



Numerical Investigation of Boundary Layer Separation in a 3-D Divergent Channel under the influence of a non-Uniform Magnetic Field

Seyed Morteza Moghimi^{1*}, Mehran Khaki Jamei², Morteza Abbasi³,
Mohammad Hasan Taheri⁴, Nematollah Askari⁵

¹Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Qaemshahr Branch, Islamic Azad University, Qaemshahr, Iran.

^{2,3} Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Sari Branch, Islamic Azad University, Sari, Iran.

⁴ PhD, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

⁵ Faculty Member, Department of Mechanical Engineering, Technical and Vocational University (TVU), Tehran, Iran.

ARTICLE INFO

Received: 03.08.2021

Revised: 06.14.2021

Accepted: 06.29.2021

Keyword:

Boundary layer separation
3-D divergent channel
Non-uniform magnetic field
OpenFoam
Magnetohydrodynamics

*Corresponding Author:

Seyed Morteza Moghimi

Email:

moghimi4999@yahoo.com

ABSTRACT

In the present research, the non-uniform magnetic field effect on separation phenomenon in divergent channels was investigated numerically. The governing equations, including continuity and momentum equations, were presented and simplified for the laminar, steady, and incompressible flow; then, a non-uniform magnetic field was applied to the flow. Hence, the finite volume method using the OpenFOAM CFD toolbox was employed and a code for 3-D divergent channel flow under a non-uniform magnetic field developed. The effect of non-uniform magnetic field intensity on the boundary layer separation phenomenon on the divergent channel wall was investigated. The results show that the separation in the flow without applying a magnetic field occurs in $Re=250$ on the channel's upper (lower) wall. By applying the magnetic field and increasing the Hartmann, the boundary layer separation was delayed and in Ha equals 4, the separation is completely deleted and not observed. Under the same conditions, near the sidewalls, the separation occurs sooner than the channel entrance. Furthermore, by reducing the Reynolds to 208.33, the separation occurs late. In a 3-D channel that has a width ten times bigger than its height, the separation points far from the side walls are almost the same as a 2-D channel.





حل عددی جدایش لایه مرزی در کانال واگرا سه‌بعدی تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت

سید مرتضی مقیمی^{۱*}، مهران خاکی جامعی^۲، مرتضی عباسی^۳، محمدحسین طاهری^۴، نعمت‌اله عسکری^۵

- ۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد قائم‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، قائم‌شهر، ایران.
- ۲ و ۳- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران.
- ۴- دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.
- ۵- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران.

چکیده

اطلاعات مقاله

در این تحقیق، تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بر رفتار جریان سیال و پدیده جدایش در یک کانال واگرا سه‌بعدی به‌صورت عددی بررسی شده است. معادلات حاکم شامل پیوستگی و مومنتم تعمیم‌یافته برای جریان سیال آرام، پایدار و تراکم‌ناپذیر است. به‌منظور مدل‌سازی و حل عددی به روش حجم محدود، از نرم‌افزار متن باز اوپن‌فوم برای کانال واگرای سه‌بعدی تحت تأثیر میدان مغناطیسی متغیر استفاده شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد در غیاب میدان مغناطیسی و در رینولدز ۲۵۰، بدون اعمال میدان مغناطیسی، جدایش در دیواره‌های بالا و پایین کانال واگرا ایجاد می‌شود. با اعمال میدان مغناطیسی مشاهده می‌گردد که جدایش لایه مرزی به تأخیر خواهد افتاد. مشاهده گردید که با افزایش عدد هارتمن تا چهار، پدیده جدایش کاملاً حذف می‌شود و از بین می‌رود. در شرایط مشابه نشان داده شد هراندازه به دیواره جانبی نزدیک شویم، جدایش لایه مرزی زودتر رخ خواهد داد و با کاهش عدد رینولدز به ۲۰۸/۳۳، جدایش لایه مرزی نسبت به ورودی کانال، دیرتر اتفاق خواهد افتاد. همچنین مشخص گردید اگر پهنای کانال بیش از ۱۰ برابر ارتفاع کانال در نظر گرفته شود، تأثیر دیواره‌های جانبی ناچیز است و نتایج جدایش در جریان سه‌بعدی همانند جریان دوبعدی خواهد شد.

دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۱۸

بازنگری مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۲۴

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۰۸

کلید واژگان:

جدایش لایه مرزی
کانال واگرای سه‌بعدی
میدان مغناطیسی غیریکنواخت
اوپن‌فوم
هیدرودینامیک مغناطیسی

*نویسنده مسئول: سید مرتضی مقیمی
پست الکترونیکی:
moghimi4999@yahoo.com



مقدمه

بررسی و تحلیل جریان هیدرودینامیکی و هیدرومغناطیسی در داخل کانال‌های واگرا و تعیین نقطه جدایش از مباحث مهم در مهندسی مکانیک است. در کانال‌های واگرا با افزایش سطح مقطع در طول جریان، سرعت کاهش و فشار نامطلوب افزایش می‌یابد که سبب جدایش لایه مرزی و اتلاف زیاد انرژی می‌شود. این مسئله در گرمایش و تهویه مطبوع [۱] و سیستم خنک‌کننده راکتورها [۲] قابل بررسی است. نیروی الکترومغناطیسی به واسطه تقابل جریان الکتریکی و میدان مغناطیسی در سیال رسانا، باعث ایجاد نیروی رانش می‌شود که کاربرد آن در صنایع فضایی، دریایی، درمانی، مهندسی شیمی و محیط‌زیست [۳] در حال افزایش است و همچنین می‌توان از آن برای کنترل جدایش لایه مرزی در کانال‌های واگرا نیز استفاده شود.

