



# Providing a Multi-Objective Production Scheduling Model Taking into Account Preemptive Work, Early Costs, Late Payment, WIP and Downtime Penalties with a Reliability Approach

Alireza Azizi<sup>1</sup>, Mohammad Mehdi Movahedi<sup>2\*</sup> , Seyed Ahmad Shayannia<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD student, Department of Industrial Management, Firoozkooh Branch, Islamic Azad University, Firoozkooh, Iran.

<sup>2</sup>Associate Professor, Department of Industrial Management, Firoozkooh Branch, Islamic Azad University, Firoozkooh, Iran.

<sup>3</sup>Assistant Professor, Department of Industrial Management, Firoozkooh Branch, Islamic Azad University, Firoozkooh, Iran.

## ARTICLE INFO

**Received:** 12.13.2020

**Revised:** 02.17.2021

**Accepted:** 03.01.2021

**Keyword:**

Preemptive Work  
Production Schedule  
Reliability  
Work stoppage penalty

**\*Corresponding Author:**

Mohammad Mehdi Movahedi

**Email:**

[mmmovahedi@gmail.com](mailto:mmmovahedi@gmail.com)

## ABSTRACT

The subject of the present study is production scheduling taking into consideration the payment of penalties. The purpose of production scheduling is to allocate limited resources over time to perform a group of activities. Therefore, the aim of the research was to develop an appropriate schedule in a production system that deals with issues such as various interruptions in production, lack of forecasting of raw materials required and time required for production, inability to decide on the composition of production which will lead to damages caused by delay and work stoppage. If the work is completed after the delivery date, there will be a penalty for late payment due to customer dissatisfaction, a contractual penalty or loss of credit. Reliability engineering must ensure that components and subsystems meet the defined requirements over a period of time. The research design was based on solving standard sample problems. In this regard, this research provided a mathematical model for multiple purpose scheduling. The scheduling problem was solved in the form of a reliability problem. Findings showed that solving the problem of production scheduling in the form of reliability performed well in terms of finding optimal solutions. The reliability of the system was also confirmed in 14 sample problems.






شاپای الکترونیکی: ۲۵۳۸-۴۴۳۰

شاپای چاپی: ۲۳۸۲-۹۷۹۶



# ارائه یک مدل چندهدفه زمان‌بندی تولید با در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده، هزینه‌های زودکرد، دیرکرد، WIP و جریمه‌های قطع کار با رویکرد قابلیت اطمینان

علیرضا عزیزی<sup>۱</sup>، محمد مهدی موحدی<sup>۲\*</sup> , سید احمد شایان‌نیا<sup>۳</sup>

- ۱- دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران.
- ۲- دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران.
- ۳- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران.

## چکیده

## اطلاعات مقاله

زمینه تحقیق حاضر، زمان‌بندی تولید با در نظر گرفتن جریمه‌ها می‌باشد. هدف زمان‌بندی تولید، تخصیص منابع محدود در طول زمان برای انجام گروهی از فعالیت‌ها است؛ بنابراین هدف تحقیق، تدوین برنامه زمان‌بندی مناسب در یک سیستم تولیدی که با مسائلی مانند وقفه‌های مختلف در تولید، نبود پیش‌بینی در خصوص مواد اولیه موردنیاز و مدت‌زمان لازم برای تولید، ناتوانایی در تصمیم‌گیری در خصوص ترکیب تولید و حتی خسارات دیرکرد و قطع کار مواجه هستند؛ زیرا اگر کار بعد از موعد تحویل تمام شود، جریمه دیرکرد ناشی از نارضایتی مشتری، جریمه قراردادی یا از دست دادن اعتبار ایجاد می‌شود. مهندسی قابلیت اطمینان، باید از این مطمئن شود که قطعات و زیرسیستم‌ها برابر با نیازمندی‌های تعریف شده در بازه زمانی معین عمل خواهند کرد. طرح تحقیق بر مبنای حل مسائل نمونه استاندارد می‌باشد. در همین راستا این تحقیق یک مدل ریاضی برای زمان‌بندی با هدف چندگانه ارائه می‌کند که مسئله زمان‌بندی در قالب یک مسئله قابلیت اطمینان قرار گرفته و حل شده است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد که حل مسئله زمان‌بندی، تولید در قالب قابلیت اطمینان دارای عملکرد مناسبی از جهت یافتن جواب‌های بهینه است. همچنین در ۱۴ مسئله نمونه حل شده قابلیت اطمینان سیستم مورد تأیید بوده است.

دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۲۳

بازنگری مقاله: ۱۳۹۹/۱۱/۲۹

پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۱۱

## کلید واژگان:

جریمه قطع کار  
زمان‌بندی تولید  
قابلیت اطمینان  
کارهای پیش‌دستی‌کننده

\*نویسنده مسئول: محمد مهدی موحدی  
پست الکترونیکی:  
[mmmovahedi@gmail.com](mailto:mmmovahedi@gmail.com)



## مقدمه

موضوع موردبررسی در این تحقیق، زمان‌بندی تولید با در نظر گرفتن جریمه‌ها و زودکردها می‌باشد. مسئله موردنظر، زمان‌بندی تولید کارگاهی می‌باشد. اهمیت این مسئله در آن است که واحدهای تولیدی اغلب با تأخیرات زیادی، محصولات را تولید می‌کنند و لزوم یک برنامه مناسب که باعث شود این تأخیرات کمتر شود بیش‌ازپیش احساس می‌شود. در دیدگاه سنتی و مرسوم، دو فعالیت برنامه‌ریزی توالی عملیات و زمان‌بندی تولید به‌طور جداگانه انجام می‌گردد و ارتباط و همکاری این دو فعالیت، بسیار کم و محدود به رابطه طولی می‌شود؛ بنابراین محققان، روش‌های ابتکاری فراوانی ارائه کرده‌اند و این پژوهش نیز با این رویکرد، درصدد ارائه یک روش ابتکاری بر مبنای اصول قابلیت اطمینان می‌باشد.

