



Original Research

E-ISSN: 2538-4430

ISSN: 2382-9796

## Simulation Toolboxes of Dynamic Systems for Optimized Fractional Linear Order Controllers

Mohammadreza Modabbernia<sup>1</sup>, Mojtaba Masoumnezhad<sup>2\*</sup>, Alireza Akoushideh<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Faculty Member, Department of Electrical and Computer Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

<sup>2</sup>Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

<sup>3</sup>Assistant Professor, Department of Electrical and Computer Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

### ARTICLE INFO

**Received:** 06.12.2021

**Revised:** 07.26.2021

**Accepted:** 09.12.2021

**Keyword:**

Fractional-order dynamical system  
Fractional order controller  
Optimization

**\*Corresponding Author:**

Mojtaba Masoumnezhad

**Email:**

[mmasomnezhad@tvu.ac.ir](mailto:mmasomnezhad@tvu.ac.ir)

### ABSTRACT

Today, there is a growing utilization of fractional order systems in the modeling of various phenomena. Furthermore, the capabilities and performance of fractional order controllers in the analysis and design of fractional order systems are of interest to many researchers. In the present research, the most important toolboxes developed for analyzing and designing fractional-order systems were introduced and their capabilities and performance in the analysis and design of fractional order controllers compared. In this regard, the basic features and capabilities of the four different toolboxes were examined. The advantages and disadvantages of each were listed. Then, with the help of three toolboxes, the performance of two fractional-order proportional, integral, and derivative (FOPID) controllers optimized with a meta-heuristic algorithm to stabilize the synchronous generator voltage regulation system and brushless DC motor were simulated. The simulation results showed that the performances of these toolboxes depend to a large extent on their employed algorithms. Thus, the results of Fractional-order Transfer Function (FOTF) and Fractional-order Modelling and Control (FOMCON) toolboxes were very similar and non-integer (NINTEGER) toolbox results were significantly different.



---

## EXTENDED ABSTRACT

---

### Introduction

The capabilities and performance of fractional order controllers in the analysis and design of fractional order systems are of interest to many researchers. Fractional differential calculus was first proposed by Leibniz in 1695 AD [1]. But the rapid growth of this branch of mathematics science has only occurred in the last few decades [2]. The results obtained from this development in the field of control engineering are substantial and have led to the creation of a new branch in this science called fractional control systems. Stability of fractional order systems, [7] identification and modeling of fractional order devices, [8] design of fractional order proportional-integral-derivative controller (FOPID), [9] analysis of fractional order nonlinear systems [10], and the like have resulted in the proliferation of the field of control science [11]. Accordingly, several tools based on MATLAB software have been developed to check stability, analyze the time and frequency domain, use state space concepts, and create several middleware programs for specific applications [10].

However, the following important questions need to be addressed: among the existing tool boxes, which one has more capabilities? Which one is more accessible? Which is more convenient to operate? And most importantly, in response to a single simulation in the field of linear and fractional order controller analysis, how similar are their answers? Therefore, in the present article, firstly, four toolboxes: CRONE, FOMCON, NINTEGER, FOTF, which have more calculation facilities for fractional order systems, were investigated. Then, after a brief description of the capabilities of these toolboxes, their advantages and disadvantages are presented.

### Methodology

Different definitions have been presented for the derivation of fractional order, and the Riemann–Liouville definition in the form of equation (1) is more general and the simplest structure.

$$(1) \quad {}_{\beta}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \left( \frac{d}{dt} \right)^m \int_{\beta}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau$$

Where  $m \in \mathbb{N}$ ,  $m-1 < \alpha < m$ , and  $\Gamma(\cdot)$  indicate Euler's gamma function. As shown in [12], based on the above equation, four toolboxes, NINTEGER, FOTF, FOXCON, and CRONE, can be introduced as the most complete and accessible fractional toolboxes. The non-integer control toolbox was introduced at the Lisbon University of Technology and is freely downloadable from the internet [14]. The NINTEGER is developed for designing the fractional order controllers in both time and frequency domains. Although it includes approximately 30 methods to perform fractional order operator approximations (generally in the time domain) and three systems identification methods, it does not support multi-input multi-output systems. By INTEGER, fractional order PID controllers and all three types of CRONE controllers could be implemented in time and frequency domains [15].

The first edition of CRONE, which was presented at the end of the 20th century by the CRONE research group in Bordeaux, France, is a set of functions ready to use the basic principles of the theory related to fractional differential calculus and related mathematical concepts [16]. This toolbox consists of 3 main modules, each focusing on a specific

application topic. The maths module contains several algorithms for calculus-related calculations of fractional order. The system identification module includes algorithms for time and frequency domain system identification. And finally, the control system design module benefits from fractional order differential principles to organize the design of exponential control systems [17].

The Fractional Order Transfer Function (FOTF) toolbox was first introduced in 2009 by Chen et al. [18]. Initially, this toolbox was presented to investigate single-input-single-output fractional-order systems. However, its new edition includes the ability to work with multi-input-multi-output fractional order linear systems. Furthermore, it is in harmony with the object-oriented programming method, and it is possible to convert FOTF classes to FOSS and vice versa. The Fractional Order Control and Modeling Toolbox (FOMCON) was presented by Tepljakov et al. [18] in 2011. The main core of this program uses the algorithms of three toolboxes, INTEGER, CRONE, and FOTF, in such a way that the main functions of these three toolboxes are preserved, and a shell in the form of a graphical interface placed on them based on the features of MATLAB GUI capabilities.

Two different systems have been used to evaluate the performance of the FOPID controller simulation toolboxes. At first, the synchronous generator automatic voltage regulator system (AVR) was considered, where a FOPID controller optimized with the cuckoo search algorithm was used to control the output voltage [20]. In the second step, the optimized FOPID controller with the particle swarm algorithm (PSO) method for the DC motor speed control system was considered [21]. In all toolboxes, the estimation order of the controllers was set to  $n=6$ . In addition, the estimation frequency range selected was between 0.001 and 1000. Figures (1) and (2) show the AVR and DC motor Systems simulation files in Simulink environment, respectively.

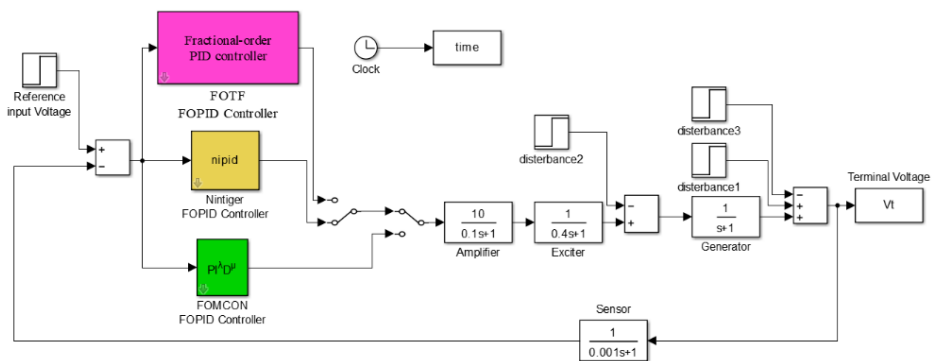


Figure 1. AVR systems Simulink representation in the presence of FOPID controller

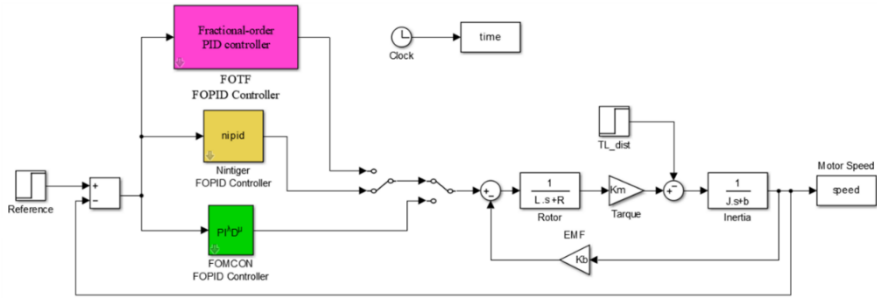


Figure 2. DC motor systems Simulink representation in the presence of FOPID controller

The response of the tracking error on the AVR and DC motor systems for FOPID controllers in the presence of the three mentioned toolboxes can be seen in Figures 3 and 4.

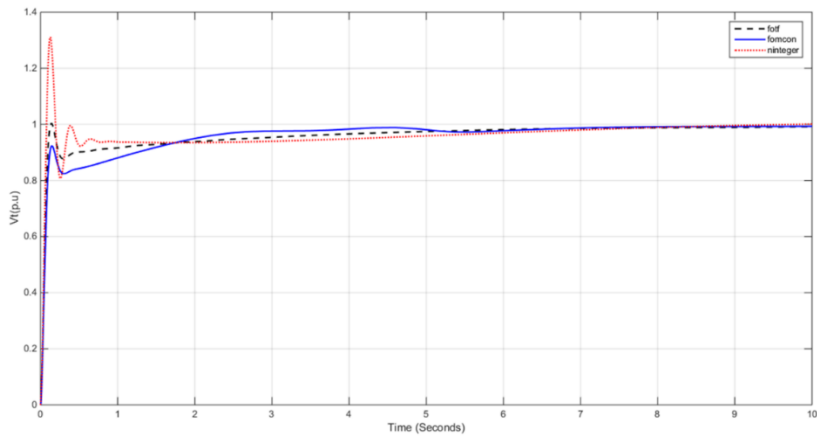


Figure 3. Tracking error of AVR systems with toolboxes

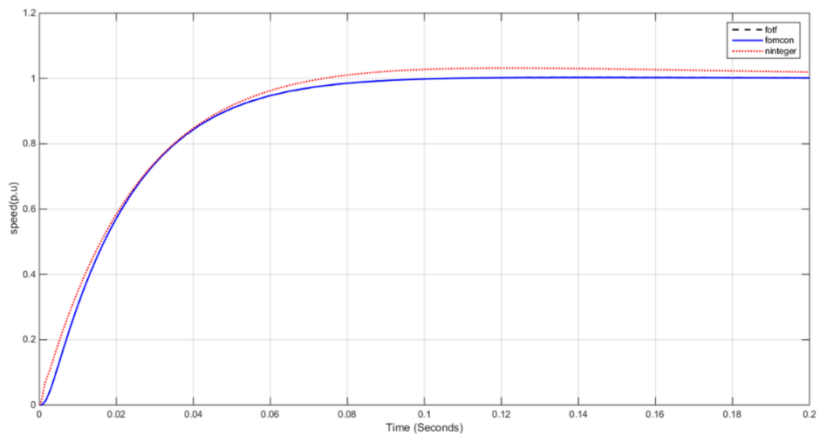


Figure 4. Tracking error of DC motor systems with toolboxes

## Conclusion

In this paper, the most important toolboxes developed for analyzing and designing fractional-order systems were introduced. Moreover, their capabilities and performance in the analysis and design of fractional order controllers were compared with each other. In this regard, the basic features and capabilities of the four different toolboxes were examined, and the advantages and disadvantages of each were listed. Then, with the help of three toolboxes, the performance of two fractional-order proportional, integral, and derivative (FOPID) controllers optimized with a meta-heuristic algorithm to stabilize the synchronous generator voltage regulation system and brushless DC motor were simulated. The simulation results showed that the performances of these toolboxes depend to a large extent on their employed algorithms. Thus, that the results of fractional-order Transfer function (FOTF) and fractional-order modelling and control (FOMCON) toolboxes were very similar and the non-integer (NINTEGER) toolbox results significantly different.