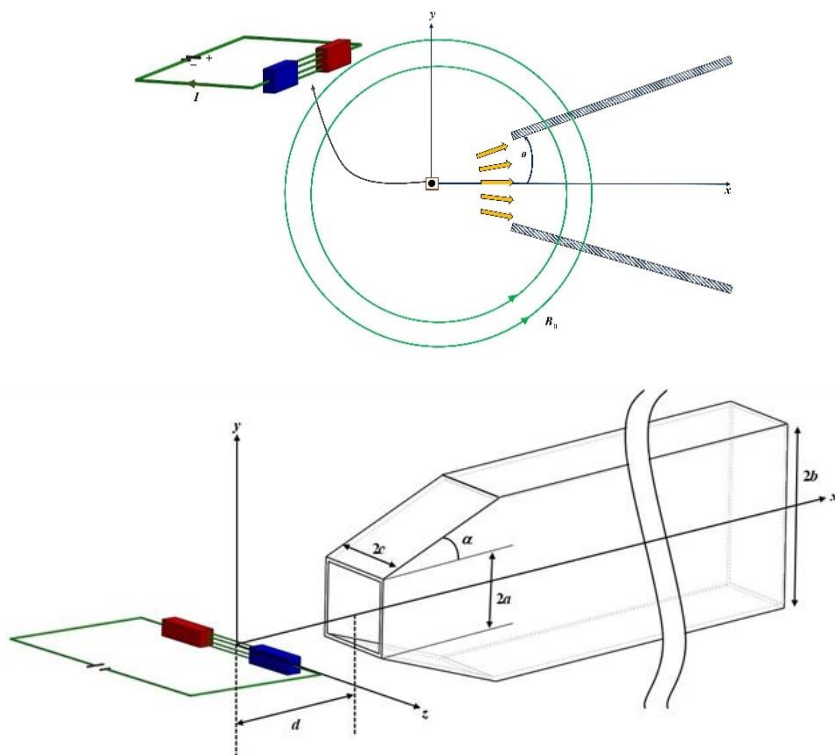
جریان هیدرودینامیک مغناطیسی با توجه به غیرخطی بودن معادلات مومنتم، به‌سادگی قابل بررسی نیست و محققان روش‌های مختلفی از جمله روش تحلیلی [۲؛ ۴-۷]، روش عددی [۸-۱۰] و تجربی [۱۱؛ ۱۲] ارائه کردند. آکسفورد [۱۳] اولین محقق بود که جریان هیدرودینامیک مغناطیسی در کانال واگرا را مطالعه کرد. پس از آن بررسی‌هایی به روش عددی [۱۴؛ ۱۵]، تحلیلی [۱۶؛ ۱۷] و تجربی [۱۸؛ ۱۹] بر روی این نوع جریان در کانال واگرا انجام شده است. دنیس و دولیکراویچ [۱۴] با مطالعه عددی المان محدود، نشان دادند که میدان مغناطیسی می‌تواند فشار استاتیکی را در کانال واگرا افزایش دهد. آلم و همکاران [۱۶] با استفاده از یک روش تحلیلی، تأثیرات رینولدز مغناطیسی را بر جریان هیدرودینامیک مغناطیسی جفری-همل بررسی کردند. باباشو [۱۸] با مطالعه تأثیر میدان مغناطیسی خارجی بر کانال واگرا به روش تجربی دریافت که رفتار سیال در نقاط مختلف کانال در تقابل با میدان مغناطیسی متفاوت می‌باشد. ماکینده [۲۰] تأثیر رینولدز مغناطیسی بر جریان سیال در یک کانال همگرا-واگرا را تحلیل کرد. همچنین احمد و همکاران [۲۱] با شبیه‌سازی عددی جریان خون به جریان جفری-همل، با اعمال میدان مغناطیسی رفتار خون را با استفاده از الگوریتم شبکه عصبی بررسی کردند. همچنین مطالعاتی برای جریان هیدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال [۲۲] و سیال غیرنیوتنی [۲۳] در کانال واگرا انجام شد.

یکی از روش‌های حل معادلات حاکم، روش عددی حجم محدود است که در اوپن‌فوم نیز برای گسسته‌سازی معادلات از این روش استفاده شده است. الگوریتم سیمپل یکی از الگوریتم‌هایی است که برای حل معادلات سرعت که با فشار کوپل شده ارائه گردیده است [۲۴]. در سال‌های اخیر نرم‌افزارهایی مانند فلوئنت، سی‌اف‌ایکس و اوپن‌فوم برای شبیه‌سازی جریان هیدرودینامیک مغناطیسی توسعه یافته‌اند [۲۵؛ ۲۶]. همچنین پژوهشگران تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت در جریان داخل کانال واگرا برای سیال نیوتنی و غیرنیوتنی به روش نیمه‌تحلیلی را بررسی کردند [۲۷؛ ۲۸].

با توجه به بررسی پیشینه تحقیق، برای کنترل و پیشگیری جدایش لایه مرزی در کانال واگرای سه‌بعدی با استفاده از میدان مغناطیسی غیریکنواخت به روش عددی تاکنون مطلبی ارائه نشده است. در واقع، بیشتر پدیده‌های میدان مغناطیسی به صورت غیریکنواخت اعمال می‌شوند؛ بنابراین هدف این تحقیق، بررسی عددی نقطه جدایش لایه مرزی برای یک کانال واگرای مشخص سه‌بعدی در حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت می‌باشد. در واقع نوآوری اول این پژوهش، در نظر گرفتن میدان مغناطیسی غیریکنواخت است که به واقعیت پدیده‌ها نزدیک‌تر است. همچنین به‌عنوان نوآوری دیگر، توسعه برنامه عددی برای حل مسئله مورد نظر است. در این پژوهش از برنامه متن باز اوپن‌فوم استفاده شده است که برنامه پیش‌فرض و حلگر موجود در آن باید با توجه به شرایط میدان مغناطیسی غیریکنواخت و اعمال خواص ترموفیزیکی سیال توسعه داده شود تا بتوان با استفاده از آن، محل جدایش لایه مرزی تعیین و بحث شود.

بیان مسئله

در این پژوهش، تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بر جدایش لایه مرزی در کانالی واگرا با زاویه واگرایی 2α بررسی شده است. مطابق شکل ۱ برای ایجاد میدان مغناطیسی عمود بر جریان شعاعی داخل کانال واگرا، از حلقه سیم‌های موازی استفاده شده که جریان الکتریکی از قطب مثبت باتری به یک صفحه توزیع‌کننده جریان، متصل به این سیم‌پیچ وارد می‌شود. پس از عبور جریان الکتریکی از داخل سیم‌پیچ، جریان وارد یک صفحه جمع‌کننده می‌شود و از آن به سمت قطب منفی باتری می‌رود. هنگام عبور جریان الکتریکی از داخل سیم‌پیچ، اطراف آن، میدان مغناطیسی القا می‌شود که در جهت θ است و سیم‌پیچ در مرکز هم‌گرایی کانال واگرا قرار دارد. همچنین شدت میدان مغناطیسی به‌وجودآمده در کانال واگرا توسط جریان الکتریکی قابل تنظیم است. در کانال واگرا، به دلیل به‌وجود آمدن پدیده جدایش لایه مرزی، جریان برگشتی به‌وجود می‌آید. در این حالت نمی‌توان شرایط مرزی ثابتی در خروجی اعمال کرد؛ بنابراین خروجی کانال واگرا با سطح مقطع ثابت امتداد می‌یابد تا جریان در آن به توسعه‌یافتگی برسد. در شکل ۱، $2b$ ارتفاع خروجی، $2c$ پهنای کانال، L_1 طول کانال واگرا، L_2 طول کانال با مقطع ثابت، زاویه واگرایی و d فاصله بین مرکز سیم‌پیچ و ورودی کانال است.



شکل ۱. شماتیکی از هندسه مسئله

معادلات حاکم

برای سیال القانپذیر، معادله مومنتموم با حضور میدان مغناطیسی غیریکنواخت نوشته می‌شود. میدان مغناطیسی کل برابر $B = B_0 + b'$ می‌باشد که در آن B_0 میدان مغناطیسی اعمالی و b' میدان مغناطیسی القایی است.

