنیدگی [۵] و درهم‌تنیدگی تشکیل [۱۵] اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی، کار دشواری است. در این تحقیق، از آنتروپی کاهش‌یافته برای اندازه‌گیری درجه درهم‌تنیدگی استفاده می‌کنیم [۱۶]. چنانچه عملگر چگالی دو زیرسیستم A و B به‌صورت حاصل‌ضربی، $\rho_{AB} = \rho_A \otimes \rho_B$ نوشته شود؛ به‌طوری که عملکرد چگالی جزئی زیرسیستم A (B) با $\rho_{A(B)}$ مشخص شود سیستم را جداپذیر می‌نامند در غیر این صورت، درهم‌تنیده نامیده می‌شود. برای این سیستم، آنتروپی فون نیومن عبارت است از [۱۷]:

$$S = -Tr \rho \ln \rho \quad (۵)$$

قبل از برهم‌کنش سیستم اتمی، با میدان‌های لیزری پیوسته، حالت سیستم خالص و غیردرهم‌تنیده است؛ یعنی ($\rho_{33} = 1$) و این به معنای خالی بودن از جمعیت حالت‌های برانگیخته می‌باشد. فونیکس و نایت^۲ [۱۸؛ ۱۹] نشان دادند کاهش آنتروپی جزئی به معنای رفتن حالت سیستم به سمت حالت کوانتومی خالص است. برعکس، افزایش آنتروپی جزئی به معنای تمایل سیستم به هم‌پسته شدن و درهم‌تنیدگی است. DEM برای اتم پوشیده و گسیل خودبه‌خودی با استفاده از آنتروپی فون نیومن، به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$DEM(t) = S_A = S_B = -\sum_{i=1}^4 (\lambda_i \ln \lambda_i). \quad (۶)$$

به‌طوری که در رابطه فوق λ_i ویژه‌مقادیر ماتریس چگالی جزئی می‌باشد.

نتایج و بحث‌ها

در این بخش، نتایج DEM را در شرایط تشدید چند فوتونی نشان می‌دهیم. به‌عنوان یک نمونه تجربی، اتم‌های روبیدیوم در یک سلول بخار بررسی شده‌اند [۲۰]. در تجزیه و تحلیل ما، تمام پارامترها در کدهای رایانه از طریق مقیاس $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 1$ به واحدهای بدون بعد کاهش می‌یابند تمام برچسب‌های محور بدون ابعاد هستند. همچنین برای راحتی $\hbar$ واحد فرض شده است.

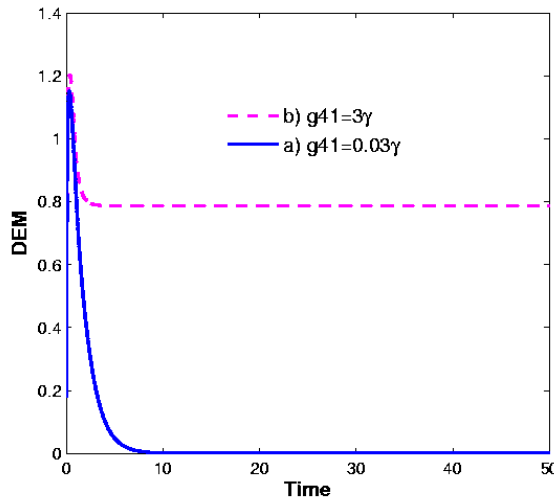
می‌خواهیم تأکید کنیم که گسیل خودبه‌خودی، یک منبع خوب برای ایجاد سیستم درهم‌تنیدگی، با پتانسیل لازم برای تغییر جمعیت ترازهای برانگیخته اتمی است [۲۱؛ ۲۲].