ضرورت در نظرگرفتن جریمه‌ها به دلیل قطع کار و دیرکردها تا بدان جاست که کاهش قطع کارها در تحقق زمان‌بندی مطابق برنامه، تأثیر به‌سزایی دارد و درنظرگرفتن دیرکردها در ایستگاه‌های کاری باعث جلوگیری از هدررفت منابع می‌شود.

ضرورت موضوع زمان‌بندی چندهدفه در سیستم‌های تولیدی، در نظر گرفتن تقدم و تأخر فرایندها برای جلوگیری از تأخیر می‌باشد و توجه به زمان‌های شروع و پایان فرایندها می‌تواند در بهبود عملکرد سیستم تولیدی، تأثیرگذار باشد.

در این مقاله، مبحث بهینه‌سازی چندهدفه زمان‌بندی تولید تک‌ماشین با کارهای پیش‌دستی‌کننده و هزینه دیرکرد برحسب زمان و تعداد، هزینه زودکرد برحسب زمان و تعداد، هزینه قطع کار و هزینه کالای در جریان ساخت را در نظر می‌گیریم و در واقع، معیارهای بیان شده مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است و مدلی برای آن پیشنهاد می‌کنیم که این مدل نخست می‌تواند معیارهای ذکر شده بالا را به‌طور هم‌زمان در زمان‌بندی نشان دهد و نکته بعد اینکه یک تولیدکننده که دارای شرایط مشابه باشد می‌تواند برای اجرای زمان‌بندی تولید خود از این مدل استفاده کند.

بنابراین هدف این تحقیق، ارائه یک زمان‌بندی تولید مناسب برای کاهش تأخیرها و جریمه‌های خط تولید است و این سؤال مطرح می‌شود که آیا روش پیشنهادی برای ارائه یک زمان‌بندی مناسب تولید، کارایی لازم را دارد؟

## پیشینه تحقیق

طی مراحل ساخت و استفاده، عدم قطعیت در همه جا وجود دارد و تخریب عملکرد، اجتناب‌ناپذیر است و بر قابلیت اطمینان مکانیسم، تأثیر می‌گذارد [۱]. در این مقاله، بر اساس اصول علم قابلیت اطمینان، یک تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان مبتنی بر حاشیه عملکرد با توجه به تخریب عملکرد ناشی از سایندها و عدم اطمینان چند منبع تهیه شده است.

براساس روش تحلیل فرایند تئوری سیستم<sup>۱</sup> (STPA) و تحلیل خطر و نقطه کنترل بحرانی<sup>۲</sup> (HACCP)، این مقاله، مفهوم ایمنی و قابلیت اطمینان سیستم را بیان می‌کند [۲].

در کارخانه صنایع تولید مواد شیمیایی برای تعیین برنامه زمان‌بندی، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را با تابع هدف حداکثرسازی سود پیشنهاد داده‌اند. این مدل، ضمن در نظر گرفتن مواد اولیه در دسترس، تقاضای محصول، ظرفیت ماشین‌آلات، بالانس مواد و توالی، با استفاده از نرم‌افزارهای GAMS/OSL Solver حل شد [۳].

<sup>1</sup> System theory process analysis

<sup>2</sup> Hazard analysis and critical control point

جریمه دیرکرد در صنایع مختلف، کاربرد مناسبی دارد و برای کارهای با تأخیر استفاده می‌شود. در حقیقت، تأخیر، صفت مهمی در کیفیت سرویس است که در این تحقیق در نظر گرفته شده است [۴]. برای حل مسائل توالی عملیات و زمان‌بندی نیز همواره خلأ یک روشی که بتواند از نظر پارامترهایی نظیر کیفیت جواب، زمان رسیدن در مورد یک مسئله خاص نسبت به روش‌های دیگر برتری داشته باشد، احساس می‌شود [۵].

یک مدل زمان‌بندی تک‌ماشینه با در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده و غیرپیش‌دستی ارائه کردند در این مدل، زمان زودکرد و دیرکرد با در نظر گرفتن زمان تکمیل محصول، بررسی شد [۶]. یک مدل برنامه‌ریزی، عدد صحیح مختلط را برای زمان‌بندی فرایند تولید دسته‌ای چندمحصولی در صنعت مواد شیمیایی ارائه کرده و با یک الگوریتم ابتکاری به جوابی نزدیک به بهینه دست یافتند. هدف این مدل، حداقل کردن بازه ساخت<sup>۱</sup> می‌باشد [۷].

زمان‌بندی و تعیین اندازه بهینه دسته تولیدی خط تولید چند محصولی ماست را در یک کارخانه تولید لبنیات واقع در یونان ارائه دادند که به‌وسیله مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با زمان پیوسته و بر پایه خانواده محصول انجام شد. آنها ۹۳ قلم محصول را در قالب ۲۳ خانواده محصول و بر مبنای شرایط زیر، طبقه‌بندی کردند:

- روش تخمیر مشترک
- نبود زمان وابسته به توالی مابین
- نرخ بسته‌بندی مشابه [۸].