در این تحقیق عدد رینولدز مغناطیسی بسیار کوچک‌تر از یک فرض می‌شود. در چنین شرایطی، b' (میدان القایی ناشی از جریان الکتریکی القا شده در سیال) ضعیف می‌باشد و قابل صرف نظر است [۲۹]. این فرض برای کاربردهای مدنظر این پژوهش جواب‌های قابل قبولی را به همراه دارد که در بسیاری از مقالات استفاده و تأیید شده است. هنگامی که سیال، القاپذیر نباشد عدد رینولدز مغناطیسی بسیار کوچک‌تر از یک می‌شود و می‌توان از میدان مغناطیسی القایی صرف نظر کرد؛ بنابراین $B = B_0$ می‌شود.

معادلات حاکم شامل پیوستگی، مومنتم و قانون اهم، در غیاب میدان الکتریکی خارجی و با صرف نظر از میدان الکتریکی القایی [۲۹] را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu_f \nabla^2 \vec{V} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (2)$$

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}_0) \quad (3)$$

که در آن \vec{V} ، \vec{J} ، P ، μ_f و σ به ترتیب میدان سرعت، چگالی جریان الکتریکی، فشار، لزجت دینامیکی و ضریب رسانایی الکتریکی سیال است. میدان مغناطیسی غیریکنواخت در جهت مختصات استوانه‌ای اعمال می‌شود. مبدأ دستگاه مختصات استوانه‌ای روی مبدأ دستگاه مختصات دکارتی قرار دارد؛ بنابراین جملات چگالی جریان الکتریکی و نیروی لورنتز \vec{F}_L را می‌توان به صورت زیر استخراج کرد:

$$\vec{J} = \sigma (\vec{V} \times \vec{B}) = \sigma \times \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{e}_r & r\vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ v_r & rv_\theta & v_z \\ 0 & rB_\theta & 0 \end{vmatrix} = \sigma [(-v_z B_\theta) \vec{e}_r + (v_r B_\theta) \vec{e}_z] \quad (4)$$

$$\vec{F}_L = (\vec{J} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ -\sigma v_z B_\theta & 0 & \sigma v_r B_\theta \\ 0 & B_\theta & 0 \end{vmatrix} = -\sigma v_r B_\theta^2 \vec{e}_r - \sigma v_z B_\theta^2 \vec{e}_z \quad (5)$$

که V_r و V_θ به ترتیب سرعت در جهت r و θ در دستگاه استوانه‌ای هستند. میدان مغناطیسی غیریکنواخت ایجاد شده برابر است با:

$$B_0 = \frac{\mu I}{2\pi r}, \quad \mu' = \mu_0 \cdot \mu_f \quad (6)$$

که μ' ، μ_r و μ_0 به ترتیب ضریب تراوایی متوسط ویژه، ضریب تراوایی نسبی و ضریب تراوایی فضای آزاد (برابر $4\pi \times 10^7$) هستند. لازم است نیروی لورنتز در مختصات دکارتی تعریف شود که از تبدیلات زیر استفاده می‌شود:

$$\vec{e}_r = \frac{x \vec{i} + y \vec{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (7)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (8)$$

$$v_r = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (9)$$

که در آن \mathbf{u} و \mathbf{v} به ترتیب سرعت در جهت x و y در دستگاه دکارتی است. حال نیروی لورنتز در دستگاه دکارتی به شکل زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} \vec{F}_L = (\vec{J} \times \vec{B}) = & -\sigma \frac{\mu_0^2 I^2 (u^2 + v^2)^{0.5}}{4\pi^2 (x^2 + y^2)^{1.5}} x \vec{i} - \sigma \frac{\mu_0^2 I^2 (u^2 + v^2)^{0.5}}{4\pi^2 (x^2 + y^2)^{1.5}} y \vec{j} \\ & - \sigma \frac{\mu_0^2 I^2 w}{4\pi^2 (x^2 + y^2)} \vec{k} \end{aligned} \quad (10)$$

با جای‌گذاری معادله ۱۰ در معادله ۲، معادلات پیوستگی و مومنتم در جهت x ، y و z و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = & -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_r \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\ & - \sigma \frac{\mu_0^2 I^2 (u^2 + v^2)^{0.5}}{4\pi^2 (x^2 + y^2)^{1.5}} x \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = & -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_r \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \\ & - \sigma \frac{\mu_0^2 I^2 (u^2 + v^2)^{0.5}}{4\pi^2 (x^2 + y^2)^{1.5}} y \end{aligned} \quad (13)$$

$$\rho \left[u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu_f \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \sigma \frac{\mu_o^2 \Gamma^2 w}{4\pi^2 (x^2 + y^2)} \quad (14)$$

شرایط مرزی

با توجه به هندسه مسئله و فرضیاتی که پیشتر بیان شد، شرایط مرزی سرعت به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x = d \quad u = u_{inlet}, \quad v = v_{inlet}, \quad w = 0 \quad (15)$$

$$x = d + L_1 + L_2 \quad P = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

$$d < x < d + L_1, \quad y = \frac{a}{d} x \quad u = v = w = 0 \quad (17)$$

$$d + L_1 < x < d + L_1 + L_2, \quad y = \pm b \quad u = v = w = 0 \quad (18)$$

$$z = 0, 2c \quad u = v = w = 0 \quad (19)$$

از آنجا که نتایج حاصل از این پژوهش قابل تعمیم باشد، اعداد بی بعد رینولدز، هارتمن و ضریب فشار به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Re = \frac{u_{inlet} L}{\nu} \quad (20)$$

$$Ha = B_o L \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_f}} \quad (21)$$

$$c_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho u_{inlet}^2} \quad (22)$$

که در آن ν و L به ترتیب لزجت دینامیکی و طول مشخصه (برابر Ro) هستند.

حل عددی

در این تحقیق، یک کانال واگرای سه بعدی با سطح مقطع $2 \times 2/6$ سانتی متر مربع و طول ۳۰ سانتی متر در نظر گرفته شده است. برای حل مسئله، از برنامه متن باز اوپن فوم برای مدل سازی هندسه، گسسته سازی معادلات حاکم و در نهایت حل عددی (روش حجم کنترل) استفاده شده است. برای استفاده از الگوریتم سیمپل حلگر سیمپل فوم به کار گرفته شده است. همچنین به منظور گسسته سازی جملات جابه جایی از طرح بالادست و برای جملات پخش، از طرح

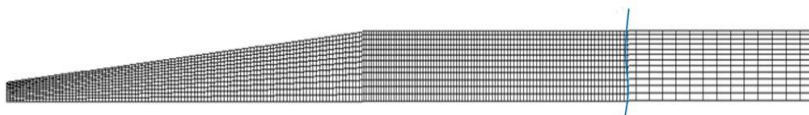
تفاضل مرکزی استفاده شده است. برای وارد کردن نیروی لورنتز ناشی از میدان مغناطیسی غیریکنواخت به اوپن فوم لازم است برنامه موجود توسعه داده شود و نیروی لورنتز به عنوان جمله چشمه به برنامه اضافه گردد. همچنین، فایل‌های جدیدی برای تعریف خواص ترموفیزیکی لیتیوم مایع (جدول ۱) به دلیل کاربرد در صنعت [۳۰-۳۳]، و محاسبه شدت میدان مغناطیسی غیریکنواخت با تغییر جریان الکتریکی در سیم‌پیچ، به حلگر اضافه شده‌اند.