شکل ۲ رفتار دینامیکی DEM را برای مقادیر مختلف شدت میدان‌های نوری نشان می‌دهد. $g_{41} = 0.03\gamma$ ، $g_{42} = 3\gamma$ و (a) و (b) $g_{41} = g_{42} = 3\gamma$. در شکل ۲ (a) سیستم جداپذیر است و هیچ

¹ Degree of Entanglement Measure

² Phoenix and Knight

درهم‌تنیدگی وجود ندارد. شایان ذکر است که در این وضعیت، یک میدان جفت شده برای اتم و یک میدان کاوشگر وجود دارد که برای ایجاد DEM کافی نیست اما در شکل ۲ گراف (b) با افزایش قدرت میدان کاوشگر، دو میدان جفت شده برای ایجاد سیستم درهم‌تنیده وجود دارد.



شکل ۲. تحول زمانی رفتار درهم‌تنیدگی (a),(b)

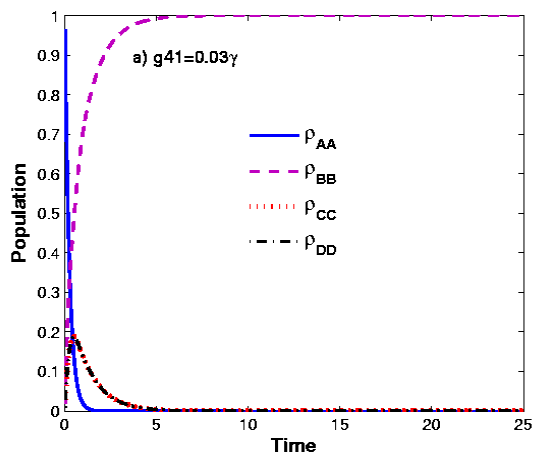
برای درک فیزیک درهم‌تنیدگی بین اتم و گسیل خودبه‌خودی، جمعیت اتم‌ها در حالت‌های پوشیده را بررسی می‌کنیم. برای تأکید بر تأثیر گسیل خودبه‌خودی در این مطالعه، میدان‌های نوری لیزری را برای گذارهای $|1\rangle - |3\rangle$ و $|2\rangle - |3\rangle$ خاموش می‌کنیم. در آغاز، تنها حالت $|3\rangle$ جمعیت دارد و سایر ترازهای انرژی، خالی از جمعیت می‌باشد. در غیاب دو میدان نوری ($g_{31} = g_{32} = 0$)، حالت‌های پوشیده را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 |A\rangle &= |3\rangle, \\
 |B\rangle &= -\frac{g_{42}}{\sqrt{g_{42}^2 + g_{41}^2}}|1\rangle + \frac{g_{41}}{\sqrt{g_{42}^2 + g_{41}^2}}|2\rangle, \\
 |C\rangle &= \frac{g_{41}}{\sqrt{2(g_{41}^2 + g_{42}^2)}}|1\rangle + \frac{g_{42}}{\sqrt{2(g_{41}^2 + g_{42}^2)}}|2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|4\rangle, \\
 |D\rangle &= -\frac{g_{41}}{\sqrt{2(g_{41}^2 + g_{42}^2)}}|1\rangle - \frac{g_{42}}{\sqrt{2(g_{41}^2 + g_{42}^2)}}|2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|4\rangle,
 \end{aligned} \tag{7}$$

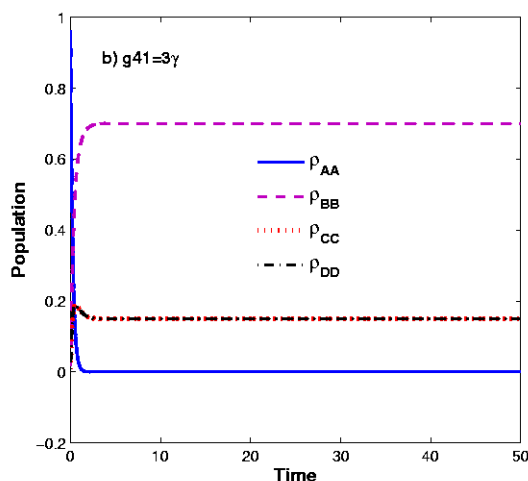
در شکل ۳ ما علاقه‌مند به بررسی رفتارهای دینامیکی جمعیت‌ها در حالت‌های مختلف پوشیده هستیم. پارامترها (a) $g_{42} = 3\gamma$ ، $g_{41} = 0.03\gamma$ و (b) $g_{41} = g_{42} = 3\gamma$ هستند. سایر پارامترهای دیگر مشابه شکل ۲ هستند.