## جعبه‌ابزارهای شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی برای کنترل‌کننده‌های بهینه مرتبه خطی کسری

محمدرضا مدبرنیا<sup>۱</sup>، مجتبی معصوم نژاد<sup>۲\*</sup>، علیرضا آکوشیده<sup>۳</sup>

- ۱- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.
- ۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.
- ۳- استادیار، گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

### چکیده

امروزه سیستم‌های مرتبه کسری کاربردهای متنوعی در مدل‌سازی پدیده‌های گوناگون پیدا کرده‌است. همچنین قابلیت‌ها و عملکرد طراحی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری در تحلیل و طراحی سیستم‌های خطی و غیرخطی مورد توجه بسیاری از محققان است. در این مقاله مهم‌ترین جعبه‌ابزارهای توسعه‌یافته برای تحلیل و طراحی سیستم‌های مرتبه کسری معرفی گردیده و قابلیت‌ها و عملکردشان در تحلیل و طراحی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری با یکدیگر مقایسه شده است. در این راستا ویژگی‌ها و امکانات اساسی چهار جعبه ابزار مختلف بررسی شده است. سپس به کمک سه جعبه‌ابزار، عملکرد دو کنترل‌کننده تناسبی، انتگرالی و مشتقی مرتبه کسری (FOPID) بهینه‌سازی شده با الگوریتم فراابتکاری برای پایدارسازی سیستم تنظیم ولتاژ ژنراتور سنکرون و کنترل سرعت موتور جریان مستقیم (DC) بدون جاروبک شبیه‌سازی شده‌است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که نتایج حاصل از این جعبه ابزارها به مقدار بسیار زیاد به الگوریتم‌های مورد استفاده‌شان بستگی دارد. به طوری که نتایج دو جعبه ابزار تابع انتقال مرتبه کسری (FOTF) و جعبه‌ابزار کنترل و مدل‌سازی مرتبه کسری (FOMCON) به مقدار زیاد شبیه یکدیگر هستند و نتایج جعبه ابزار کنترل غیرصحیح (NINTEGER) به شکل معنی‌داری متفاوت است.

### اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۲۲

بازنگری مقاله: ۱۴۰۰/۰۵/۰۴

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۲۱

### کلید واژگان:

سیستم‌های دینامیکی کسری  
کنترل‌کننده مرتبه کسری  
بهینه‌سازی

\*نویسنده مسئول: مجتبی معصوم نژاد  
پست الکترونیکی:  
[mmasomnezhad@tvu.ac.ir](mailto:mmasomnezhad@tvu.ac.ir)



## مقدمه

محاسبه دیفرانسیل مرتبه کسری را نخستین بار لایب نیتز در سال ۱۶۹۵ میلادی مطرح کرد [۱] اما رشد سریع این شاخه از علم ریاضیات تنها در چند دهه اخیر صورت پذیرفته است [۲]، [۳] [۴]؛ به طوری که مفاهیم و ابزارهای ریاضی در دسترس برای حل بسیاری از مسائل کنترل، پردازش سیگنال، مهندسی پزشکی، مهندسی مکانیک و سایر شاخه‌های علوم از جمله اقتصاد از حساب دیفرانسیل مرتبه عددی به مرتبه کسری توسعه پیدا کرد [۵]، [۶]. نتایج به دست آمده از این توسعه در زمینه مهندسی کنترل بسیار بزرگ می‌باشد و منجر به ایجاد شاخه‌ای جدید در این علم با عنوان سیستم‌های کنترل مرتبه کسری شده است. پایداری سیستم‌های مرتبه کسری [۷] شناسایی و مدل‌سازی دستگاه‌های مرتبه کسری [۸] طراحی کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری (FOPID) [۹]، تحلیل سیستم‌های غیرخطی مرتبه کسری [۱۰] و نظایر آن از جمله مواردی است که در زمینه علم کنترل گسترش پیدا کرده است [۱۱]. بر این اساس چندین ابزار بر پایه نرم‌افزار متلب با هدف بررسی پایداری، تحلیل حوزه زمان و فرکانس، به کارگیری مفاهیم فضای حالت و ایجاد چندین میان برنامه برای کاربردهای خاص توسعه یافته است [۱۰]. همان گونه که در این مرجع نشان داده شده است از میان حدود ۲۰ ابزار ارائه شده برای تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل مرتبه کسری تنها ۴ ابزار هستند که می‌توان به آن‌ها عنوان جعبه‌ابزار را اطلاق کرد؛ زیرا طیف وسیعی از امکانات دارند که استفاده از آن‌ها افراد را از به کارگیری ابزارهای دیگر بی‌نیاز خواهد کرد.

اما سؤال اساسی آن است که از میان جعبه‌ابزارهای موجود، کدام یک از قابلیت‌های بیشتری برخوردار است؟ کدام یک در دسترس تر است؟ راحتی کارکرد کدام‌شان بیشتر است؟ و از همه مهم‌تر آن که در پاسخ به یک شبیه‌سازی واحد در زمینه تحلیل کنترل‌کننده‌های مرتبه خطی و کسری، تا چه اندازه پاسخ‌هایشان مشابه است؟ مقاله حاضر به دنبال پاسخ-گویی به موارد بیان شده است تا خلأ اطلاعاتی موجود در این زمینه را تا اندازه‌ای پر کند و زمینه را برای استفاده از کنترل‌کننده‌های مرتبه خطی و کسری آماده کند. بر این اساس در مقاله حاضر ابتدا چهار جعبه ابزار FOMCON, NINTEGER, FOTF و CRONE که از امکانات وسیع‌تر محاسباتی در مورد سیستم‌های مرتبه کسری برخوردارند، بررسی شده‌اند. همچنین پس از تشریح مختصر قابلیت‌های این جعبه‌ابزارها، مزایا و معایب‌شان ارائه شده است و در انتها با شبیه‌سازی کنترل‌کننده‌های FOPID بهینه شده با الگوریتم‌های فراابتکاری برای دو سیستم مختلف، میزان دقت جعبه‌ابزارهای FOMCON, NINTEGER و FOTF نشان داده شده است.

از مهم‌ترین نکات مرتبط با هم‌افزایی مقاله در راستای بهبود استفاده از ریاضیات مرتبه کسری عبارت است از: ۱- ایجاد یک محمل مناسب برای معرفی تمامی جعبه‌ابزارهای مهم ریاضیات مرتبه کسری به صورت یک جا ۲- معرفی معایب و مزایای این جعبه‌ابزارها برای ایجاد یک بستر مناسب جهت انتخاب کاربر ۳- معرفی چگونگی به کارگیری این جعبه‌ابزارها برای شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی و ۴- ارائه مقایسه‌ای میان مهم‌ترین جعبه‌ابزارهای در دسترس مرتبه کسری از نظر دقت نتایج کنترل‌کننده‌های FOPID.

مقاله حاضر دارای پنج بخش است. پس از بیان مقدمه، در بخش دوم، مقدمه‌ای کوتاه در مورد حساب و دیفرانسیل مرتبه کسری ارائه می‌شود. بررسی محیط کاربری، امکانات و همچنین مزایا و معایب جعبه‌ابزارهای CRON, FOMCON, NINTEGER FOTF به بخش سوم اختصاص داده شده است. در بخش چهارم دو کنترل‌کننده FOPID بهینه شده با الگوریتم‌های فراابتکاری برای سیستم تنظیم خودکار ولتاژ ژنراتور سنکرون و نیز سیستم کنترل سرعت موتور DC بدون جاروبک، با جعبه‌ابزارهای فوق شبیه‌سازی شده تا با مقایسه نتایج این شبیه‌سازی‌ها قابلیت‌های آن‌ها را در عمل نشان دهیم. در انتها جمع‌بندی و نتیجه‌گیری ارائه شده است.

### مقدمه‌ای بر حساب دیفرانسیل مرتبه کسری

حساب دیفرانسیل مرتبه کسری تعمیمی از انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری کلاسیک بر پایه عمل‌گر مرتبه غیر صحیح که در آن  $\beta$  نشان‌گر شرایط اولیه و  $\alpha$  معرف مرتبه مشتق‌گیری کسری می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$${}_{\beta}D_t^{\alpha} = \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_{\beta}^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

تعاریف مختلفی برای مشتق‌گیری مرتبه کسری ارائه شده‌است که تعریف ریمان-لیوویل به فرم معادله (۲) به عنوان ساده‌ترین ساختار، از عمومیت بیشتری برخوردار است [۱۲].

$${}_{\beta}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \left( \frac{d}{dt} \right)^m \int_{\beta}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} \quad (2)$$

تعریف فوق  $m-1 < \alpha < m, m \in \mathbb{N}$  و  $\Gamma(\cdot)$  نشانگر تابع گامای اوایلر است. در سیستم‌های خطی از روش تبدیل لاپلاس برای حل مسائل مهندسی به‌وفور استفاده می‌شود. تبدیل لاپلاس مشتق مرتبه کسری معادله (۲) به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن  $n-1 < r \leq n$  و  $s$  نشانگر متغیر لاپلاس است [۹].

$$\int_0^{\infty} e^{-st} {}_0D_t^r f(t) dt = s^r F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k {}_0D_t^{r-k-1} f(t) \Big|_{t=0} \quad (3)$$

بر اساس تبدیل لاپلاس، یک سیستم دینامیکی مرتبه کسری توسط یک معادله دیفرانسیلی مرتبه کسری به فرم زیر نشان داده می‌شود.

$$a_n D^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} D^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \quad (4)$$

که  $D^{\gamma} \equiv {}_0D_t^{\gamma}$  است و ضرایب  $a_k$  و  $b_k$  با  $k = 0, 1, \dots, n$  ثابت‌های معادله و  $\alpha_k$  و  $\beta_k$  با  $k = 0, 1, \dots, n$  اعداد حقیقی دخواه هستند. بر این اساس می‌توان سیستم دینامیکی مورد نظر را به صورت تابع تبدیل مرتبه کسری زیر نشان داد.

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (5)$$

### جعبه‌ابزارهای سیستم‌های مرتبه کسری در نرم‌افزار متلب

برای شبیه‌سازی سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری چندین فایل و جعبه‌ابزار در نرم‌افزار متلب توسعه یافته است که در مدل‌سازی سیستم‌ها، طراحی و تحلیل کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری استفاده می‌شوند. آن چنان که در

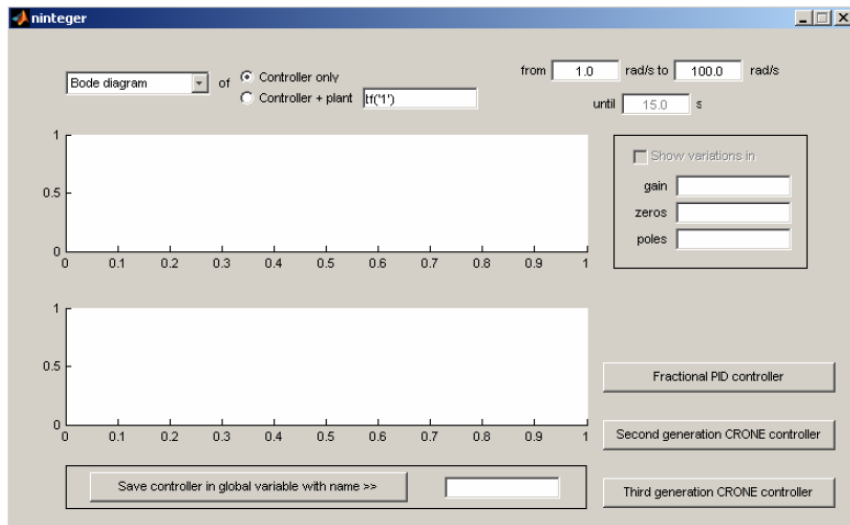


[۱۲] نشان داده شده است می‌توان در مجموع ۴ جعبه ابزار NINTEGER, FOTF, FOMCON و CRONE را به‌عنوان کامل‌ترین و در دسترس‌ترین جعبه ابزارهای مرتبه کسری معرفی کرد.