جدول ۱. خواص ترموفیزیکی لیتیوم مایع

ρ (kg/m ³)	ν (m ² /s)	σ^{-1} ($\Omega \cdot m$)	μ_0 (N/A ²)
۵۱۰	$1/2 \times 10^{-6}$	4×10^{-6}	10^{-6}

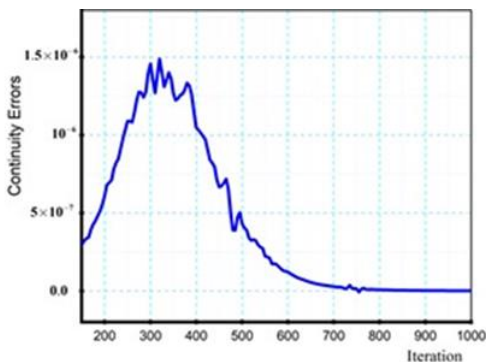
همگرایی و اعتبارسنجی

شبکه به کار گرفته شده در این پژوهش در شکل ۲ نشان داده شده است که از یک شبکه‌بندی غیریکنواخت استفاده شده است. بدین گونه که با نزدیک شدن به دیواره کانال، اندازه شبکه‌بندی ریزتر می‌شود و فاصله آن‌ها از یکدیگر کاهش می‌یابد تا نتایج دقیق‌تری حاصل شود. به سبب تقارن هندسی، نصف شکل مسئله شبکه زده شده است تا زمان حل رایانه کاهش یابد.

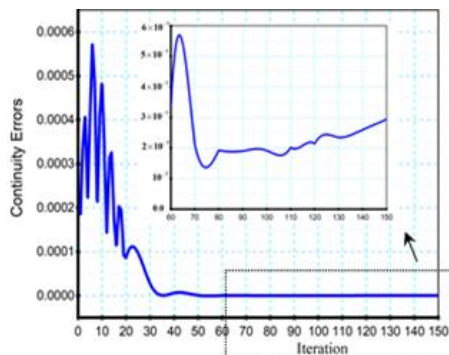


شکل ۲. ساختار هندسی شبکه

برای همگرایی نتایج، خطای معادله پیوستگی حدود 10^{-10} در نظر گرفته شده است (شکل ۳). همچنین مقایسه نتایج حاصل برنامه تغییر یافته در این پژوهش با تحقیق طاهری و همکاران [۳۴] (شکل ۴) مشخص می‌کند که برنامه توسعه یافته از دقت قابل قبولی برخوردار است.

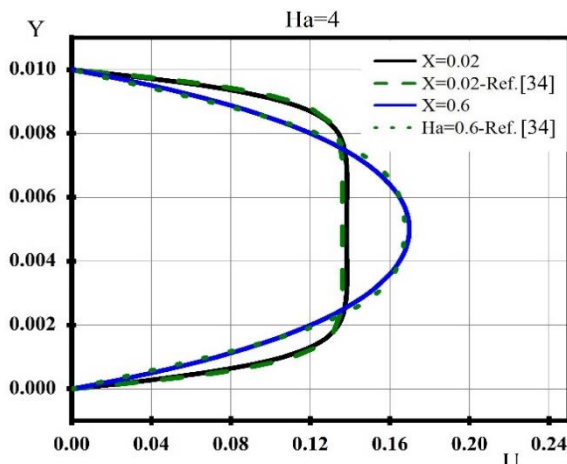


ب: تکرار از ۱۵۰ تا ۱۰۰۰



الف: تکرار ۱۵۰ تا

شکل ۳. بررسی فرایند تکرار برای همگرایی



شکل ۴. مقایسه پروفیل سرعت حاصل از برنامه متن باز ویرایش شده با مرجع [۳۴]

جدول ۲. نتایج بررسی استقلال از شبکه برای کانال سه بعدی ($Re=250$ و $Ha=1$ ، $\alpha = 5^0$)

تعداد شبکه $L_2 \# N \times L_1 \times c \times b \times a$	$X_{Sep.} (cm)$		
	$Z=5 \text{ mm}$	$Z=3 \text{ mm}$	$Z=1 \text{ mm}$
$16 \times 16 \times 14 \times 12 \times 32 \times 8560$	۱۳/۵۵۱۶	۹/۹۳۷۸	۶/۶۲۵۲
$18 \times 18 \times 16 \times 135 \times 36 \times 142560$	۱۳/۲۵۰۴	۹/۶۳۶۶	۶/۳۲۴۰
$20 \times 20 \times 18 \times 150 \times 40 \times 198000$	۱۳/۲۵۰۴	۹/۶۳۶۶	۶/۰۲۲۹
$26 \times 26 \times 24 \times 195 \times 52 \times 446160$	۱۳/۲۵۰۴	۹/۶۳۶۶	۶/۰۲۲۹

جدول ۲ نتایج حاصل از استقلال شبکه بندی از محل را برای محل نقطه جدایش ($X_{Sep.}$) روی دیواره XZ کانال واگرا با پهنای متفاوت Z را نشان می دهد. مقادیر گرادیان سرعت عمود بر صفحه برای $Z=5 \text{ mm}$ و $Z=3 \text{ mm}$ و $Z=1 \text{ mm}$ بررسی شده است. دیده می شود در $Re=250$ ، $Ha=1$ و تعداد شبکه بندی 198000 و بیشتر، اندازه محل نقطه جدایش روی دیواره برای هر مقدار از Z ، با ریزتر شدن شبکه تغییری نمی کند. در نتیجه، این اندازه شبکه برای انجام محاسبات در نظر گرفته شده اند.

بررسی نتایج

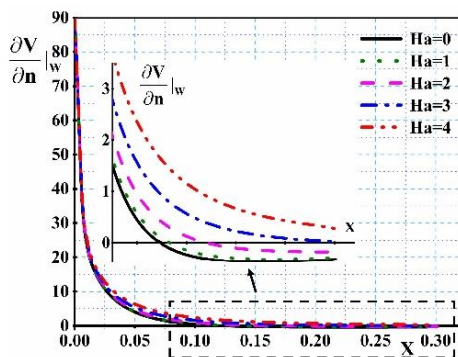
شکل ۵ و جدول ۳، تأثیر شدت میدان مغناطیسی را بر جدایش لایه مرزی جریان با عدد رینولدز 250 روی صفحه بالایی (پایینی) کانال واگرا نشان می دهد. از نظر فیزیکی هنگامی جدایش اتفاق می افتد که گرادیان سرعت بی بعد روی دیواره صفر است. مشاهده می شود با افزایش شدت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن)، گرادیان سرعت دیرتر در کانال به صفر می رسد. در نتیجه جدایش لایه مرزی روی دیواره با افزایش شدت میدان مغناطیسی دیرتر اتفاق می افتد.