مدل ارائه شده، از نوع مسئله زمان‌بندی و تعیین اندازه دسته تولیدی دو مرحله‌ای می‌باشد و هدف آن، کمینه ساختن مجموع هزینه‌های تولید، راه‌اندازی و نگهداری موجودی بود. همگام‌سازی دو مرحله (آماده‌سازی شربت و پر شدن بطری) در این مدل با تلفیق دو رویکرد  $GLSP^2$  و  $GSLP^3$  با استفاده از متغیرهای پیوسته به جای متغیر صفر و یک است [۹].

مسئله زمان‌بندی تک‌ماشینه با در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده را با در نظر گرفتن زمان پیوسته فرموله کردند مدل پیشنهادی آنها چند خصوصیت از جمله زمان دیرکرد و زودکرد و جریمه قطع کار را در برمی‌گیرد [۱۰].

یک مدل برای مسئله زمان‌بندی تک‌ماشینه با در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده و زمان‌های بیکاری در سیستم JIT به طور هم‌زمان در سیستم JIT ارائه دادند و در این مدل، زمان دیرکرد و زودکرد را با هم در نظر گرفتند. در این مدل سعی بر این شد که هزینه دیرکرد و زودکرد را به حداقل برسانیم و آنها یک راه‌حل با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای حل این مدل ارائه دادند [۱۱].

یک مسئله JIT زمان‌بندی تک‌ماشینه با در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده در حالت زمانی گسسته که از چند پرپود زمانی تشکیل شده است، در این مدل، هزینه زودکرد، دیرکرد، هزینه جریمه قطع کار و هزینه WIP را با هم فرموله کردند و در ادامه، این مسئله را به‌صورت خطی تبدیل کردند و به اثبات این مدل پرداختند.

مدل ریاضی برنامه‌ریزی، عدد صحیح مختلط زمان‌بندی را برای بسته‌بندی ۱۷ محصول در ۵ خط بسته‌بندی موازی با منابع مشترک تهیه کردند. هدف این مدل، حداقل‌سازی موجودی و هزینه راه‌اندازی ماشین‌آلات بود و

<sup>1</sup> Make span

<sup>2</sup> General Lot-Sizing Problem (GLSP)

<sup>3</sup> Continuous Setup Lot-Sizing Problem (CSLP)

هزینه و زمان وابسته به توالی تولید در آن لحاظ نشد. این مدل در دستیابی به جواب بهینه، شکست خورد و برای آن با یک الگوریتم دو مرحله‌ای هیورستیک، جوابی نزدیک به جواب بهینه پیدا شد. یک الگوریتم تقریباً ساده‌تری برای بهبود زمان دیرکرد و زودکرد ارائه شد و با توجه به اینکه جواب دقیقی ندارد این الگوریتم کارا نمی‌باشد.

یک مدل برنامه‌ریزی، عدد صحیح مختلط برای زمان‌بندی کوتاه‌مدت کارخانجات چند محصولی را ارائه کرد. آنها سه تابع هدف متفاوت را در نظر گرفتند که عبارتند از: حداقل‌سازی مجموع هزینه‌ها، حداقل‌سازی زودکرد و حداقل‌سازی بازه ساخت حل این مدل نیز بر اساس الگوریتم ابتکاری گراسمن و ماراولیاس<sup>۱</sup> صورت گرفت [۱۲].

### جدول ۱. خلاصه پیشینه تحقیق

ردیف	محقق	سال	عنوان مقاله	نتایج
۱	یانگ لی	۲۰۲۱	عملکرد قابلیت اطمینان با توجه به حالت عدم اطمینان چند منبع	طی مراحل ساخت و تولید، عدم قطعیت وجود دارد و تخریب عملکرد، اجتناب‌ناپذیر است و بر قابلیت اطمینان مکانیسم، تأثیر می‌گذارد.
۲	شنگ و لیو	۲۰۲۱	کاربرد سیستم‌های قابلیت اطمینان در مدیریت بازیافت	بر اساس روش تجزیه و تحلیل فرایند تئوری سیستم (STPA) و تئوری تجزیه و تحلیل خطر و نقطه کنترل بحرانی (HACCP)، این مقاله، مفهوم ایمنی و قابلیت اطمینان سیستم را بیان می‌کند. در این روش، از طریق روش تجزیه و تحلیل، یک روش تأیید برای ایمنی سیستم و یک سیستم ارزیابی قابلیت اطمینان برای سیستم بازیافت پیشنهاد شده است.
۳	لطیف و کاپان	۲۰۲۰	تعیین برنامه زمان‌بندی، مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط با تابع هدف حداکثرسازی سود	ضمن در نظر گرفتن محدودیت‌های استوکیومتری، مواد اولیه در دسترس، تقاضای محصول، ظرفیت ماشین‌آلات، بالانس مواد و توالی، با استفاده از GAMS/OSL Solver حل شد.
۴	هاتاچری و چلیان	۲۰۱۹	مدل زمان‌بندی تک‌ماشین به در نظر گرفتن کارهای پیش‌دستی‌کننده و غیرپیش‌دستی	در این مدل، زمان زودکرد و دیرکرد با در نظر گرفتن محصول مورد ارزیابی قرار گرفت.
۵	بلومر و گانتز	۲۰۱۸	یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای زمان‌بندی فرایند تولید دسته‌ای چندمحصولی در صنعت مواد شیمیایی	با یک الگوریتم ابتکاری به جوابی نزدیک به بهینه دست یافتند. هدف این مدل، حداقل کردن بازه ساخت بود و محدودیت‌های ظرفیت دستگاه‌ها، تمیزکاری پس از هر بچ تولیدی و بالانس موجودی در نظر گرفته شد
۶	کوالین پینگ	۲۰۱۷	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با زمان پیوسته و بر پایه خانواده محصول	زمان‌بندی و تعیین اندازه بهینه دسته تولیدی خط تولید چندمحصولی ماست را در یک کارخانه تولید لبنیات واقع در یونان با ارائه مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با زمان پیوسته و بر پایه خانواده محصول انجام دادند. آنها ۹۳ قلم محصول را در قالب ۲۳ خانواده محصول طبقه‌بندی کردند.