### جعبه‌ابزار NINTEGER

جعبه‌ابزار کنترل غیر صریح (NINTEGER) را والدیو در دانشگاه صنعتی لیسبون طراحی کرده و به‌صورت مجانی از طریق اینترنت قابل دانلود است [۱۳]. اگرچه NINTEGER برای طراحی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری در هر دو حوزه زمان و فرکانس توسعه یافته است و شامل حدود ۳۰ روش برای انجام تقریب‌هایی از اپراتورهای مرتبه کسری (عموماً در حوزه زمان) و ۳ روش شناسایی سیستم‌ها است اما سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی را شامل نمی‌شود. از طریق NINTEGER می‌توان کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری و هر سه نوع کنترل‌کننده CRONE را در حوزه‌های زمان و فرکانس اجرا کرد [۱۴].

این جعبه‌ابزار به‌صورت مجموعه‌ای از توابع آماده (m-files) طراحی شده‌است که می‌توان آن‌ها را به ساده‌ترین فرم در نرم‌افزار متلب اجرا کرد و در برگیرنده یک واسط گرافیکی کاربرپسند نظیر شکل (۱) برای طراحی تعاملی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری است. در این محیط گرافیکی به‌سادگی می‌توان دیاگرام‌های بود و نیکولز سیستم حلقه بسته را مشاهده کرد، با توابع آماده آن نرم‌افزارها را محاسبه کرد، به شناسایی سیستم پرداخت، پاسخ‌های حوزه زمان را مشاهده کرد و دیاگرام‌های حوزه فرکانس را رسم کرد.

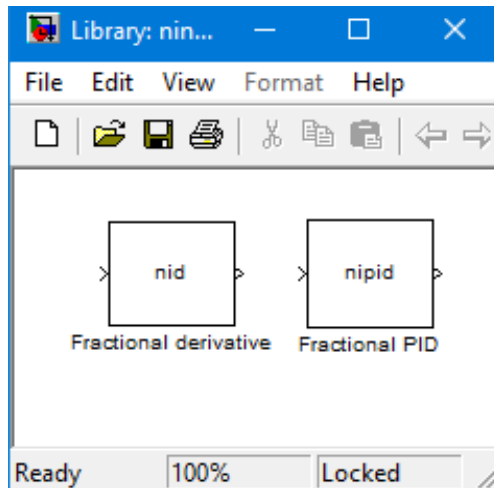


شکل ۱. واسط گرافیکی جعبه‌ابزار NINTEGER برای طراحی تعاملی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری

همچنین NINTEGER یک کتابخانه به مجموعه کتابخانه‌های محیط سیمولینک همچون شکل (۲) اضافه می‌کند که از بلوک‌های آماده آن برای شبیه‌سازی سیستم کنترل‌کننده‌های طراحی شده، استفاده می‌شود. اما متأسفانه ویرایش‌های جدیدی برای این جعبه‌ابزار در سال‌های اخیر ارائه نشده است؛ به‌طوری که اجرای پاره‌ای از دستورات آن در ورژن‌های پس از سال ۲۰۱۳ نرم‌افزار با خطا همراه است. به‌طور کلی مزایا و معایب این جعبه‌ابزار عبارتند از:

۱- هماهنگ نبودن جعبه ابزار با ویرایش‌های جدید نرم‌افزار متلب

- ۲- وجود کتابخانه‌ای آماده برای محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب که سبب انعطاف‌پذیری بیشتر عملکرد جعبه-ابزار می‌شود.
- ۳- ارائه واسط گرافیکی مناسب برای طراحی کنترل‌کننده، شناسایی سیستم و پاسخ‌های حوزه زمان و فرکانس.
- ۴- نبود پشتیبانی از سیستم‌های چند ورودی - چند خروجی (MIMO)
- ۵- غیرممکن بودن تعریف سیستم‌ها در قالب فضای حالت.



شکل ۲. کتابخانه بلوک‌های NINTEGER در محیط سیمولینک

### جعبه‌ابزار CRONE

این جعبه‌ابزار که اولین ویرایش آن را گروه تحقیقاتی کرون<sup>۱</sup> در بوردوی فرانسه در اواخر قرن بیستم ارائه کرده است، مجموعه‌ای از توابع آماده برای به‌کارگیری اصول اساسی تئوری مرتبط با حساب دیفرانسیل کسری و مفاهیم ریاضی وابسته به آن است [۱۵]. اولین ویرایش این جعبه‌ابزار شامل ۳ ماژول اصلی است که هر یک روی یک موضوع کاربردی خاص تمرکز دارند. ماژول ریاضی شامل چندین الگوریتم برای محاسبات مرتبط با حساب دیفرانسیل مرتبه کسری است. ماژول شناسایی سیستم در برگیرنده الگوریتم‌های مرتبط با شناسایی سیستم حوزه زمان و فرکانس می‌باشد و در نهایت ماژول طراحی سیستم کنترل از اصول دیفرانسیل مرتبه کسری برای سازمان‌دهی طراحی سیستم‌های کنترل مقاوم سود می‌برد. در ورژن جدید این جعبه‌ابزار، ماژول نقشه‌مسیر<sup>۲</sup> که شامل الگوریتم‌هایی برای بهینه‌سازی مسیریابی در محیط‌های دینامیکی است به مجموعه اضافه شده است. اگرچه این ساختار همچنان در ویرایش‌های جدیدتر این جعبه‌ابزار حفظ شده است اما طراحان تلاش می‌کنند که چارچوب آن را به سمت یک ویرایش شی‌گرا<sup>۳</sup> سوق دهند [۱۶].

نمایش سیستم مرتبه کسری در CRONE از یک بخش اصلی (frac - lti) که دربرگیرنده چندین مشخصه سیستم‌های مرتبه کسری است تشکیل شده است. همچنین این بخش اصلی برای نمایش سیستم‌های مرتبه کسری سه

<sup>1</sup> CRONE

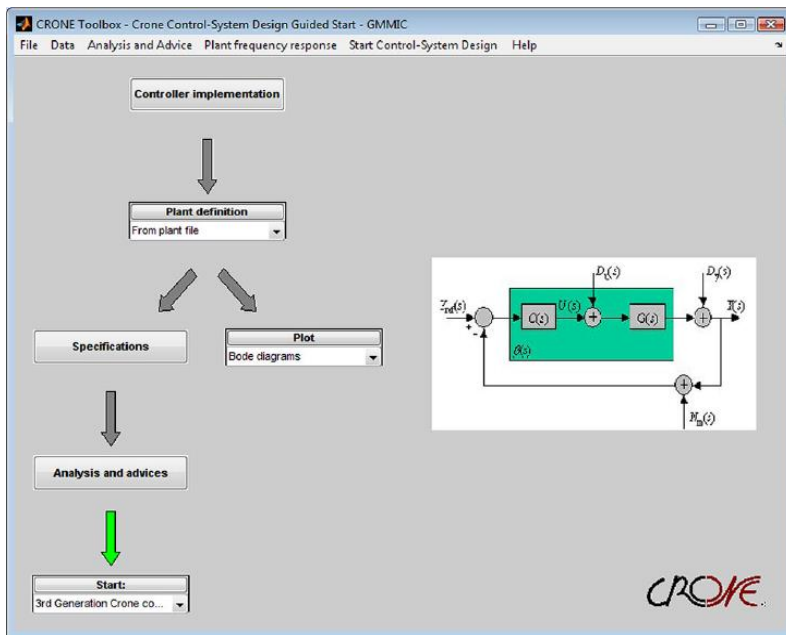
<sup>2</sup> Path-planning

<sup>3</sup> Object - Oriented Version

زیرشاخه، تحت عنوان کلاس‌های اصلی استفاده‌کننده دارد. این کلاس‌ها عبارتند از: توابع انتقال مرتبه کسری ( $\text{frac} - \text{tf}$ )، بهره، قطب و صفر مرتبه کسری ( $\text{frac} - \text{zpk}$ ) و فضای حالت مرتبه کسری ( $\text{frac} - \text{ss}$ ).

### ماژول طراحی سیستم کنترل (CSD) جعبه‌ابزار CRONE

این ماژول با یک روش نظام‌مند، مسیری برای طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم با استفاده از عملگرهای مرتبه کسری فراهم می‌آورد و یک محیط محاوره‌ای کاربرپسند برپایه واسط گرافیکی GUI برای معرفی سیستم‌های نامعین، طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم و مشاهده نتایج حوزه زمانی و فرکانسی در اختیار می‌گذارد. شکل (۳) صفحه آغازین جعبه‌ابزار طراحی سیستم کنترل کرون (CRONE CSD) را نشان می‌دهد که فرایند طراحی با معرفی دستگاه شروع شده با تعریف مشخصه‌های موردنظر و ترسیم دیاگرام‌های حوزه فرکانس نظیر بود و نایکوئسیت ادامه می‌یابد و در انتها با انتخاب نوع و شیوه طراحی عمل طراحی کنترل‌کننده به انجام می‌رسد.

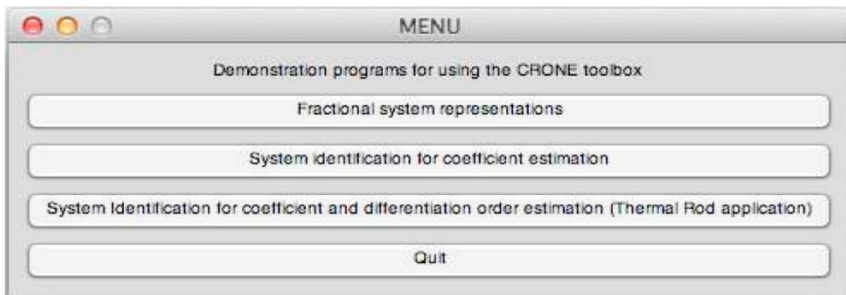


شکل ۳. واسط گرافیکی جعبه ابزار طراحی سیستم کنترل کرون (CRONE CSD)

### ماژول شناسایی سیستم جعبه‌ابزار CRONE

این ماژول شامل الگوریتم‌های حوزه زمانی برای تخمین مستقیم مدل‌های زمان پیوسته از دیتاهای واقعی نمونه‌برداری شده است. نکته مهم جعبه‌ابزار، قابلیت شبیه‌سازی مدل شناسایی شده‌است تا میزان دقت آن مشخص شود. سه روش شبیه‌سازی متفاوت در حوزه زمان برای جعبه‌ابزار پیش‌بینی شده‌است که می‌توانند مستقل از شیوه‌های شناسایی اجرا شوند. روش‌های شبیه‌سازی خطای خروجی (OE)، فیلترهای متغیر حالت (SVF) و متغیرهای ابزار دقیق (IV) برای مدل‌های OE و ARX در دسترس‌اند. جعبه ابزار شناسایی سیستم هنوز به یک واسط گرافیکی

کاربری مجهز نشده است اما می‌توان دمویی از قابلیت‌های آن را با دستور CRONE – DEMO را به فرم شکل (۴) فراخوانی کرد.



شکل ۴. پنجره نمایش دموی قابلیت‌های جعبه‌ابزار شناسایی سیستم CRONE

### ماژول ریاضی جعبه ابزار CRONE

ابزارهای ماژول ریاضی CRONE دربرگیرنده تمامی الگوریتم‌هایی است که امکان استفاده از مشتق‌های مرتبه کسری یا مختلط را فراهم می‌کند. این ماژول شامل واحدهای مشتق‌گیری مرتبه کسری، معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری، معادلات مشخصه مرتبه کسری، عملگر مشتق مختلط مرتبه کسری، تبدیل معکوس لاپلاس تابع انتقال مرتبه کسری و سیستم تفاضلی مرتبه کسری است.