برای مثال، با بررسی جدول ۳ مشاهده می شود در $Z=3 \text{ mm}$ هنگامی که میدان مغناطیسی وجود ندارد (عدد هارتمن صفر) جدایش در $9/0343$ سانتی متر اتفاق می افتد که با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش آن تا عدد هارتمن

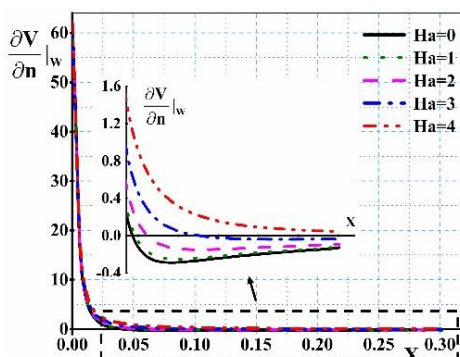
۳ جدایش تا ۲۵/۲۹۶۳ سانتی متر به تأخیر می افتد و زمانی که عدد هارتمن به ۴ می رسد دیگر جدایشی رخ نمی دهد. همچنین با نزدیک شدن به دیواره کناری، در اثر تنش دیواره کناری و افزایش نیروی مقاوم، جدایش نزدیک تر به ورودی کانال واگرا اتفاق می افتد. جدول ۳ نشان دهنده آن است که بدون اعمال میدان مغناطیسی در تمام قسمت پهنای جداره بالایی کانال، جدایش اتفاق می افتد که با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش هارتمن، جدایش لایه مرزی به تأخیر افتاده تا زمانی که هارتمن به ۴ می رسد دیگر پدیده جدایش در هیچ مکانی مشاهده نمی شود. جدول ۴ همانند جدول ۳ تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر جدایش لایه مرزی اما برای عدد رینولدز ۲۰۸/۳۳ را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود در غیاب میدان مغناطیسی در بخش زیادی از جداره XZ جدایش اتفاق می افتد که با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش عدد هارتمن، جدایش لایه مرزی به تأخیر افتاده تا جایی که در عدد هارتمن ۳، پدیده جدایش مشاهده نمی شود. با مقایسه جدول ۳ و جدول ۴ مشاهده می شود که در هارتمن ثابت با افزایش رینولدز جدایش لایه مرزی نزدیک تر به ورودی کانال واگرا اتفاق می افتد.

جدول ۳. تأثیر هارتمن بر مکان جدایش بر حسب سانتی متر

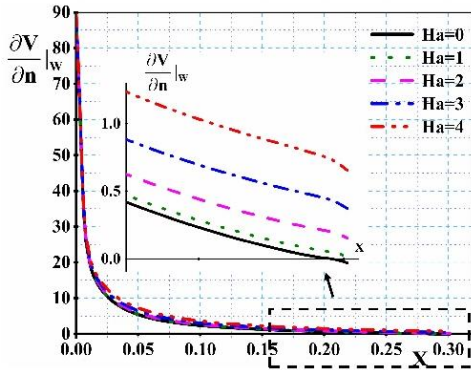
هارتمن	۰	۱	۲	۳	۴
Z(mm)	۳۶ و ۰	۴/۵۱۷۱	۶/۰۲۲۹	۱۲/۶۴۸۱	-
۳۵ و ۱	۵/۷۲۱۷	۶/۰۲۲۹	۸/۱۳۰۹	۱۶/۲۶۱۹	-
۳۱ و ۵	۱۲/۳۴۷۰	۱۳/۲۵۰۴	۱۶/۸۶۴۲	-	-
۲۷ و ۹	۱۹/۸۷۵۶	۲۱/۳۸۱۴	۲۶/۸۰۲۰	-	-
۲۳ و ۱۳	۲۶/۵۰۰۸	۲۸/۰۰۶۶	-	-	-
۱۹ و ۱۷	۲۹/۵۱۲۳	-	-	-	-
۱۸	۲۹/۵۱۲۳	-	-	-	-



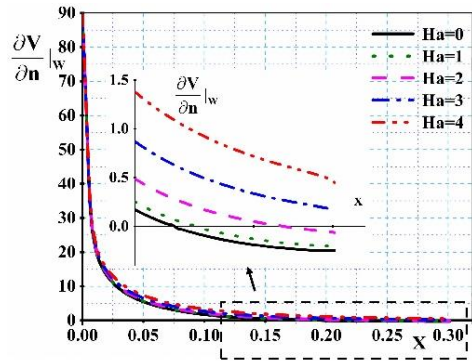
ب: Z=5 mm



الف: Z=0



د: Z=18 mm



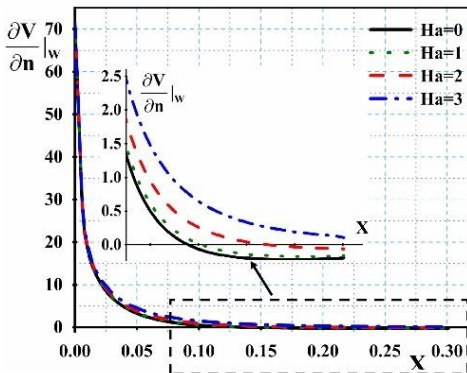
ج: Z=9 mm

شکل ۵. تأثیر عدد هارتمن بر جدایش در مقطع مختلف عرضی دیواره بالایی

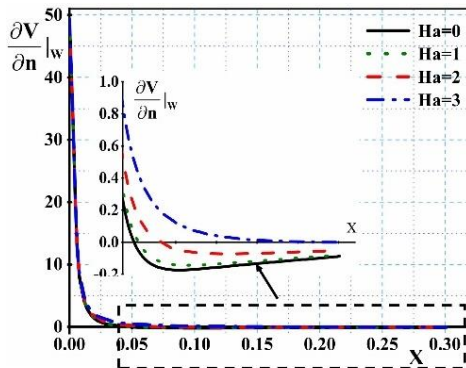
جدول ۴. تأثیر هارتمن بر مکان جدایش بر حسب سانتی متر بارینولدز ۲۰۸/۳۳ روی دیواره بالایی (پایینی) کانال

واگرا

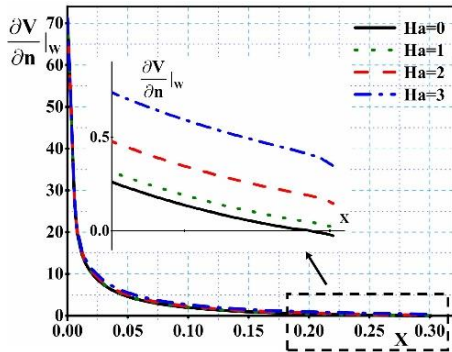
				هارتمن
۳	۲	۱	۰	Z(mm)
-	۸/۱۳۰۹	۵/۴۲۰۶	۴/۸۱۸۳	۳۶ و ۰
-	۱۰/۵۴۰۴	۷/۲۲۷۵	۶/۶۵۵۲	۳۵ و ۱
-	۲۱/۹۸۳۶	۱۵/۳۵۸۵	۱۳/۸۵۲۷	۳۱ و ۵
-	-	۲۴/۶۹۴۰	۲۲/۵۸۵۹	۲۷ و ۹
-	-	-	۲۹/۲۱۱۱	۲۳ و ۱۳
-	-	-	-	۱۹ و ۱۷
-	-	-	-	۱۸