<sup>1</sup> Grossmann & Maravelias

با توجه به مطالعات فوق نتیجه می‌شود که شکاف مطالعاتی در حوزه زمان‌بندی تولید استفاده از سیستم قابلیت اطمینان در مدل می‌باشد که این تحقیق، پیوندی میان زمان‌بندی تولید و قابلیت اطمینان برقرار کرده؛ بدین صورت که زمان‌های تولید در نظر گرفته شده با شبکه‌ای از زیرمسئله‌های قابلیت اطمینان مدل شده است.

### تعریف مدل و اهداف تحقیق

در این بخش، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی زمان‌بندی تک‌ماشینه با قطعی کار با هدف حداقل‌سازی جریمه زودکرد و دیرکرد، هزینه قطع کار و هزینه حمل ارائه شده است. زمانی که مدل مجاز به استفاده از کارهای پیش‌دستی کننده باشد ما در تابع هدف هزینه، قطع کار را اضافه می‌کنیم. به طور حتم، اگر کار قطع شود و قطعه نیمه‌ساخت در کنار ماشین، زمانی را صرف کند، هزینه<sup>۱</sup> WIP افزایش می‌یابد فرض ما در این مسئله بر این است که زمان پردازش، زمان شروع و موعد تحویل عدد صحیح می‌باشد.

### روش‌شناسی

روش تحقیق حاضر از جنبه هدف، کاربردی و از جنبه روش، توصیفی-تحلیلی بوده است که محقق در صد آن است که یک مسئله زمان‌بندی تولید را در قالب مسئله قابلیت اطمینان حل کند. اعتبارسنجی مدل از طریق حل مسئله استاندارد، از طریق یک مسئله برنامه‌ریزی پیشگیرانه تک‌ماشینه تأیید شد و قابلیت تعمیم‌پذیری مدل نیز با استفاده از حل چند مسئله با ابعاد مختلف بررسی و تأیید شد.

مبنای ریاضی و منطقی مدل ارائه شده در این تحقیق، رویکرد در نظر گرفتن جریمه برای دیرکرد و قطع کار می‌باشد که براساس میانی زمان‌بندی تولید ارائه شده است. یک مسئله برنامه‌ریزی پیشگیرانه تک‌ماشینه را با رویکرد تولید به‌هنگام در نظر بگیرید که در آن برای هر کار  $i$  که در آن  $i=1,2,\dots,N$  باشد دارای چندین پارامتر:  $P_i$  زمان پردازش برای کار  $i$ ،  $D_i$  زمان موعد مقرر تکمیل کار  $i$ ،  $\alpha_i$  (زمان ایده‌آل)،  $\beta_i$  جریمه دیرکرد برای کار  $i$ ،  $\theta_i$  هزینه زودکرد برای هر بار زودکرد،  $\pi_i$  هزینه دیرکرد برای هر بار دیرکرد،  $\gamma_i$  هزینه نگهداری WIP برای هر واحد زمان پیوسته  $\eta_i$  جریمه قطع کار برای کار  $i$  در واحد پیوسته می‌باشد و ما فرض می‌کنیم زمان پردازش، زمان شروع و موعد مقرر عدد صحیح می‌باشد.

### پیش‌فرض‌های مسئله

- ۱- قطعی کار، مجاز می‌باشد.
- ۲- در یک زمان فقط یک کار می‌تواند بر روی ماشین انجام شود.
- ۳- زمان پردازش هر کار، قطعی و مشخص می‌باشد.
- ۴- زمان پردازش هر کار، قطعی و مشخص می‌باشد.
- ۵- فاصله بین پریرودها مشخص و قطعی می‌باشد.
- ۶- WIP مجاز است و هزینه آن در نظر گرفته می‌شود.
- ۷- تعداد کارها ثابت است.

<sup>1</sup> Work in process

- ۸- تعداد کارها ثابت است.
- ۹- هزینه آماده‌سازی به‌عنوان قطع کار بر حسب پریود در نظر گرفته می‌شود.
- ۱۰- زمان خرابی ماشین‌ها در نظر گرفته نمی‌شود.
- ۱۱- بی‌کاری ماشین در بین پریودها مجاز می‌باشد.