مزایا و معایب جعبه ابزار CRONE عبارتند از:

- ۱- یکی از نخستین جعبه‌ابزارهای ارائه شده برای حساب دیفرانسیل مرتبه کسری که الهام‌بخش سایر ابزارهای موجود نظیر NINTEGER یا FOMCON شده است.
- ۲- هماهنگی بسیار زیاد توابع آن با اصل اسکریپت‌نویسی پایه نرم‌افزار متلب و نیز اصل برنامه‌نویسی شی‌گرا
- ۳- ارائه واسط گرافیکی کاربر پسند متنوع برای شناسایی سیستم‌ها و طراحی انواع کنترل‌کننده‌های مقاوم که نظیر آن در دیگر جعبه‌ابزارها دیده نمی‌شود.
- ۴- اگرچه امکان دریافت جعبه‌ابزار از طریق رجیستر و تأیید شدن در سایت CRONE امکان‌پذیر است اما این تأییدیه و دریافت نرم‌افزار برای همگی امکان‌پذیر نیست.
- ۵- CRONE برخلاف دو جعبه ابزار FOMCON, FOTF دارای کتابخانه‌های آماده استفاده در سیمولینک نیست که این مورد انعطاف‌پذیری شبیه‌سازی کنترل‌کننده‌های طراحی شده را کاهش می‌دهد.
- ۶- امکان کار با سیستم‌های چند ورودی-چند خروجی (MIMO) در این جعبه ابزار وجود دارد.
- ۷- امکان تعریف تأخیر زمانی (T) در توابع تبدیل مرتبه کسری این جعبه‌ابزار به‌آسانی وجود ندارد.

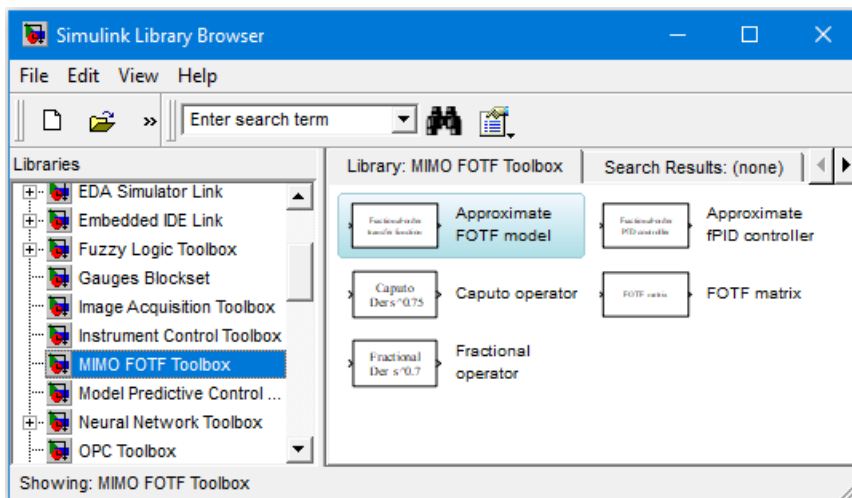
### جعبه‌ابزار FOTF

جعبه‌ابزار تابع انتقال مرتبه کسری (FOTF) را نخستین بار در سال 2009 چن و همکاران معرفی کردند [۱۷]. در ابتدا این جعبه‌ابزار به‌منظور بررسی سیستم‌های مرتبه کسری تک‌ورودی-تک‌خروجی ارائه گردید اما هم‌اینک در ویرایش جدید خود قابلیت کار با سیستم‌های خطی مرتبه کسری چندورودی-چندخروجی را نیز شامل می‌شود. جعبه‌ابزار تابع انتقال مرتبه کسری قابلیت مدل‌سازی توابع انتقال مرتبه کسری دارای تأخیر زمانی T به فرم معادله (۵) در قالب FOTF و معادلات حالت تأخیردار به‌صورت FOSS را تحت معادله (۶) دارد.

$$G(s) = \frac{b_1 s^{\gamma_1} + b_2 s^{\gamma_2} + \dots + b_m s^{\gamma_m}}{a_1 s^{\eta_1} + a_2 s^{\eta_2} + \dots + a_n s^{\eta_n}} \quad (۶)$$

$$\begin{cases} ED^\alpha x(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (۷)$$

ویرایش جدید جعبه ابزار FOTF با شیوه برنامه‌نویسی شی‌گرا<sup>۱</sup> هماهنگی دارد و در آن می‌توان کلاس‌های FOTF را به FOSS و بالعکس تبدیل کرد. در این جعبه‌ابزار امکان سری، موازی و فیدبک کردن توابع تبدیل مرتبه کسری و بلوک‌های آماده در محیط سیمولینک مطابق شکل (۵) برای شبیه‌سازی آماده شده است. این جعبه‌ابزار را می‌توان به‌سادگی و کاملاً مجانی از سایت MathWorks دانلود کرد. همچنین یک واسط گرافیکی برای طراحی کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری در این جعبه‌ابزار مطابق شکل (۶) وجود دارد.



شکل ۵. کتابخانه بلوک‌های FOTF در محیط سیمولینک

مزایا و معایب جعبه ابزار FOTF را می‌توان به‌صورت زیر برشمرد:

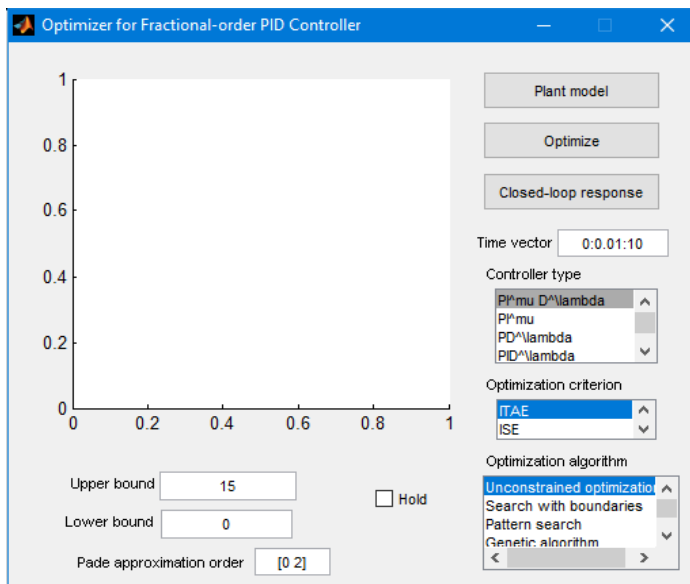
- ۱- استفاده آسان از توابع آماده شده این جعبه‌ابزار در قالب برنامه نوشته‌شده به صورت اسکریپت
- ۲- دارای قابلیت برنامه‌نویسی به شیوه شی‌گرا در این جعبه‌ابزار
- ۳- امکان مدل‌سازی سیستم‌ها مرتبه کسری در هر دو ساختار تابع تبدیل (FOTF) و فضای حالت (FOSS)
- ۴- توانایی تبدیل ساده سیستم‌های FOTF به FOSS و بالعکس
- ۵- امکان تعریف مستقیم تأخیرهای حوزه زمانی در قالب‌های FOTF و FOSS

<sup>1</sup> object-oriented

- ۶- ارائه کتابخانه آماده برای محیط سیمولینک به‌منظور شبیه‌سازی سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری
- ۷- ارائه واسط گرافیکی کاربرپسند برای طراحی کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری
- ۸- قابلیت طراحی کنترل‌کننده در این جعبه ابزار محدودتر از NINTEGER و CRONE است.
- ۹- این جعبه‌ابزار کاملاً مجانی است و از سایت MathWorks قابل دانلود می‌باشد.

### جعبه‌ابزار FOMCON

جعبه‌ابزار کنترل و مدل‌سازی مرتبه کسری (FOMCON) را تیزاکف و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۱ ارائه کردند. هسته اصلی این برنامه از الگوریتم‌های سه جعبه‌ابزار FOTF, CRONE, NINTEGER استفاده می‌کند؛ به‌گونه‌ای که توابع اصلی این ۳ جعبه‌ابزار حفظ شده و پوسته‌ای روی آن‌ها به فرم واسط گرافیکی بر پایه امکانات نرم‌افزار متلب GUI قرار داده شده است [۱۲]. ارتباط جعبه‌ابزار FOMCON با سه جعبه‌ابزار یاد شده به‌صورت شکل (۷) است [۱۲؛ ۱۸].



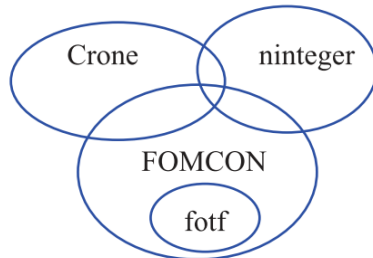
شکل ۶. واسط گرافیکی طراحی کنترل‌کننده جعبه‌ابزار FOTF

همان‌گونه که مشاهده می‌شود FAMCON کاملاً در برگیرنده توابع آماده و ویرایش‌های اولیه FOTF است که در آن، تغییرات زیر برای آسان‌سازی استفاده از مفاهیم سیستم‌های مرتبه کسری در زمینه کاربردها و طراحی سیستم‌های کنترل صورت گرفته است.

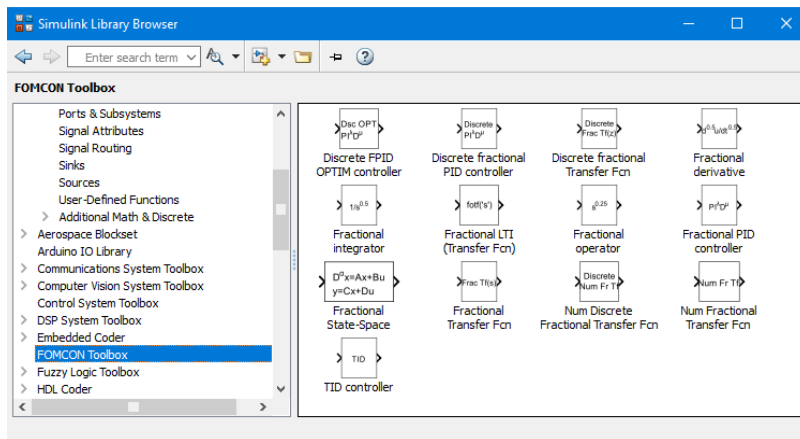
- ۱- دستور (newfotf) این امکان را فراهم می‌کند که کاربر بتواند توابع تبدیل را به‌صورت رشته وارد کند.
- ۲- دستور (tf2ss) نرم‌افزار متلب قابل استفاده شده است و دستور (foss) اضافه گردیده تا امکان تبدیل نمایش‌های تابع تبدیل و فضای حالت سیستم‌های مرتبه کسری به یک‌دیگر امکان‌پذیر شوند. شایان ذکر

است که این امکان در ویرایش جدید جعبه ابزار FOTF نیز گنجانده شده [۱] و جعبه ابزار CRONE نیز قادر به انجام آن است.

۳- کتابخانه سیمولینک این جعبه ابزار برای معرفی سیستم‌های مرتبه کسری و طراحی کنترل کننده‌های PID مرتبه کسری توسعه یافته است تا کاربر پسند شود. شکل (۸) این کتابخانه سیمولینک را نشان می‌دهد.