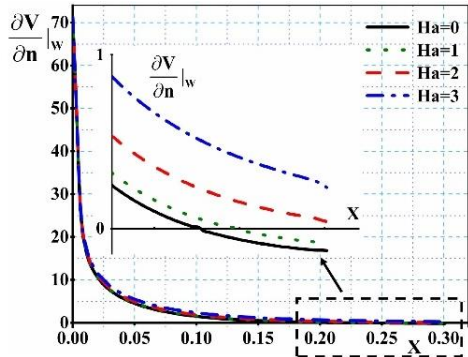
ب: Z=5 mm



الف: Z=0 mm



د: $Z=18 \text{ mm}$

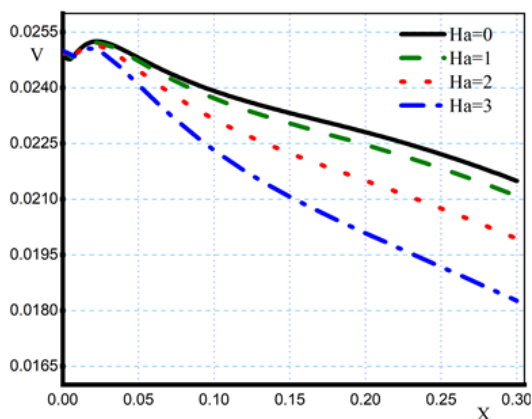


ج: $Z=9 \text{ mm}$

شکل ۶. تأثیر عدد هارتمن بر جدایش در مقطع مختلف عرضی دیواره بالایی

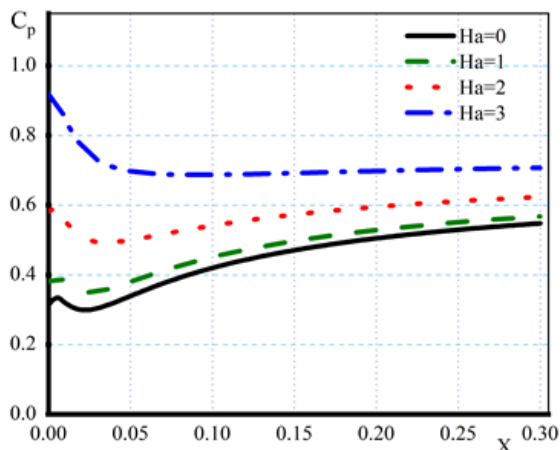
شکل ۶ نیز همانند شکل ۵ تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر جدایش لایه مرزی اما برای عدد رینولدز $208.33/33$ را نشان می‌دهد که با کم شدن عدد رینولدز، در عدد هارتمن کم‌تر یعنی هارتمن برابر ۳ از پدیده جدایش جلوگیری می‌کند.

شکل ۷ تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر سرعت در مرکز کانال واگرا را نشان می‌دهد. دو عامل، یعنی کاهش سطح مقطع جریان ناشی از رشد لایه مرزی و نرخ افزایش هندسی سطح مقطع کانال در منحنی توزیع سرعت تأثیرگذار است که رفتار غیرعادی در ابتدای کانال را می‌توان این‌گونه بیان کرد. در ناحیه ورودی کانال، نرخ افزایشی سطح مقطع کانال، شدیدتر از کاهش مقطع جریان ناشی از تشکیل لایه مرزی می‌باشد. از این رو سرعت در مرکز کاهش می‌یابد و بعد از مسافت کوتاهی، عامل کاهش سطح مقطع جریان، به سبب نزدیک شدن لایه مرزی جداره‌ها به همدیگر برای یک ناحیه محدود، قوی‌تر می‌شود و سرعت در مرکز کانال افزایش می‌یابد. سپس عامل دوم در کل مسیر کاملاً غالب می‌گردد و روند کاهشی سرعت در مرکز کانال مشاهده می‌شود.



شکل ۷. تأثیر عدد هارتمن بر سرعت خط مرکز برای $Re=208.33$

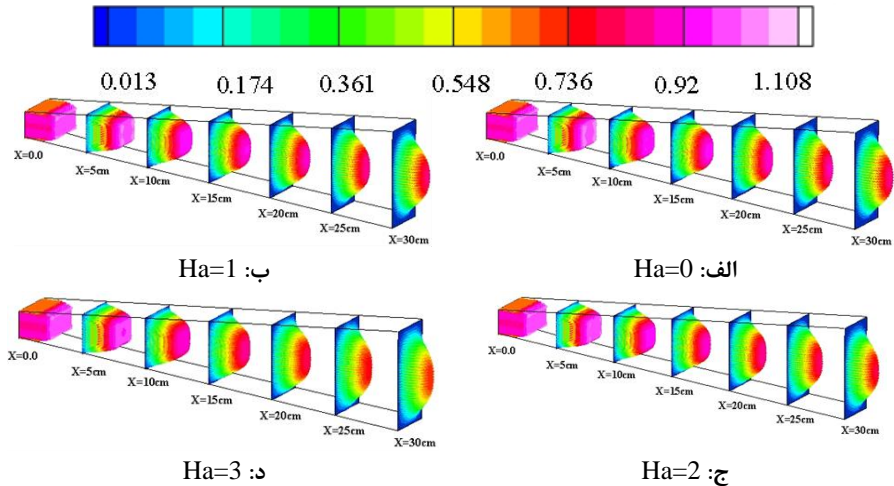
شکل ۸ تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر ضریب فشار در مرکز کانال را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۸، هنگامی که سرعت روند کاهشی دارد، فشار دینامیکی تبدیل به فشار استاتیکی می‌گردد و باعث افزایش فشار در مرکز کانال می‌شود.



شکل ۸. تأثیر عدد هارتمن بر ضریب فشار خط مرکز برای $Re=208.33$

شکل ۹ تأثیر شدت میدان مغناطیسی بر کانتور توزیع سرعت بی‌بعد جریان در مقاطع مختلف کانال سه‌بعدی را نشان می‌دهد. مطابق رابطه (۶) شدت میدان مغناطیسی با فاصله نسبت عکس دارد؛ بنابراین، در ابتدای کانال شدت میدان مغناطیسی زیاد است و نیروی لورنتز بزرگی را به‌وجود می‌آورد. به‌گونه‌ای که در تقابل با نیروی اینرسی سیال، در توزیع سرعت فرورفتگی مشاهده می‌شود اما با فاصله گرفتن از ابتدای کانال و با کاهش شدت میدان مغناطیسی، مقدار نیروی لورنتز کم می‌شود و تأثیر آن بر نیروی اینرسی نیز کاهش می‌یابد و در توزیع سرعت، تورفتگی مشاهده نمی‌شود. با افزایش عدد هارتمن در نقاط مشابه، نیروی لورنتز نیز افزایش می‌یابد و توزیع سرعت پخ‌تری مشاهده می‌شود.