## اجزای مدل

### ارائه مدل چندهدفه

#### اندیس‌ها

- $N$ : تعداد کارها
- $J$ : تعداد موقعیت‌ها
- $i$ : اندیس کار
- $j$ : اندیس موقعیت

#### متغیرهای ورودی

- $M$ : عدد بسیار بزرگ
- $p_i$ : زمان پردازش برای کار  $i$ ام
- $\alpha_i$ : جریمه زودکرد برای کار  $i$ ام اگر پردازش قبل از  $D_i$  تکمیل شود.
- $\beta_i$ : جریمه دیرکرد برای کار  $i$ ام اگر پردازش بعد از  $i$  تکمیل شود.
- $\gamma_i$ : هزینه نگهداری WIP برای هر واحد زمان پیوسته
- $n_i$ : جریمه قطع کار برای کار  $i$ ام در واحد پریود
- $D_i$ : زمان موعد مقرر تکمیل کار  $i$ ام (زمان ایده‌آل)

#### متغیرهای تصمیم

- $C_i$ : زمان تکمیل کار  $i$ ام (زمان آخرین دوره‌ای که کار  $i$ ام در آن پردازش می‌شود).
- $X_{ij}$ : اگر کار  $i$ ام در موقعیت  $j$ ام پردازش شود ۱ می‌شود و در غیر این صورت ۰
- $\delta_{ij}$ : اگر  $X_{ij}=1$  باشد برابر ۱ می‌شود و در غیر این صورت  $M$
- $Y_i$ : اگر در پریود  $i$ ام زودکرد داشته باشیم ۱ و در غیر این صورت صفر می‌باشد.
- $K_i$ : اگر در پریود  $i$ ام دیرکرد داشته باشیم ۱ و در غیر این صورت صفر می‌باشد.

$E_i$ : زمان زودکرد برای کار  $i$ ام

$T_i$ : زمان دیرکرد برای کار  $i$ ام

$S_i$ : زمان شروع کار برای کار  $i$ ام.

### توابع هدف

#### Objective function:

$$MIN \quad Z_1 = C_{\max} \quad (1)$$

$$MIN \quad Z_2 = \sum_{i=1}^N \alpha_i E_i \quad (2.1)$$

$$+ \sum_{i=1}^N \beta_i T_i \quad (2.2)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \eta_i \left[ \left( \sum_{j=1}^{J-1} |x_{ij} - x_{ij}| \right) + x_{iJ} + x_{i1} - 2 \right] \quad (2.3)$$

$$+ \sum_{i=1}^N (C_i - p_i - S_i) \gamma_i \quad (2.4)$$

$$MIN \quad Z_3 = \sum_{i=1}^N Y_i \quad (3.1)$$

$$+ \sum_{i=1}^N K_i \quad (3.2)$$

### محدودیت‌های مدل

#### Constraint

$$E_i = \max(0, D_i - C_i) \quad \forall i \quad (4)$$

$$T_i = \max(0, C_i - D_i) \quad \forall i \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = p_i \quad \forall i \quad (7)$$

$$C_{\max} = \max(C_i) \quad \forall i \quad (8)$$



$$D_i - C_i \leq M \cdot Y_i \quad \forall i \quad (۹)$$

$$C_i - D_i \leq M \cdot K_i \quad \forall i \quad (۱۰)$$

$$C_i = \max_j (j \cdot x_{ij}) \quad \forall j, i \quad (۱۱)$$

$$S'_i = \min_j ((j-1)\delta_{ij}) \quad i, \forall j=1 \quad (۱۲)$$

$$S''_i = \min_j (j\delta_{ij}) - 1 \quad i, \forall j=2,3,\dots,J \quad (۱۳)$$

$$S_i = \min(S'_i, S''_i) \quad \forall i \quad (۱۴)$$

$$\delta_{ij} = M(1 - x_{ij}) + 1 \quad \forall i, j \quad (۱۵)$$

$$Y_i, K_i, x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (۱۶)$$

$$E_i, T_i, \delta_{ij}, S_i, S'_i, S''_i, C_i \geq 0 \quad \forall i \quad (۱۷)$$

تابع هدف، از سه بخش با مقیاس مختلف تشکیل شده است: قسمت اول با مقیاس زمان، که در آن زمان تکمیل آخرین کار محاسبه، بخش دوم با مقیاس هزینه، که در آن هزینه زودکرد، دیرکرد، قطع کار و هزینه WIP برای همه کارها محاسبه و در آخرین بخش تابع هدف با مقیاس تعداد، که در آن تعداد دیرکرد و زودکرد محاسبه می‌شود و به علت دارا بودن سه مقیاس مختلف، مسئله از نوع مسائل چندهدفه می‌باشد.

معادله‌های ۴ و ۵ به ترتیب، زمان زودکرد و دیرکرد را محاسبه می‌کنند:

$$E_i = \max(0, D_i - C_i) \quad \forall i \quad (۴)$$

$$T_i = \max(0, C_i - D_i) \quad \forall i \quad (۵)$$

نامعادله ۶ تضمین می‌کند که در هر پرپود، حداکثر یک کار، قابل انجام می‌باشد.

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \quad (۶)$$

نامعادله ۷ تضمین می‌کند که زمان پردازش کار  $i$  توسط ماشین برابر زمان پردازش کار  $i$  می‌باشد.