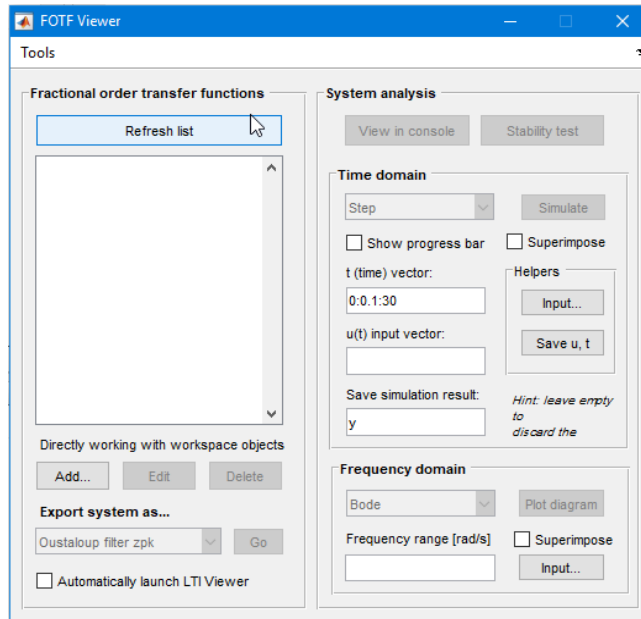


شکل ۷. چگونگی ارتباط جعبه ابزارهای CRONE , INTEGER , FOTF , FOMCON [۱۸]



شکل ۸. کتابخانه بلوک‌های FOMCON در سیمولینک

۴- ساختار واسط گرافیکی در FOMCON به فرم شکل (۹) دارای یک صفحه آغازین است که قابلیت‌های جعبه ابزار از همین پنجره قابلیت انتخاب می‌باشد. این واسط نسبت به دیگر محیط‌های گرافیکی جعبه ابزار کاربر پسندتر می‌باشد و هر دو بخش شناسایی سیستم و طراحی کنترل کننده در آن ادغام شده است.



شکل ۹. پنجره اصلی واسط گرافیکی جعبه‌ابزار FOMCON

در کل می‌توان جعبه‌ابزار FOMCON را با نسخه جدید جعبه‌ابزار FOTF هم‌ارز دانست که علاقمندی یک کاربر برای انتخاب یکی از آن دو، وابسته به علائق شخصی و تجربیات برنامه‌نویسی اوست.

### ارزیابی و مقایسه عملکرد جعبه‌ابزارهای مرتبه کسری

از میان جعبه‌ابزارهای معرفی شده، متأسفانه دسترسی به CRONE به دلیل عدم امکان تهیه، ممکن نشد؛ از این رو شبیه‌سازی‌های جعبه‌ابزارهای FOMCON، FOTF و NINTEGER در نرم‌افزار متلب ۲۰۱۴B انجام شده است. برای ارزیابی عملکرد جعبه‌ابزارهای شبیه‌سازی کنترل‌کننده FOPID از دو سیستم مختلف استفاده شده است. در ابتدا از سیستم کنترل ولتاژ ژنراتور سنکرون (AVR) استفاده کردیم که کنترل‌کننده‌ای FOPID برای آن طراحی شد که با الگوریتم جستجوی فاخته<sup>۱</sup> [۱۹] بهینه گردید. در قدم دوم، کنترل‌کننده FOPID بهینه شده با روش الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) برای سیستم کنترل سرعت موتور DC [۲۰] براساس سه جعبه‌ابزار انتخابی مقایسه شد. شایان ذکر است که برای جلوگیری از تداخل عملکرد فایل‌های هریک از این ۳ جعبه‌ابزار بر روی یکدیگر، در هنگام بررسی هر جعبه‌ابزار، تنها مجموعه فایل‌های همان جعبه‌ابزار در مسیر فایل‌های جاری متلب set path شده‌اند. در تمامی جعبه‌ابزارها، مرتبه تخمین کنترل‌کننده روی  $n=6$  و محدوده فرکانسی تخمین نیز در فاصله ۰.۰۰۱ تا ۱۰۰۰ انتخاب شده است.

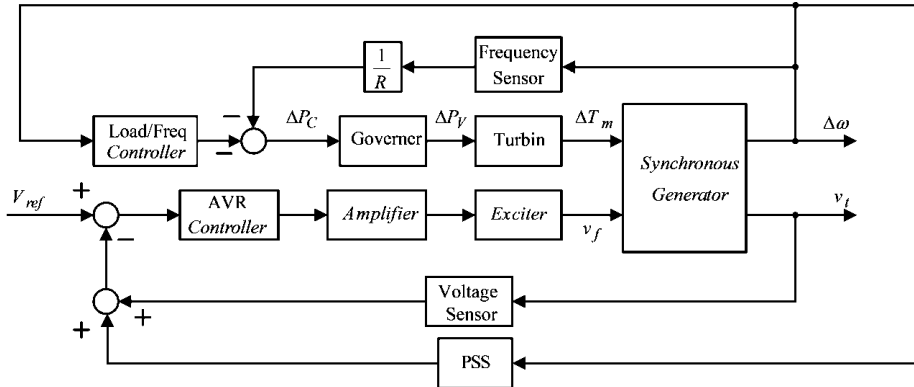
### سیستم کنترل ولتاژ ژنراتور سنکرون (AVR) با کنترل‌کننده FOPID

در قدم اول، برای مقایسه عملکرد جعبه‌ابزارهای شبیه‌سازی خطی-کسری، کنترل‌کننده FOPID بهینه شده با الگوریتم جستجوی فاخته [۱۹] برای سیستم تنظیم‌کننده خودکار ولتاژ (AVR) یک سیستم قدرت متصل به باس

<sup>1</sup> Cuckoo



بی‌نهایت در نظر گرفته شد. یک سیستم قدرت به هم پیوسته را می‌توان مجموعه‌ای از سیستم‌های قدرت تک‌ناحیه‌ای متصل به باس بی‌نهایت (SMIB) در نظر گرفت که از طریق یک خط انتقال به شبکه سراسری متصل می‌باشند. قلب تپنده SMIB ژنراتور سنکرونی است که باید در شرایط مختلف عملکرد، پایداری ولتاژ ترمینال، پایداری فرکانس، پایداری زاویه رتور و هم‌زمانی خود را با سیستم قدرت حفظ کند. شکل (۱۰) بلوک دیاگرام ساختار کلاسیک کنترل ولتاژ و فرکانس سیستم قدرت تک‌ناحیه‌ای متصل به باس بی‌نهایت (SMIB) را نشان می‌دهد. این ساختار از سه بخش کنترل بار/فرکانس (LFC)، تنظیم خودکار ولتاژ ترمینال (AVR) و پایدارساز سیستم قدرت (PSS) تشکیل می‌شود.



شکل ۱۰. بلوک دیاگرام ساختار کلاسیک کنترل ولتاژ و فرکانس سیستم قدرت تک‌ناحیه‌ای متصل به باس بی‌نهایت (SMIB)

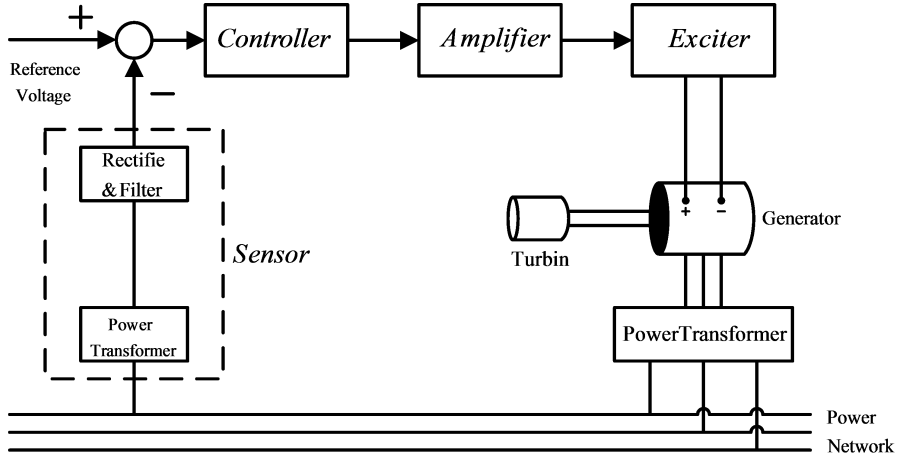
در این ساختار، تغییرات کم‌توان اکتیو وابسته به تغییرات زاویه رتور ( $\Delta\delta$ ) و در نتیجه فرکانس است. از سوی دیگر، توان راکتیو تولیدی ژنراتور به اندازه ولتاژ ترمینال یعنی جریان تحریک سیم‌پیچ میدان بستگی دارد. ثابت زمانی سیستم تحریک یا تنظیم خودکار ولتاژ (AVR) بسیار کمتر از ثابت زمانی محرک اولیه یا سیستم کنترل فرکانس (LFC) است و نوسانات گذرای آن سریع تضعیف می‌شود و تأثیر کمی بر دینامیک LFC دارد؛ بنابراین از تأثیرات متقابل حلقه‌های AVR، PSS، LFC، AVR و PSS صرف‌نظر شده است و تحلیل و طراحی آن‌ها به صورت مستقل و جدا صورت می‌پذیرد [۲۰]. با حذف دو حلقه کنترلی LFC و PSS ساختار سیستم تنظیم خودکار ولتاژ ژنراتور سنکرون (AVR) در یک سیستم قدرت تک‌ناحیه‌ای متصل به باس بی‌نهایت (SMIB) به صورت شکل (۱۱) درمی‌آید که در آن بلوک‌های مرتبط با تقویت‌کننده<sup>۱</sup>، تحریک‌کننده<sup>۲</sup>، سنسور<sup>۳</sup> و ژنراتور<sup>۴</sup> به صورت توابع تبدیل مرتبه اولی با بهره (K) و ثابت زمانی (T) مشخص مدل می‌شوند [۲۱] و [۲۲].

<sup>1</sup> Amplifier

<sup>2</sup> Exciter

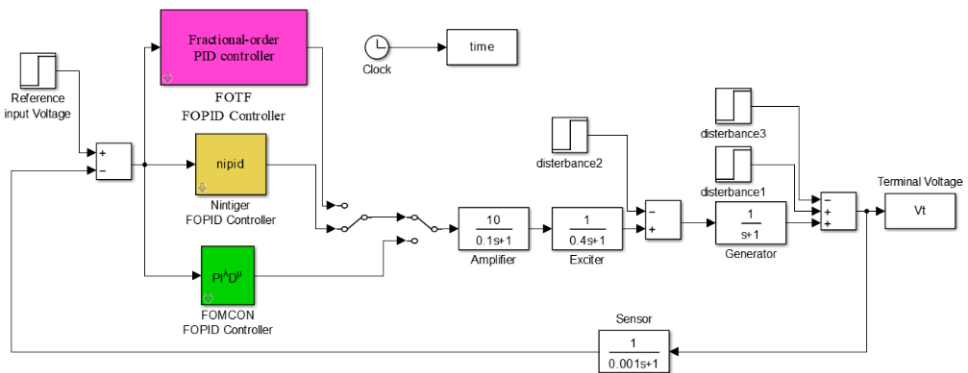
<sup>3</sup> Sensor

<sup>4</sup> Generator



شکل ۱۱. ساختار سیستم تنظیم خودکار ولتاژ ژنراتور سنکرون (AVR) در یک سیستم قدرت تک ناحیه‌ای متصل به باس بینهایت (SMIB)

شکل (۱۲) بلوک دیاگرام سیستم AVR را در محیط سیمولینک برپایه یک ورودی مبنا، سه ورودی اغتشاش و یک خروجی ولتاژ ترمینال ژنراتور سنکرون به همراه بلوک دیاگرام‌های تقویت‌کننده، محرک، سنسور ولتاژ، ژنراتور سنکرون و تابع تبدیل کنترل‌کننده PID مرتبه کسری (FOPID) نشان می‌دهد. مطابق مرجع [۱۹] کنترل‌کننده FOPID برای بهره‌ها و ثابت زمانی‌های  $TS=0.01s$ ,  $Ta=0.2s$ ,  $Te=1s$ ,  $Tg=1s$ ,  $Ks=1$ ,  $Ka=10$ ,  $Ke=1$  و  $Kg=1$  بهینه شده است؛ از این رو شبیه‌سازی‌ها برای این نقطه نامی انجام شده است و سناریوهای مختلفی برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده‌ها در نظر گرفته شده است. با انتخاب کلیدهای آنالوگ می‌توان در هر لحظه، کارکرد یکی از ۳ جعبه‌ابزار انتخاب شده را موردنظر قرار داد.