برای مقایسه نتایج کانال واگرای سه‌بعدی با کانال دوبعدی، کانالی سه‌بعدی با پهنای ۳۶ سانتی‌متر حل شده است که پهنای آن در مقایسه با ارتفاع ۲ سانتی‌متری ورودی آن زیاد می‌باشد. تحت شرایط $Ha=1$ و $Re=208.33$ محل جدایش روی خط تقارن صفحه بالایی یا پایینی ($Z=18\text{cm}$) برابر $14/44$ سانتی‌متر به‌دست می‌آید. در شرایط مشابه در کانال دوبعدی، جدایش در $14/153$ سانتی‌متر اتفاق می‌افتد. بنابراین اختلاف کمتر از ۲ درصد می‌شود؛ در نتیجه برای کانالی که پهنای آن نسبت به ارتفاع ورودی زیاد باشد، اثرات دیواره بر مرکز کانال ناچیز می‌باشد و نتایج دوبعدی را می‌توان برای مرکز کانال سه‌بعدی استفاده کرد.



شکل ۹. تأثیر عدد هارتمن بر توزیع سرعت بی بعد سه بعدی برای $Re = 208.33$

نتیجه گیری

در این تحقیق، با به کارگیری روش عددی حجم کنترل و با استفاده از توسعه برنامه در نرم افزار متن باز اوپن فوم، جدایش لایه مرزی برای یک جریان آرام در کانال واگرا تحت تأثیر میدان مغناطیسی غیریکنواخت بررسی شد. نتایج پژوهش به شرح ذیل ارائه می شود:

- ۱- نشان داده شد که با افزایش شدت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن)، محل جدایش در جهت جریان به تأخیر می افتد تا جایی که از پدیده جدایش جلوگیری می شود. مشاهده گردید برای جریان با رینولدز ۲۵۰، در غیاب میدان مغناطیسی، جدایش رخ خواهد داد. با اعمال میدان مغناطیسی، محل این جدایش به تأخیر می افتد تا جایی که در یک عدد هارتمن مشخص (در اینجا عدد هارتمن برابر با ۴) جدایش لایه مرزی کاملاً از بین می رود.
- ۲- مشاهده گردید که در جریان سه بعدی با عدد رینولدز ۲۰۸/۳۳، هر چه به دیواره های کناری نزدیک تر شویم، جدایش زودتر اتفاق می افتد؛ به طوری که بدون اعمال میدان مغناطیسی در تمام قسمت جداره بالایی کانال، جدایش اتفاق می افتد ولی با اعمال میدان مغناطیسی و افزایش هارتمن، جدایش لایه مرزی به تأخیر می افتد و در عدد هارتمن برابر با ۴ پدیده جدایش در هیچ مکانی مشاهده نمی شود.
- ۳- نتایج به دست آمده از حل یک جریان سه بعدی در یک کانال واگرا با پهنای زیاد با نتایج جریان دوبعدی در یک کانال واگرا با تقریب قابل قبولی مطابقت داشته است. در نتیجه می توان محل جدایش در جریان دوبعدی را برای این نوع هندسه معتبر دانست.
- ۴- در کانال واگرا برای یک مقدار معین از دبی جریان، با افزایش شدت میدان مغناطیسی شاهد روند افزایش فشار در کانال واگرا خواهیم بود.

References

- [1] Li, A., Yang, C., Ren, T., Bao, X., Qin, E., & Gao, R. (2017). PIV experiment and evaluation of air flow performance of swirl diffuser mounted on the floor. *Energy and Buildings*, 156, 58-69. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2017.09.045>
- [2] Abbasi, M., Domiri Ganji, D., & Taeibi Rahni, M. (2014). MHD flow in a channel using new combination of order of magnitude technique and HPM. *Tehnički vjesnik*, 21(2), 317-321.
- [3] Al-Hababbeh, O. M., Al-Saqqa, M., Safi, M., & Abo Khater, T. (2016). Review of magnetohydrodynamic pump applications. *Alexandria Engineering Journal*, 55(2), 1347-1358. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2016.03.001>
- [4] Afsahi, M. M., & Cheraghi Sepahvand, T. (2018). T-history: A simple and cost effective method for determining thermal properties of phase change materials (PCMs). *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 15(44), 13-26.
- [5] Ghadikolaei, S. S., Hosseinzadeh, K., Ganji, D. D., & Jafari, B. (2018). Nonlinear thermal radiation effect on magneto Casson nanofluid flow with Joule heating effect over an inclined porous stretching sheet. *Case Studies in Thermal Engineering*, 12, 176-187. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2018.04.009>
- [6] JAMEI, M. K., KHAZAYINEJAD, M., & GANJI, D. D. (2014). New results for boundary layer flow and convection heat transfer over a flat plate by using the homotopy perturbation method. *Walailak Journal of Science and Technology (WJST)*, 11(4), 325-340. <https://doi.org/10.2004/wjst.v11i4.498>
- [7] Taheri, M. H., Abbasi, M., & Jamei, M. K. (2017). An integral method for the boundary layer of MHD non-Newtonian power-law fluid in the entrance region of channels. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 39(10), 4177-4189. <https://doi.org/10.1007/s40430-017-0887-5>
- [8] Askari, N., & Taheri, M. H. (2020). Numerical Investigation of a MHD Natural Convection Heat Transfer Flow in a Square Enclosure with Two Heaters on the Bottom Wall. *Karafan Quarterly Scientific Journal*, 17(1), 101-121. <https://doi.org/10.48301/kssa.2020.112759>
- [9] Ganesh, N. V., Al-Mdallal, Q. M., & Kameswaran, P. K. (2019). Numerical study of MHD effective Prandtl number boundary layer flow of γ Al₂O₃ nanofluids past a melting surface. *Case Studies in Thermal Engineering*, 13, 100413. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2019.100413>
- [10] Mohebujjaman, M. (2017). *Efficient numerical methods for magnetohydrodynamic flow*. [Clemson University]. Upstate South Carolina. <https://www.proquest.com/openview/693e9e1eb3663ef79da13c14e80ff494/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750>
- [11] Chen, H., Zhou, T., Yang, Z., Lü, R., Zhu, Z., & Ni, M. (2010). Magnetohydrodynamic experimental design and program for Chinese liquid metal LiPb experimental loop Dragon-Iv. *Fusion Engineering and Design*, 85(10), 1742-1746. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2010.05.033>
- [12] Picologlou, B., & Reed, C. (1989). Experimental investigation of 3-D MHD flows at high Hartmann number and interaction parameter. In *Liquid Metal Magnetohydrodynamics* (pp. 71-77). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-0999-1_9
- [13] Axford, W. I. (1961). The Magnetohydrodynamic Jeffrey-Hamel Problem For A Weakly Conducting Fluid. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 14(3), 335-351. <https://doi.org/10.1093/qjmam/14.3.335>