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} = P_i \quad \forall i \quad (۷)$$

معادله ۸ زمان تکمیل آخرین کار توسط ماشین را محاسبه می‌کند.

$$C_{\max} = \max(C_i) \quad \forall i \quad (۸)$$

نامعادله ۹ و ۱۰ به ترتیب تعداد دفعات زودکرد و دیرکرد را محاسبه می کنند و نامعادله ۱۱ تضمین می کند که در حداکثر یک از نامعادله های ۹ و ۱۰ مؤثر می باشد.

$$D_i - C_i \leq M \cdot Y_i \quad \forall i \quad (9)$$

$$C_i - D_i \leq M \cdot K_i \quad \forall i \quad (10)$$

معادله ۱۲ زمان تکمیل برای هر کار را محاسبه می کند.

$$C_i = \max_j (j \cdot x_{ij}) \quad \forall i, j \quad (11)$$

معادله ۱۳، ۱۴، ۱۵ و ۱۶ زمان شروع هر کار را محاسبه می کند، محدودیت ۱۰ زمان تمامی کارهایی که از پریود دوم به بعد انجام می شود را محاسبه و معادله ۱۱ اگر در اولین پریود کاری انجام شود فعال می شود و مقدار می گیرد و در غیر این صورت، بی نهایت می شود.

$$S'_i = \min_j ((j-1)\delta_{ij}) \quad i, \forall j = 2, 3, \dots, J \quad (12)$$

$$S''_i = \min_j (j\delta_{ij}) - 1 \quad i, \forall j = 1 \quad (13)$$

$$S_i = \min(S'_i, S''_i) \quad \forall i \quad (14)$$

$$\delta_{ij} = M(1 - x_{ij}) + 1 \quad \forall i, j \quad (15)$$

### تعداد قطع کار

در بخش دوم تابع هدف برای محاسبه تعداد دفعات قطع کار بر روی ماشین از رابطه استفاده کردیم که با در نظر گرفتن  $x_{ij}$  به عنوان یک متغیر باینری، شرایطی که برای اتفاق  $|x_{ij} - x_{ij}|$  می افتد را محاسبه می کنیم.

۱. اگر  $x_{ij} = 1$  و  $x_{ij+1} = 1$  باشد جواب قدرمطلق، صفر می شود و از آن این نتیجه برآورد می شود که کار  $i$

در موقعیت های  $j$  و  $j+1$  پردازش می شود و قطع کار  $i$  بین دو موقعیت  $j+1$  و  $j$  رخ نمی دهد.

۲. اگر  $x_{ij} = 1$  و  $x_{ij+1} = 0$  باشد جواب قدرمطلق، صفر می شود و از آن این نتیجه برآورد می شود که کار  $i$

در موقعیت های  $j$  پردازش می شود و موقعیت  $j+1$  پردازش نمی شود و قطع کار بین دو موقعیت  $j+1$  و  $j$  رخ می دهد.

۳. اگر  $x_{ij} = 0$  و  $x_{ij+1} = 1$  باشد جواب قدرمطلق ۱ می شود و از آن این نتیجه، برآورد می شود که کار در

موقعیت های  $j$  پردازش نمی شود و در موقعیت  $j+1$  پردازش می شود و قطع کار  $i$  بین دو موقعیت  $j+1$  و  $j$  رخ می دهد.

۴. اگر  $x_{ij} = 0$  و  $x_{ij+1} = 0$  باشد جواب قدرمطلق صفر می شود و از آن این نتیجه برآورد می شود که کار

$i$  در موقعیت های  $j$  و  $j+1$  پردازش نمی شود و قطع کار  $i$  بین دو موقعیت  $j+1$  و  $j$  رخ نمی دهد.

اگر موقعیت شروع پردازش کار  $i$  هر کدام از موقعیت‌ها به جز موقعیت شروع ۱ باشد. تعداد  $\sum_{j=1}^{i-1} |x_{ij} - x_{ij+1}|$  قطع کار محاسبه می‌شود که این، طبق واقعیت نیست. به‌طور مشابه، اگر کار  $i$  در هر کدام از موقعیت‌ها به جز موقعیت  $J$  تکمیل شود باشد تعداد  $\sum_{j=1}^{i-1} |x_{ij} - x_{ij+1}|$  قطع کار محاسبه می‌شود که این، طبق واقعیت نیست. برای رفع خطا در محاسبه، تعداد قطع کار ۲ واحد از  $\sum_{j=1}^{i-1} |x_{ij} - x_{ij+1}|$  کم می‌کنیم، زمانی که متغیرهای  $x_{iJ}$  و  $x_{i1}$  برابر با ۱ باشد به این مفهوم که در موقعیت ابتدا و پایانی کار  $i$  ام پردازش می‌شود که باید ۲ واحد از  $\sum_{j=1}^{i-1} |x_{ij} - x_{ij+1}|$  کم کنیم و  $x_{i1}$  یا  $x_{iJ}$  باید برای از بین بردن این تأثیر به آن اضافه شوند.

مقدار  $\sum_{i=1}^N \left[ \left( \sum_{j=1}^{i-1} |x_{ij} - x_{ij+1}| \right) + x_{iJ} + x_{i1} - 2 \right]$  که تعداد قطع کار را محاسبه می‌کند ۲ برابر مقدار واقعی محاسبه می‌شود پس باید آن را بر ۲ تقسیم کنیم.