شکل ۱۲. بلوک دیاگرام سیستم AVR در محیط سیمولینک در حضور کنترل‌کننده‌های FOPID

## سناریوی اول سیستم AVR: شبیه‌سازی خطای دنباله‌روی

در این سناریو با اعمال ولتاژ مبنای ۱ pu در زمان  $t=0$  خطای دنباله‌روی بررسی می‌شود. کنترل‌کننده باید خروجی سیستم را به سرعت به مقدار ۱ pu برساند. شکل (۱۳) خروجی ولتاژ ژنراتور را در این شبیه‌سازی نشان می‌دهد. آنچه کاملاً مشخص است تفاوت پاسخ جعبه‌ابزار NINTEGER با دو جعبه‌ابزار دیگر است. جدول (۱) ویژگی‌های پاسخ زمانی شبیه‌سازی را در قالب زمان برخاست، زمان نشست، زمان حداکثر و درصد فراجهش برای این سه جعبه ابزار نشان می‌دهد. شایان ذکر است که زمان نشست، مدت‌زمان رسیدن به ۹۹ درصد مقدار نهایی و زمان برخاست، مدت‌زمان رسیدن از ۰ تا اولین مقدار ۰/۹ خروجی تعریف شده است تا برای هر سه شبیه‌سازی قابل محاسبه باشند.

جدول ۱. مقایسه ویژگی‌های حوزه زمانی جعبه‌ابزارها در سناریوی اول (خطای دنباله‌روی)

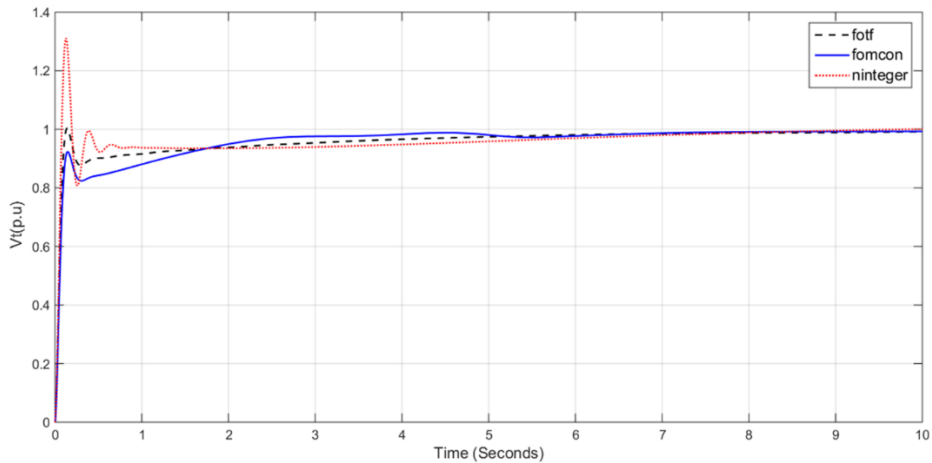
درصد فراجهش	زمان حداکثر	زمان برخاست	زمان نشست	نام جعبه‌ابزار
۳۱/۱۲	۰/۱۲۶۵ ثانیه	۰/۰۷ ثانیه	۸/۱۵۲ ثانیه	NINTEGER
۰/۳۹	۰/۱۳۵۱ ثانیه	۰/۰۹۵ ثانیه	۹/۴ ثانیه	FOTF
صفر	-	۰/۱۲۰۷ ثانیه	۷/۵۳۴ ثانیه	FOMCON

## سناریوی دوم سیستم AVR: شبیه‌سازی اثر اتصال کوتاه خروجی

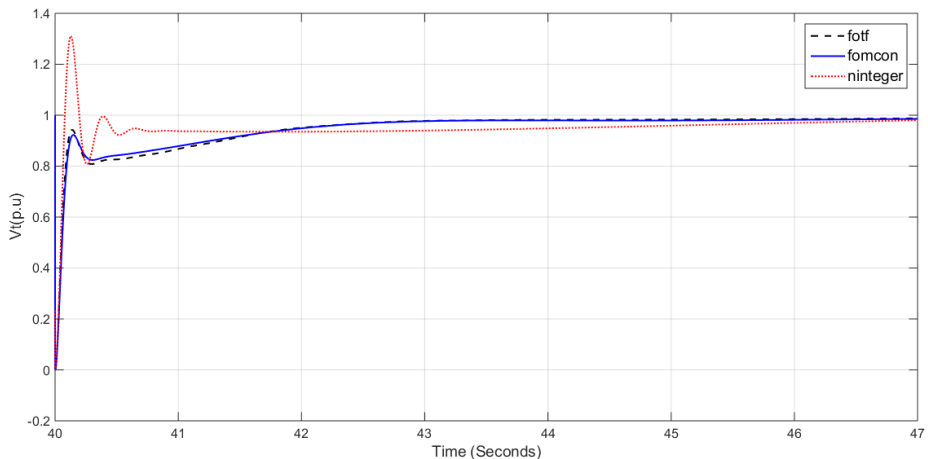
در این سناریو با اعمال اغتشاش ۱ pu- در زمان  $t=40s$  در خروجی ژنراتور سنکرون، ولتاژ ژنراتور ناگهان صفر شد و کنترل‌کننده باید هرچه سریع‌تر خروجی را به وضعیت قبل بازگرداند. شکل (۱۴) خروجی ولتاژ ژنراتور را در این شبیه‌سازی نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود نظیر سناریوی قبل، پاسخ جعبه‌ابزار NINTEGER متفاوت است و نوسانات گذرای بیشتری دارد. از سوی دیگر، تفاوت قابل‌ملاحظه‌ای در عملکرد جعبه‌ابزارهای FOTF و FOMCON در پردازش مقادیر عددی شبیه‌سازی‌ها دیده نمی‌شود.

## سناریوی سوم سیستم AVR: شبیه‌سازی تأثیر اغتشاشات خارجی ناشی از ژنراتورهای سنکرون دیگر

در این سناریو با اعمال اغتشاش 1 pu در زمان  $t=60s$  و در ورودی تابع تبدیل ژنراتور، تأثیر اغتشاشات خارجی ناشی از ژنراتورهای سنکرون دیگر را بر ژنراتورمان مدل می‌کنیم. اغتشاش سبب می‌شود در زمان شصت ثانیه ولتاژ میدان ژنراتور به مقدار ۱ pu کاهش یابد. نتیجه در صورت نبود سیستم AVR، افت شدید ولتاژ ترمینال خواهد بود. در این شرایط کنترل‌کننده باید هرچه سریع‌تر خروجی را به وضعیت قبل بازگرداند. شکل (۱۵) ولتاژ خروجی ژنراتور را در این شبیه‌سازی نشان می‌دهد. عملکرد جعبه‌ابزارهای FOTF و FOMCON در این شبیه‌سازی بسیار به یکدیگر نزدیک است و هم‌چنان پاسخ جعبه‌ابزار NINTEGER متفاوت می‌باشد و دارای نوسانات گذرای بیشتری است.



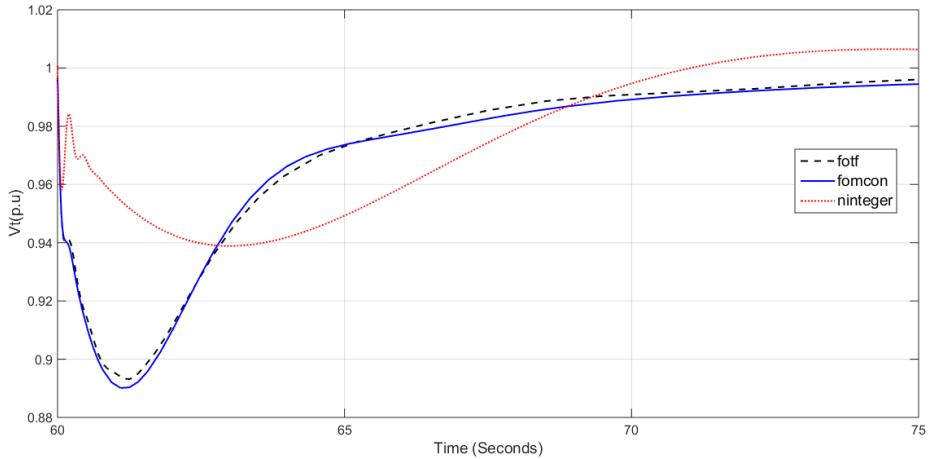
شکل ۱۳. ولتاژ ترمینال ژنراتور سنکرون با کنترل کننده FOPID در سناریوی اول (خطای دنباله‌روی)



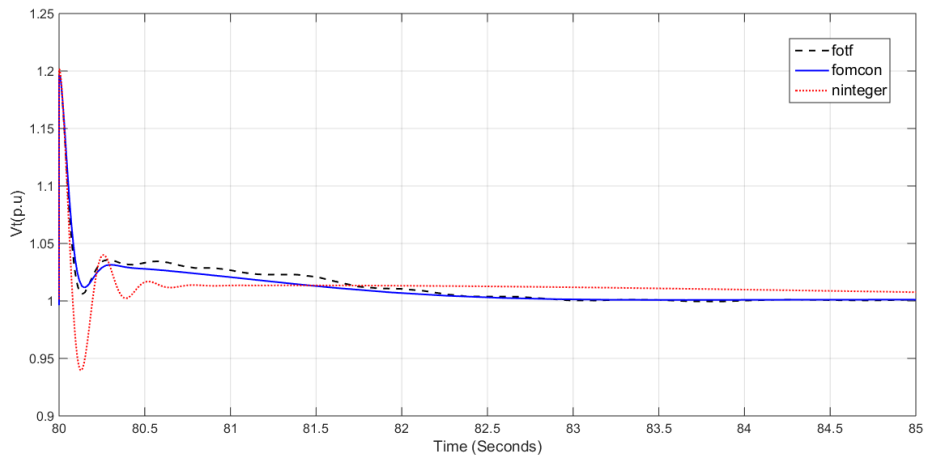
شکل ۱۴. ولتاژ ترمینال ژنراتور سنکرون با کنترل کننده FOPID در سناریوی سوم (خطای اتصال کوتاه یا صفر شدن ولتاژ ترمینال)

#### سناریوی چهارم سیستم AVR: شبیه‌سازی اثر اضافه ولتاژ خروجی

در این سناریو با اعمال اغتشاش  $0.2 pu$  در زمان  $t=80s$  در خروجی، تأثیرات ازدیاد ولتاژ بر عملکرد کنترل کننده بررسی شده است. فرض شده است که با کاهش میزان بار شبکه، ناگهان ولتاژ ترمینال ژنراتور افزایش پیدا کرده است. در این شرایط، سیستم AVR باید هرچه سریع‌تر خروجی را به مقدار قبل از اثر اغتشاش بازگرداند. شکل (۱۶) خروجی ولتاژ ژنراتور را در این شبیه‌سازی نشان می‌دهد. ویژگی شبیه‌سازی جعبه‌ابزارها، نظیر سناریوی دوم است. نتیجه شبیه‌سازی با جعبه‌ابزار NINTEGER دارای فراجشش است اما دو جعبه ابزار دیگر بدون فراجشش می‌باشد و زمان نشستگی نزدیک  $2/5$  ثانیه دارند.