- [14] Dennis, B. H., & Dulikravich, G. S. (2001). Optimization of magneto-hydrodynamic control of diffuser flows using micro-genetic algorithms and least-squares finite elements. *Finite Elements in Analysis and Design*, 37(5), 349-363. [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(00\)00052-4](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(00)00052-4)
- [15] Matsuo, T., Ishikawa, M., & Umoto, J. (1994). Numerical analysis of bifurcation phenomena in supersonic MHD generator with supersonic diffuser. *Energy Conversion and Management*, 35(6), 507-516. [https://doi.org/10.1016/0196-8904\(94\)90092-2](https://doi.org/10.1016/0196-8904(94)90092-2)
- [16] Alam, M. S., Khan, M., & Rahman, M. (2013). Critical analysis of the influence of magnetic Reynolds number on MHD Jeffery-Hamel flows. *Int. J. of Appl. Math and Mech.*, 9(5), 31-46.
- [17] Moghimi, S., domiri ganji, D., Soleimani, S., Ghasemisahebi, E., & Bararnia, H. (2011). Application of homotopy analysis method to solve MHD Jeffery-Hamel flows in non-parallel walls. *Advances in Engineering Software*, 42(3), 108-113. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2010.12.007>
- [18] Bobashev, S., Erofeev, A., Lapushkina, T. y., Poniaev, S., Vasil'eva, R., & Van Wie, D. (2002, Sept 29-oct 4). *Effect of MHD-interaction in various parts of diffuser on inlet shocks: Experiment*. AIAA/AAAF 11th International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, Orleans, France. <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2002-5183>
- [19] Murakami, T., & Okuno, Y. (2013, June 27-30). *Experiment and simulation of MHD power generation using convexly divergent channel*. 42nd AIAA plasmadynamics and lasers conference in conjunction with the 18th international conference on MHD Energy Conversion (ICMHD), Honolulu, Hawaii. <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2011-3287>
- [20] Makinde, O. D. (2008). Effect of arbitrary magnetic Reynolds number on MHD flows in convergent-divergent channels. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 18(6), 697-707. <https://doi.org/10.1108/09615530810885524>
- [21] Ahmad, I., Ilyas, H., & Bilal, M. (2014). Numerical solution for nonlinear MHD Jeffery-Hamel blood flow problem through neural networks optimized techniques. *J. Appl. Environ. Biol. Sci*, 4(75), 33-43.
- [22] Ananthaswamy, V., & Yogeswari, N. (2016). A study on mhd jeffery-hamel flow in nanofluids using new homotopy analysis method. *International Journal of Scientific Research and Modern Education*, 1(1), 2455-5630.
- [23] Nourazar, S. S., Nazari-Golshan, A., & Soleymanpour, F. (2018). On the expedient solution of the magneto-hydrodynamic Jeffery-Hamel flow of Casson fluid. *Scientific Reports*, 8(1), 1-16. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-34778-w>
- [24] Xisto, C., Páscoa, J., Oliveira, P., & Nicolini, D. (2010). Implementation Of A 3d Compressible Mhd Solver Able To Model Transonic Flows. In *V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010* (pp. 13). <https://doi.org/10.13140/2.1.3128.8320>
- [25] De les Valls, E. M., & Batet, L. (2008, July 10-11). *OpenFOAM capabilities for MHD simulation under nuclear fusion technology conditions*. OpenFOAM workshop Milan, Barcelona, Spain. <https://woodruffscientific.com/files/ElisabetMasDeLesValls.pdf>
- [26] Mistrangelo, C., & Bühler, L. (2011). Development of a numerical tool to simulate magnetohydrodynamic interactions of liquid metals with strong applied magnetic

- fields. *Fusion Science and Technology*, 60(2), 798-803. <https://doi.org/10.13182/FST11-A12483>
- [27] Moghimi, S. M., Abbasi, M., Khaki Jamei, M., & Domiri Ganji, D. (2020). Boundary-layer separation in circular diffuser flows in the presence of an external non-uniform magnetic field. *Mech. Sci.*, 11(1), 39-48. <https://doi.org/10.5194/ms-11-39-2020>
- [28] Moghimi, S. M., Abbasi, M., Khaki Jamei, M., & Ganji, D. D. (2020). Effect of Non-uniform Magnetic Field on Non-newtonian Fluid Separation in a Diffuser. *International Journal of Engineering*, 33(7), 1354-1363. <https://doi.org/10.5829/ije.2020.33.07a.23>
- [29] Roberts, P. H. (1967). *An introduction to magnetohydrodynamics*. Longmans London. [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32683602/P. H Roberts An introduction to magnetohydrodynamics\(Bookos.org\)-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1642407226&Signature=fDND~tROBVIBS7Z8MGdsHT0Ijp6hVh9P0VpImQ1Kt5FA-xKltGwWdwQfWo7ZyJ02~WnrK~iKIK71hmV89n2MpEChlc9MR2F1bfg2-0-VsfexrYS7wafvgiqxj6skuNaMB4z~iq-lEoJqTXaAjngmdSOaE-4LRO~um1N~NiN U9Ru9pWW381lBDowtBkuYIF0HDOczuqZF0qdNpS1LbBwF9NZ5WsTyz7IH~gByAlv1xaC~X8Sy7mxyLmSIgeAhePKTDp6v1O5xH1dB3mYfCUp3ySQfS7SiSJgu8Gj9AUlzfGPeeyecPSkV0~Vg-27x~cn489XkP48ExxvFORwdPsZFTg & Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/32683602/P. H Roberts An introduction to magnetohydrodynamics(Bookos.org)-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1642407226&Signature=fDND~tROBVIBS7Z8MGdsHT0Ijp6hVh9P0VpImQ1Kt5FA-xKltGwWdwQfWo7ZyJ02~WnrK~iKIK71hmV89n2MpEChlc9MR2F1bfg2-0-VsfexrYS7wafvgiqxj6skuNaMB4z~iq-lEoJqTXaAjngmdSOaE-4LRO~um1N~NiN U9Ru9pWW381lBDowtBkuYIF0HDOczuqZF0qdNpS1LbBwF9NZ5WsTyz7IH~gByAlv1xaC~X8Sy7mxyLmSIgeAhePKTDp6v1O5xH1dB3mYfCUp3ySQfS7SiSJgu8Gj9AUlzfGPeeyecPSkV0~Vg-27x~cn489XkP48ExxvFORwdPsZFTg & Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA)
- [30] Davison, H. W. (1968). *Compilation of thermophysical properties of liquid lithium*. National Aeronautics and Space Administration. <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19680018893/downloads/19680018893.pdf>
- [31] Lee, G. H., & Kim, H. R. (2018). Numerical analysis of the electromagnetic force for design optimization of a rectangular direct current electromagnetic pump. *Nuclear Engineering and Technology*, 50(6), 869-876. <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.04.010>
- [32] Okita, T., Matsuda, S., Yamaoka, N., Hoashi, E., Yokomine, T., & Muroga, T. (2018). Study on measurement of the flow velocity of liquid lithium jet using MHD effect for IFMIF. *Fusion Engineering and Design*, 136, 178-182. <https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2018.01.039>
- [33] Zinkle, S. (1998, July 27028). *Summary of physical properties for lithium, Pb-17Li, and (LiF) n• BeF2 coolants*. APEX study meeting, Sandia National Lab. <http://www.fusion.ucla.edu/APEX/meeting4/1zinkle0798.pdf>
- [34] Taheri, M. H., Abbasi, M., & Khaki Jamei, M. (2019). Using artificial neural network for computing the development length of MHD channel flows. *Mechanics Research Communications*, 99, 8-14. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2019.06.003>