### یافته‌های تحقیق

مقادیر اولیه که برای هر یک از زیرسیستم‌ها و اجزای آن تعریف شده در جدول ۲ آمده است:

جدول ۲. مقادیر اولیه

اجزای زیرسیستم	زیرسیستم								
	۱			۲			۳		
	R	C	W	R	C	W	R	C	W
۱	۰.۹۴	۹	۹	۰.۹۷	۱۲	۵	۰.۹۶	۱۰	۶
۲	۰.۹۱	۶	۶	۰.۸۶	۳	۷	۰.۸۹	۶	۸
۳	۰.۸۹	۶	۴	۰.۷	۲	۳	۰.۷۲	۴	۲
۴	۰.۷۵	۳	۸	۰.۶۶	۲	۴	۰.۷۱	۳	۴
۵	۰.۷۲	۲	۷	-	-	-	۰.۶۷	۲	۴

مدل مورد بررسی، یک مسئله زمان‌بندی تولید با سه زیرسیستم به‌صورت سری و پنج نوع جز برای هر زیرسیستم به صورت موازی می‌باشد که در قالب یک مسئله قابلیت اطمینان قابل حل هستند. جواب‌های بهینه به‌دست‌آمده در جبهه پارتو اول به صورت زیر می‌باشد که تصمیم‌گیرنده براساس شرایط موجود می‌تواند یک یا چند جواب را برای اجرا انتخاب کند.

جدول ۳. جواب‌های بهینه NSGA II

Sol	Sub-System	Quantity of Each Component					Reliability	Cost	Weight
		Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5			
۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۰.۹۹۵	۱۷۸	۱۸۴
	۲	۱	۱	۲	۱	۱			
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
۲	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۰.۹۹۷	۱۸۵	۱۹۲
	۲	۱	۲	۱	۱				

Sol	Sub-System	Quantity of Each Component					Reliability	Cost	Weight
		Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5			
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۳	۱	۱			
۳	۲	۱	۱	۲	۱	۱	۰.۹۹۶	۱۸۴	۱۸۸
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۲	۱	۱			
۴	۲	۱	۱	۳	۱	۱	۰.۹۹۶	۱۸۰	۱۸۷
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۳	۱	۱			
۵	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۰.۹۹۶	۱۸۲	۱۸۵
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۱	۱	۱			
۶	۲	۱	۱	۳	۱	۱	۰.۹۹۳	۱۷۴	۱۸۳
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			

جدول ۴. جواب‌های بهینه NSGA II

Sub-System	Quantity of Each Component					Reliability	Cost	Weight	
	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5				
	۱	۱	۲	۱	۱				
۷	۲	۱	۲	۳	۱	۱	۰.۹۹۷	۱۸۳	۱۹۴
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۱	۱	۱			
۸	۲	۱	۲	۳	۱	۱	۰.۹۹۵	۱۷۷	۱۹۰
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۳	۱	۱			
۹	۲	۱	۱	۲	۱	۱	۰.۹۹۶	۱۸۴	۱۸۸
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۲	۱	۱			
۱۰	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۰.۹۹۳	۱۷۶	۱۸۱
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۳	۱	۱			
۱۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۰.۹۹۶	۱۸۲	۱۸۵
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
	۱	۱	۱	۱	۱	۱			
۱۲	۲	۱	۱	۳	۱	۱	۰.۹۹۳	۱۷۴	۱۸۳
	۳	۱	۱	۱	۱	۱			
۱۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰.۹۹۵	۱۸۰	۱۹۱

Sub-System	Quantity of Each Component					Reliability	Cost	Weight
	Comp1	Comp2	Comp3	Comp4	Comp5			
۲	۱	۱	۳	۱	۱			
۳	۱	۲	۱	۱	۱			
۱	۱	۱	۳	۱	۱			
۱۴	۲	۱	۲	۱	۱	۰.۹۹۷	۱۸۵	۱۹۲
۳	۱	۱	۱	۱	۱			

## بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مسئله زمانبندی تولید با زیرسیستم‌های سری و موازی در قالب یک مسئله قابلیت اطمینان حل شد. در این مدل، فرض بر آن است که از تمام اجزا حداقل یک‌بار در هر زیرسیستم استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن ۸ عدد اجزا به‌عنوان بیشترین تعداد اجزای مورد استفاده در هر زیرسیستم؛ لذا از هر جزء بیشتر از ۳ بار نمی‌توان در هر زیرسیستم استفاده کرد. برای درک بیشتر جدول، یکی از جواب‌ها به‌طور مثال جواب اول، تحلیل شده است. در زیرسیستم ۱، از هر یک از اجزای ۱، ۲، ۴ و ۵ فقط یک‌بار استفاده شد ولی از جزء ۳ به تعداد دو عدد که به‌صورت موازی بسته شده‌اند استفاده کرد. زیرسیستم ۲ برای بهینه شدن سه تابع هدف این زیرسیستم، از اجزای ۱، ۴ و ۵ یک‌بار استفاده کرد، جزء ۲ به تعداد دو عدد و از نوع جزء ۳ سه تعداد به‌صورت موازی قرار گرفتند.

زیرسیستم ۳، بهترین حالت برای این زیرسیستم در این جواب استفاده از هر جزء تنها یک‌بار در نظر گرفته شد. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، هر زیرسیستم بین پنج تا هشت جز را می‌تواند به‌صورت موازی داشته باشد، در زیرسیستم ۱ به‌طور کلی شش عدد اجزا برای بهینه کردن این حالت استفاده شده است. در زیرسیستم ۲ بیشترین مقدار ممکن یعنی هشت جزء مورد استفاده قرار گرفته است و زیرسیستم ۳، با کمترین مقدار موردپذیرش یعنی پنج جزء مقادیر توابع هدف را بهینه کرده‌اند.