شکل ۱۵. ولتاژ ترمینال ژنراتور سنکرون با کنترل کننده FOPID در سناریوی سوم (کاهش بار و افزایش ولتاژ ترمینال)



شکل ۱۶. ولتاژ ترمینال ژنراتور سنکرون با کنترل کننده FOPID در سناریوی چهارم (اثر اغتشاشات خارجی ناشی از ژنراتورهای سنکرون دیگر)

براساس شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته برای سیستم AVR پاسخ جعبه‌ابزارهای FOTF و FOMCON بسیار به یکدیگر نزدیک می‌باشد و نتایج جعبه‌ابزار NINTEGER به صورت معناداری متفاوت است. این تفاوت از الگوریتم‌های به‌کار گرفته شده توسط این جعبه‌ابزارها ناشی می‌شود و استفاده از جعبه‌ابزار FOMCON به دلیل گسترده‌تر بودن امکانات آن نسبت به FOTF معقول‌تر است.

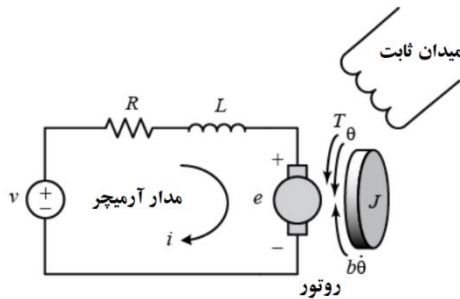
### سیستم کنترل سرعت موتور DC بدون جاروبک با کنترل کننده FOPID

در قدم دوم، برای مقایسه عملکرد جعبه‌ابزارهای شبیه‌سازی خطی- کسری، کنترل کننده FOPID بهینه شده با الگوریتم گرگ خاکستری [۲۳] برای سیستم کنترل سرعت موتور DC بدون جاروبک در نظر گرفته شده است. شکل (۱۷) مدار معادل الکتریکی آرمیچر موتور DC بدون جاروبک را در حضور یک میدان ثابت، نشان می‌دهد. ساختار موتور دارای چهار بخش اصلی روتور، تولید گشتاور، نیروی ضدحرکه و اینرسی بار است و خروجی کنترل کننده سبب تغییر ولتاژ آرمیچر و سرعت موتور می‌شود.

$$\begin{cases} Ri_a(t) + L \frac{di_a(t)}{dt} + e(t) = v(t) \\ e(t) = K_b \omega(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} + b\omega(t) = T = T_e - T_L \\ T_e = K_m i_a(t) \end{cases} \quad (8)$$

که در حوزه لاپلاس معادلات (۸) به صورت زیر درمی‌آیند.

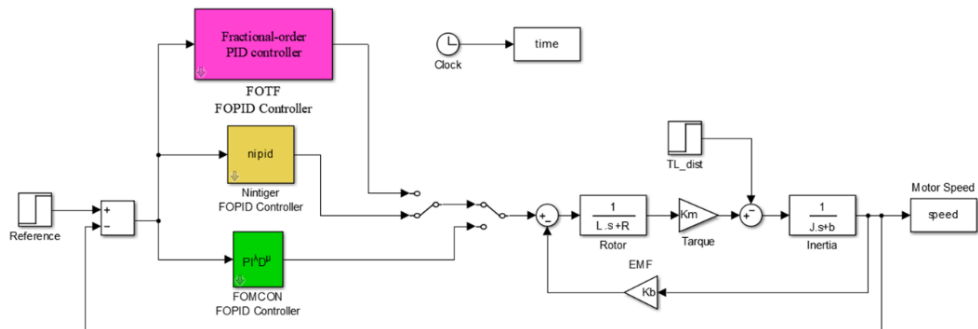
$$\begin{cases} I_a(s) = \frac{V(s)-E(s)}{Ls+R} \\ E(s) = K_b \omega(s) \\ \omega(s) = \frac{T_e(s)-T_L(s)}{Js+b} \\ T_e(s) = K_m I_a(s) \end{cases} \quad (9)$$



شکل ۱۷. مدار معادل الکتریکی آرمیچر موتور DC بدون جاروبک با میدان ثابت

شکل (۱۸) بلوک دیاگرام سیستم کنترل سرعت موتور DC بدون جاروبک را که میدان ثابت دارد و با تغییر ولتاژ آرمیچر می‌توان گشتاور میدان و به تبع آن سرعت موتور را کم و زیاد کرد، براساس معادلات (۸) در محیط سیمولینک نشان می‌دهد. این بلوک دیاگرام دارای یک ورودی مبنای سرعت، یک ورودی اغتشاش برای مدل سازی تغییرات بار، یک خروجی نشان دهنده سرعت موتور و تابع تبدیل کنترل کننده PID مرتبه کسری (FOPID) به عنوان کنترل کننده است. مطابق مرجع [۲۰] کنترل کننده FOPID برای نقطه کار،  $D=0.0022 \text{ N.m.sec/rad}$ ،  $K_m=0.015 \text{ kg.m/A}$ ،  $J=0.0004 \text{ kg.m}^2$  و  $K_b=0.05 \text{ V.s}$  بهینه شده است. لذا شبیه سازی‌ها برای این نقطه

نامی انجام شده است و دو سناریو برای بررسی عملکرد کنترل کننده‌ها در نظر گرفته شده است. با انتخاب کلیدهای آنالوگ می‌توان در هر لحظه، کارکرد یکی از ۳ جعبه‌ابزار انتخاب شده را مورد نظر قرار داد.



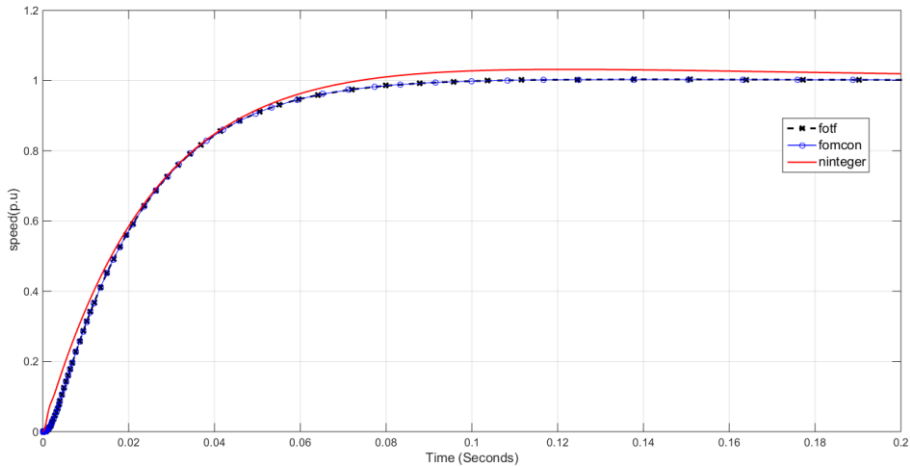
شکل ۱۸. بلوک دیاگرام سیستم کنترل سرعت موتور DC بدون جاروبک در محیط سیمولینک با کنترل کننده‌های FOPID

### سناریوی اول سیستم موتور: شبیه‌سازی خطای دنباله‌روی

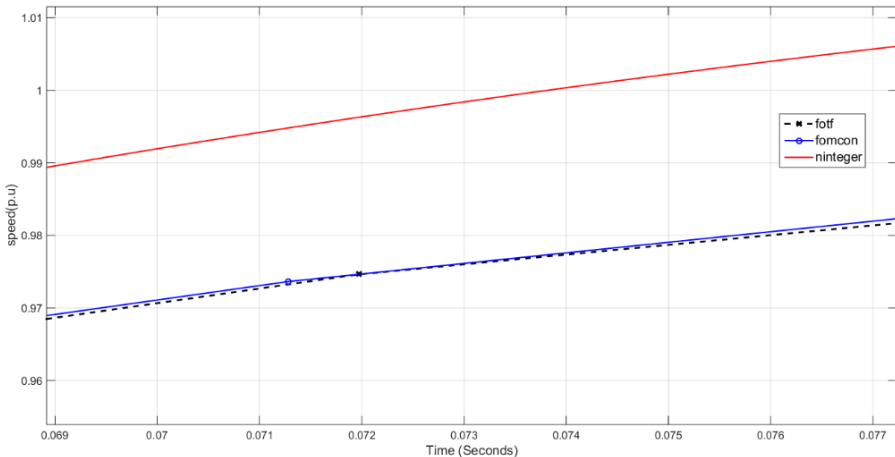
در این سناریو با اعمال ولتاژ مبنای ۱ pu در زمان  $t=0$  درستی دنباله‌روی بررسی می‌شود. کنترل کننده باید سریعاً سرعت موتور را به مقدار ۱ pu برساند. شکل (۱۹) این خروجی سرعت موتور را پس از شبیه‌سازی نشان می‌دهد. در این شکل، به دلیل نزدیکی بسیار زیاد نتایج دو جعبه‌ابزار FOTF و FOMCON، منحنی خط‌چین مشکی، کاملاً در مجاورت خط آبی قرار دارد؛ از این رو تنها خط آبی جعبه‌ابزار FOMCON دیده می‌شود. به این دلیل، در شکل (۲۰) ناحیه زوم شده بین شکل‌های مرتبط با دو جعبه‌ابزار FOTF و FOMCON برای دقت بیشتر آورده شده است که نشان می‌دهد نتایج این دو جعبه‌ابزار بسیار شبیه یکدیگر است. جدول (۲) ویژگی‌های پاسخ زمانی شبیه‌سازی را در قالب زمان برخاست، زمان نشست، زمان حداکثر و درصد فراجاهش برای این سه جعبه‌ابزار نشان می‌دهد. شایان ذکر است که برای محاسبه زمان نشست، فرض شده است که تولرانس تنها ۰/۲ درصد مقدار نهایی باشد. همچنین زمان برخاست، مدت زمان رسیدن از ۰ تا اولین مقدار ۱ خروجی تعریف شده است تا برای هر سه شبیه‌سازی قابل محاسبه باشد.