در شکل (a) ۳، جمعیت اتم‌ها از تراز بالاتر $|3\rangle$ به حالت پوشیده شده $|B\rangle$ که خودبرهم‌نهی از ترازهای انرژی $|1\rangle$ و $|2\rangle$ است، گذار می‌کنند. در واقع با اعمال یک میدان جفت‌کننده و یک میدان کاوشگر، سیستم، غیردرهم‌تنیده است و اتم به‌عنوان یک پنجره شفاف رفتار می‌کند و جذب نور برابر با صفر است؛ به این معنی که از طریق شفافیت (القایی) الکترومغناطیسی (EIT) غیردرهم‌تنیدگی رخ می‌دهد.

فرکانس رابی را با توجه به شکل (b) ۲ ($g_{41} = 3.0\gamma$) افزایش می‌دهیم. با افزایش شدت این میدان اعمال شده، سیستم اتمی با گسیل خودبه‌خودی درهم‌تنیده می‌شود و توزیع تمام جمعیت در حالت‌های پوشیده وجود دارد. نشان داده‌ایم که DEM را می‌توان از طریق شدت میدان‌های اعمال شده در حضور گسیل خودبه‌خودی کنترل کرد.



شکل ۳. (a). تحول زمانی رفتار جمعیت اتم‌ها در ترازهای مختلف



شکل ۳. (b). تحول زمانی جمعیت اتم‌ها در ترازهای مختلف

نتیجه‌گیری

در این تحقیق نشان دادیم که درهم‌تنیدگی می‌تواند توسط میدان‌های لیزری کنترل شود و همچنین با اعمال میدان‌های مناسب، سیستم، غیردرهم‌تنیده می‌شود. فیزیک مرتبط با غیردرهم‌تنیدگی با استفاده از تله‌اندازی همدوس جمعیت و شفافیت القایی الکترومغناطیسی، قابل توجیه و تفسیر است. در واقع وقتی سیستم، غیردرهم‌تنیده است، اتم مانند پنجره شفاف بدون هرگونه جذب نور عمل می‌کند. این نتایج در سنسورهای نوری و پردازش اطلاعات کوانتومی، کاربرد دارد.