نتیجه حاصل از این تحقیق این است که زمان تکمیل کارها، و هزینه‌ها شامل هزینه زودکرد، دیرکرد، قطع کار و هزینه WIP برای همه کارها و همچنین تعداد دیرکرد و زودکرد در مسائل منتخب محاسبه شد و نتایج حاکی از آن بود که در تمام مسائل مورد بررسی روش پیشنهادی از کارایی مناسبی برخوردار بوده است. در مسئله مورد بررسی در این تحقیق، شرایط در نظر گرفتن قابلیت اطمینان در عملکرد بهتر سیستم تولیدی، بررسی شد و نتایج، حاکی از آن بود که قابلیت اطمینان می‌تواند در زمان‌بندی چندهدفه سیستم‌های تولیدی، نقش مؤثری ایفا کند.

نتایج این تحقیق با نتایج تحقیق هاتاچری و چلیان در مورد دیرکردها در سیستم زمان‌بندی، مطابقت دارد. محدودیت‌های تحقیق حاضر، محدود بودن به سه زیرسیستم می‌باشد و پیشنهاد تحقیقات آتی شامل ارائه مدل زمان‌بندی تولید انعطاف‌پذیر در قالب مسئله قابلیت اطمینان می‌باشد. قابلیت تعمیم‌پذیری مدل در شرایط قطعی در مدل‌های کمینه‌سازی زمان‌بندی تولید با رویکرد سیستم‌های پویا قابل بررسی است. پیشنهاد می‌شود در مدل‌سازی مسئله زمان‌بندی تولید از زنجیره مارکوف استفاده شود و همچنین پیشنهاد می‌شود در رویه حل مسئله از سیستم‌های پویا بهره گرفته شود. از محدودیت‌های تحقیق نیز می‌توان به لحاظ نکردن شرایط احتمالی در مدل اشاره کرد. نتایج این تحقیق در مقایسه با تحقیق هاتاچری و چلیان نشان می‌دهد که در مدل مورد بررسی آنها زمان زودکرد و دیرکرد با در نظر گرفتن زمان تکمیل محصول، ارزیابی گردید؛ در حالی که در این تحقیق، زمان زودکرد و دیرکرد بدون لحاظ کردن زمان تکمیل، بررسی شد.

## References

- [1] Li, X.-Y., Chen, W.-B., & Kang, R. (2021). Performance margin-based reliability analysis for aircraft lock mechanism considering multi-source uncertainties and wear. *Reliability Engineering & System Safety*, 205(9), 107234. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.107234>
- [2] Zhang, Q.-y., Liu, L.-s., & Liu, Z.-j. (2021). Application of safety and reliability analysis in wastewater reclamation system. *Process Safety and Environmental Protection*, 146(1-2), 338-349. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2020.09.010>
- [3] Görkemli, L., & Kapan Ulusoy, S. (2010). Fuzzy bayesian reliability and availability analysis of production systems. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4), 690-696. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.07.020>
- [4] Kim, T., Kim, Y.-W., & Cho, H. (2021). A simulation-based dynamic scheduling model for curtain wall production considering construction planning reliability. *Journal of cleaner production*, 286(4), 124922. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.124922>
- [5] Sotoudeh, F., Nehring, Micah., Kizil, Mehmet., Knights, Peter., Mousavi, Amin. (2020). Production scheduling optimisation for sublevel stoping mines using mathematical programming: A review of literature and future directions. *Resources Policy*, 68(5), 101809. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101809>
- [6] Bhattacharyya, S. K., & Chelilyan, A. S. (2019). Optimization of a subsea production system for cost and reliability using its fault tree model. *Reliability Engineering & System Safety*, 185, 213-219. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.12.030>
- [7] Blömer, F., & Günther, H. O. (1998). Scheduling of a multi-product batch process in the chemical industry. *Computers in Industry*, 36(3), 245-259. [https://doi.org/10.1016/S0166-3615\(98\)00075-X](https://doi.org/10.1016/S0166-3615(98)00075-X)
- [8] Lin, Y.-K., Chang, P.-C., Yeng, L. C.-L & ,Shih, P.-S. (2017). Reliability evaluation for an intermittent production system with stochastic number of normal machines. *Journal of Manufacturing Systems*, 45, 222-235. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2017.10.002>
- [9] Doganis, P., & Sarimveis, H. (2007). Optimal scheduling in a yogurt production line based on mixed integer linear programming. *Journal of Food Engineering*, 80(2), 445-453. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2006.04.062>
- [10] Tavakoli moghadam, R., Khodadadegan, Yasaman., & Hagh nevis, Moayed. (2005, July 14). *a hybrid model for selecting parallel machines and scheduling tasks considering preparation times*. 4th national conference on industrial engineering, Tehran, Iran. <https://civilica.com/doc/17505/>
- [11] Ranjbar, M., & Naghizadeh, Mustafa. (2011). Integration of production planning and scheduling in multi-product process industries with continuous production system. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management* 22(2), 114-126. <https://www.sid.ir/fa/journal/ViewPaper.aspx?id=136390>
- [12] Castro, P. M., & Grossmann, I. E. (2005). New continuous-time MILP model for the short-term scheduling of multistage batch plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 44(24), 9175-9190. <https://doi.org/10.1021/ie050730I>