جدول ۲. مقایسه ویژگی‌های حوزه زمانی جعبه‌ابزارها در سناریوی اول موتور DC بدون جاروبک (خطای دنباله‌روی)

نام جعبه‌ابزار	زمان نشست	زمان برخاست	زمان حداکثر	درصد فراجاهش
NINTEGER	۰/۱۹۶۶ ثانیه	۰/۰۷۳۸ ثانیه	۰/۱۲۲ ثانیه	۳/۱۷
FOTF	۰/۱۹ ثانیه	۰/۱۰۵۸ ثانیه	۰/۱۳۷۷ ثانیه	۰/۳۲
FOMCON	۰/۱۸۵ ثانیه	۰/۱۰۶۳ ثانیه	۰/۱۳۷۷ ثانیه	۰/۳۸۵



شکل ۱۹. سرعت موتور DC با کنترل کننده FOPID در سناریوی اول (خطای دنباله‌روی)

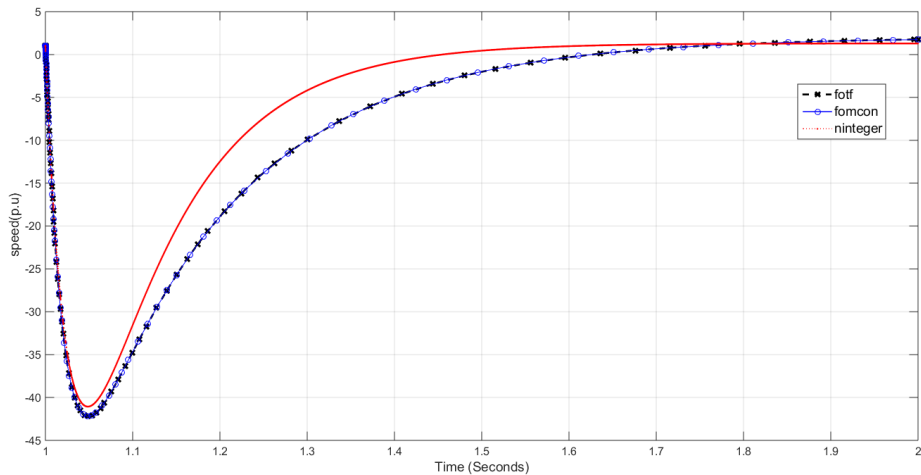


شکل ۲۰. ناحیه زوم شده بین شکل‌های مرتبط با دو جعبه‌ابزار FOMCON و FOTF برای دقت بیشتر در سناریوی اول (خطای دنباله‌روی)

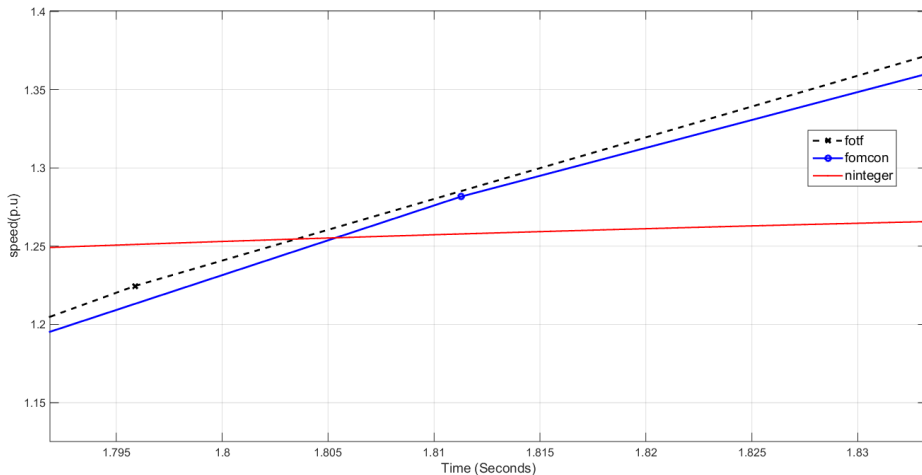
### سناریوی دوم سیستم موتور: شبیه‌سازی اثر اغتشاشات خارجی ناشی از گشتاور بار

در این سناریو با اعمال ولتاژ مبنای ۱ pu در زمان  $t=0$  درستی عمل کرد دنباله‌روی موتور بررسی می‌شود. در این شرایط کنترل کننده باید سریعاً سرعت موتور را به مقدار 1pu برساند. شکل (۲۱) این خروجی سرعت موتور را پس از شبیه‌سازی نشان می‌دهد. همچنین در شکل (۲۲) ناحیه زوم شده بین شکل‌های مرتبط با دو جعبه‌ابزار FOMCON و FOTF برای دقت بیشتر آورده شده است که نشان می‌دهد نتایج این دو جعبه‌ابزار بسیار شبیه یکدیگر است. نظیر سیستم AVR براساس شبیه‌سازی صورت گرفته برای سیستم موتور DC بدون جاروبک نیز پاسخ جعبه‌ابزارهای FOMCON و FOTF بسیار به یکدیگر نزدیک می‌باشد و نتایج جعبه‌ابزار NINTEGER متفاوت است.





شکل ۲۱. سرعت موتور DC با کنترل کننده FOPID در سناریوی دوم (اثر اغتشاش گشتاور بار)



شکل ۲۲. ناحیه زوم شده بین شکل‌های مرتبط با دو جعبه‌ابزار FOMCON و FOTF برای دقت بیشتر در سناریوی دوم (اثر اغتشاش گشتاور بار)

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، مقایسه‌ای از امکانات، قابلیت‌ها و عملکرد چهار جعبه‌ابزار مهم در دسترس برای پردازش عددی سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری ارائه شده است. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که جعبه‌ابزار CRONE از بهترین امکانات گرافیکی و کاربردی برای تحلیل و طراحی انواع مختلفی از کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری و شناسایی سیستم‌ها برخوردار است اما فاقد بلوک‌های آماده شبیه‌سازی در سیمولینک می‌باشد و در آن، امکان تعریف تأخیر زمانی در توابع تبدیل و معادلات حالت وجود ندارد. عملکرد و امکانات دو جعبه‌ابزار FOMCON و FOTF بسیار شبیه یکدیگر است. وجود بلوک‌های آماده در سیمولینک، امکان برنامه‌نویسی شی‌گرا، تعریف سیستم‌های چندورودی-چندخروجی، امکان تعریف تأخیر زمانی در توابع تبدیل و معادلات حالت مرتبه کسری و تبدیل آن‌ها به یکدیگر از جمله قابلیت‌های

این دو جعبه‌ابزار است. اگرچه این جعبه‌ابزارها دارای واسط گرافیکی برای کار با قسمت‌های مختلف برنامه هستند اما امکانات طراحی آن‌ها به وسعت جعبه‌ابزارهای NINTEGER و CRONE نیست. با بررسی نتایج شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای دو سیستم AVR و موتور DC در حضور کنترل کننده‌های PID بهینه شده با الگوریتم‌های فراابتکاری، مشخص گردید که پاسخ‌های جعبه‌ابزارهای FOTF و FOMCON در سیستم کنترل سرعت موتور DC کاملاً یکسان می‌باشد و در سیستم AVR بسیار به یکدیگر نزدیک است اما در هر دو شبیه‌سازی، نتایج جعبه‌ابزار NINTEGER به‌صورت معناداری متفاوت می‌باشد.

## References

- [1] Xue, D., Li, T., & Liu, L. (2017, May 28-30). *A MATLAB toolbox for multivariable linear fractional-order control systems*. 2017 29th Chinese Control And Decision Conference Chongqing, China <https://doi.org/10.1109/CCDC.2017.7978826>
- [2] Li, C., & Cai, M. (2019). *Theory and numerical approximations of fractional integrals and derivatives*. SIAM. <https://doi.org/10.1137/1.9781611975888>
- [3] Sabatier, J., Agrawal, O. P., & Machado, J. T. (2007). *Advances in fractional calculus*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6042-7>
- [4] Debnath, L. (2003). Recent applications of fractional calculus to science and engineering. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 54, 3413-3442. <https://doi.org/10.1155/S0161171203301486>
- [5] Caponetto, R. (2010). *Fractional order systems: modeling and control applications*. World Scientific. <https://www.amazon.com/Fractional-order-systems-applications-Scientific/dp/9814304190>
- [6] Modabbernia, M., & Akoushideh, A. (2020). Voltage Control of The Non-Isolated Buck-Boost DC-DC Converter Based on The Root Locus Method. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 17(1), 59-84. <https://doi.org/10.48301/kssa.2020.112757>
- [7] Petras, I. (2008). Stability of fractional-order systems with rational orders. *arXiv*, 12(3), 1-25. <https://doi.org/10.48550/arXiv.0811.4102>
- [8] Hartley, T. T., & Lorenzo, C. F. (2003). Fractional-order system identification based on continuous order-distributions. *Signal Processing*, 83(11), 2287-2300. [https://doi.org/10.1016/S0165-1684\(03\)00182-8](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(03)00182-8)
- [9] Podlubny, I. (1999). Fractional-order systems and PI<sup>λ</sup>/s<sup>λ</sup> controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(1), 208-214. <https://doi.org/10.1109/9.739144>
- [10] Diethelm, K., & Freed, A. D. (1999). On the Solution of Nonlinear Fractional-Order Differential Equations Used in the Modeling of Viscoplasticity. In *Scientific Computing in Chemical Engineering II*. Springer Berlin Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-60185-9\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-642-60185-9_24)
- [11] Masoumnezhad, M. (2017). Robust control for the indefinite model of the semi-active suspension system. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 14(2), 57-79. [https://karafan.tvu.ac.ir/article\\_100505\\_a32e95336945f82418be201fdf9411bb.pdf](https://karafan.tvu.ac.ir/article_100505_a32e95336945f82418be201fdf9411bb.pdf)
- [12] Li, Z., Liu, L., Dehghan, S., Chen, Y., & Xue, D. (2017). A review and evaluation of numerical tools for fractional calculus and fractional order controls. *International Journal of Control*, 90(6), 1165-1181. <https://doi.org/10.1080/00207179.2015.1124290>
- [13] Val, D., & Costa, J. S. D. (2012). *An Introduction to Fractional Control (Control, Robotics and Sensors)*. The Institution of Engineering and Technology. <https://www.amazon.com/Introduction-Fractional-Control-Robotics-Sensors/dp/1849195455>

- [14] Lanusse, P., Malti, R., & Melchior, P. (2013). CRONE control system design toolbox for the control engineering community: tutorial and case study. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 371(1990), 1-14. <https://doi.org/10.1098/rsta.2012.0149>
- [15] Oustaloup, A., Melchior, P., Lanusse, P., Cois, O., & Dancla, F. (2000, September 25-27). *The CRONE toolbox for Matlab*. CACSD. Conference Proceedings. IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (Cat. No.00TH8537), Anchorage, Alaska. <https://doi.org/10.1109/CACSD.2000.900210>
- [16] Malti, R., Melchior, P., Lanusse, P., & Oustaloup, A. (2011). Towards an object oriented CRONE Toolbox for fractional differential systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 10830-10835. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.02443>
- [17] Chen, Y., Petras, I., & Xue, D. (2009, June 10-12). *Fractional order control - A tutorial*. 2009 American Control Conference, St. Louis, Missouri, USA <https://doi.org/10.1109/ACC.2009.5160719>
- [18] Tepľjakov, A., Petlenkov, E., & Belikov, J. (2011, June 16-18). *FOMCON: Fractional-order modeling and control toolbox for MATLAB*. Proceedings of the 18th International Conference Mixed Design of Integrated Circuits and Systems - MIXDES 2011, Gliwice, Poland. <https://ieeexplore.ieee.org/document/6016009>
- [19] Sikander, A., Thakur, P., Bansal, R. C., & Rajasekar, S. (2018). A novel technique to design cuckoo search based FOPID controller for AVR in power systems. *Computers & Electrical Engineering*, 70, 261-274. <https://doi.org/10.1016/j.compel.eceng.2017.07.005>
- [20] Saadat, H. (2009). *Power system analysis* (2 ed.). McGraw-Hill Higher Education. [https://scholar.google.com/citations?view\\_op=view\\_citation&hl=en&user=X6ja5foAAAJ&citation\\_for\\_view=X6ja5foAAAAJ:9yKSN-GCBOIC](https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=X6ja5foAAAJ&citation_for_view=X6ja5foAAAAJ:9yKSN-GCBOIC)
- [21] Modabbernia, M., Alizadeh, B., Sahab, A., & Moghaddam, M. M. (2020). Robust control of automatic voltage regulator (AVR) with real structured parametric uncertainties based on  $H_\infty$  and  $\mu$ -analysis. *ISA Transactions*, 100, 46-62. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.01.010>
- [22] Modabbernia, M., Alizadeh, B., Sahab, A., & Mirhosseini Moghaddam, M. (2020). Designing the Robust Fuzzy PI and Fuzzy Type-2 PI Controllers by Metaheuristic Optimizing Algorithms for AVR System. *IETE Journal of Research*, (-), 1-15. <https://doi.org/10.1080/03772063.2020.1769510>
- [23] Agarwal, J., Parmar, G., Gupta, R., & Sikander, A. (2018). Analysis of grey wolf optimizer based fractional order PID controller in speed control of DC motor. *Microsystem Technologies*, 24(12), 4997-5006. <https://doi.org/10.1007/s00542-018-3920-4>