References

- [1] Feynman, R. P. (1982). Simulating physics with computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21(6), 467-488. <https://doi.org/10.1007/BF02650179>
- [2] Morteza pour, A., Ahmadi Borji, M., & Lo Franco, R. (2017). Protecting entanglement by adjusting the velocities of moving qubits inside non-Markovian environments. *Laser Physics Letters*, 14(5), 055201. <https://doi.org/10.1088/1612-202X/aa63c5>
- [3] Einstein, A., Podolsky, B., & Rosen, N. (1917). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10), 777. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.47.777>
- [4] Schrödinger, E. (1935). Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. *Naturwissenschaften*, 23(49), 823-828. <https://doi.org/10.1007/BF01491891>
- [5] Bennett, C. H., DiVincenzo, D. P., Smolin, J. A., & Wootters, W. K. (1996). Mixed-state entanglement and quantum error correction. *Physical Review A*, 54(5), 3824. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.54.3824>
- [6] Bennett, C. H., & Wiesner, S. J. (1992). Communication via one-and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. *Physical Review Letters*, 69(20), 2881. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.2881>
- [7] Zukowski, M., Zeilinger, A., Horne, M. A., & Ekert, A. K. (1993). "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping. *Physical Review Letters*, 71(26), 4287-4290. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.4287>
- [8] Lanyon, B. P., Weinhold, T. J., Langford, N. K., Barbieri, M., James, D. F., Gilchrist, A., & White, A. G. (2007). Experimental demonstration of a compiled version of Shor's algorithm with quantum entanglement. *Physical Review Letters*, 99(25), 250505. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.250505>
- [9] Sergienko, A., Pascazio, S., & Villoresi, P. (2010). *Quantum Communication and Quantum Networking: First International Conference, QuantumComm 2009, Naples, Italy, October 26-30, 2009, Revised Selected Papers*. Springer <https://books.google.com/books?id=V4JqCQAAQBAJ>
- [10] Kordi, Z., Ghanbari, S., & Mahmoudi, M. (2015). Maximal Atom-Photon Entanglement in a Double-Lambda Quantum System. *Quantum Information Processing*, 14(6), 1907-1918. <https://arxiv.org/abs/1407.4090v2>
- [11] Kordi, Z., Ghanbari, S., & Mahmoudi, M. (2016). Atom-photon entanglement beyond the multi-photon resonance condition. *Quantum Information Processing*, 15(1), 199-213. <https://doi.org/10.1007/s11128-015-1168-9>
- [12] Morteza pour, A., Kordi, Z., & Mahmoudi, M. (2013). Phase-Controlled Atom-Photon Entanglement in a Three-Level lambda-Type Closed-Loop Atomic System. *Chinese Physics B*, 22(6), 060310. <https://arxiv.org/abs/1209.6246>

- [13] Scully, M. O., & Zubairy, M. S. (1997). *Quantum Optics*. Cambridge University Press. <https://books.google.com/books?id=9lkgAwAAQBAJ>
- [14] Vedral, V., Plenio, M. B., Rippin, M. A., & Knight, P. L. (1997). Quantifying Entanglement. *Phys.Rev.Lett*, 78, 2275-2279. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.2275>
- [15] Audenaert, K., Verstraete, F., & De Moor, B. (2001). Variational characterizations of separability and entanglement of formation. *Phys. Rev. A*, 64(5). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.64.052304>
- [16] Vedral, V., & Plenio, M. B. (1998). Entanglement measures and purification procedures. *Physical Review A*, 57(3), 1619-1633. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.57.1619>
- [17] Phoenix, S. J. D., & Knight, P. L. (1988). Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance. *Annals of Physics*, 186(2), 381-407. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(88\)90006-1](https://doi.org/10.1016/0003-4916(88)90006-1)
- [18] Phoenix, S. J., & Knight, P. (1991). Establishment of an entangled atom-field state in the Jaynes-Cummings model. *Physical Review A*, 44(9), 6023. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.6023>
- [19] Phoenix, S. J., & Knight, P. (1991). Comment on “Collapse and revival of the state vector in the Jaynes-Cummings model: An example of state preparation by a quantum apparatus”. *Physical Review Letters*, 66(21), 2833. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.2833>
- [20] Pooser, R. C., Marino, A. M., Boyer, V., Jones, K. M., & Lett, P. D. (2009). Quantum correlated light beams from non-degenerate four-wave mixing in an atomic vapor: the D1 and D2 lines of 85 Rb and 87 Rb. *Optics express*, 17(19), 16722-16730. <https://doi.org/10.1364/OE.17.016722>
- [21] Cheng, J., Han, Y., & Zhou, L. (2012). Pure-state entanglement and spontaneous emission quenching in a v-type atom-cavity system. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 45(1), 015505. <https://doi.org/10.1088/0953-4075/45/1/015505>
- [22] Xiong, H., Scully, M. O., & Zubairy, M. S. (2005). Correlated spontaneous emission laser as an entanglement amplifier. *Physical Review Letters*, 94 (2), 023601. <https://doi.org/10.1103/PHYSREVLETT.94.023601>